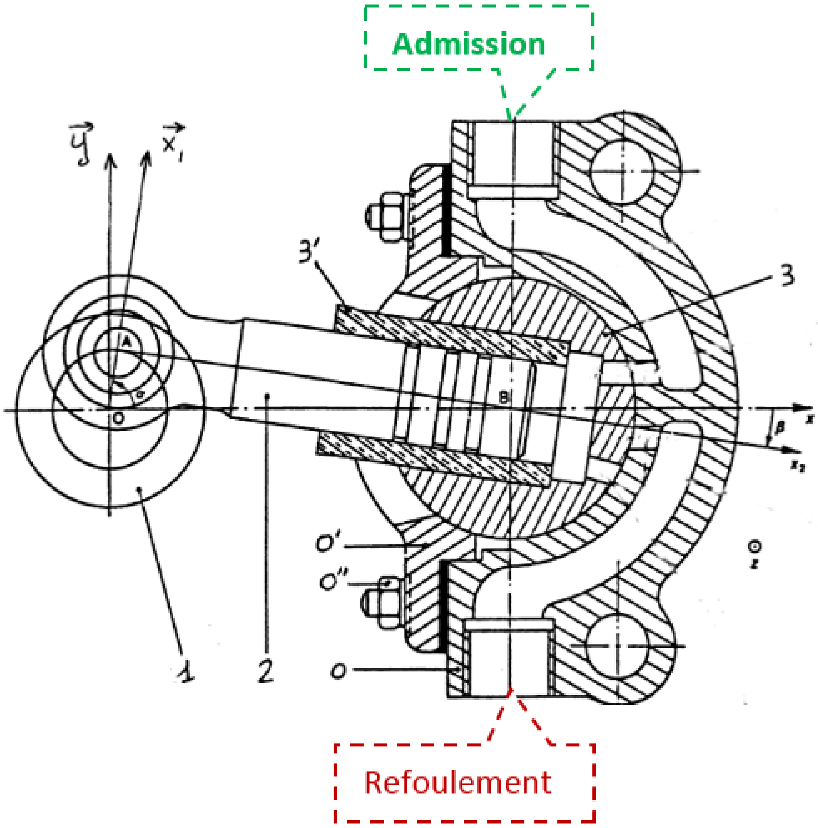
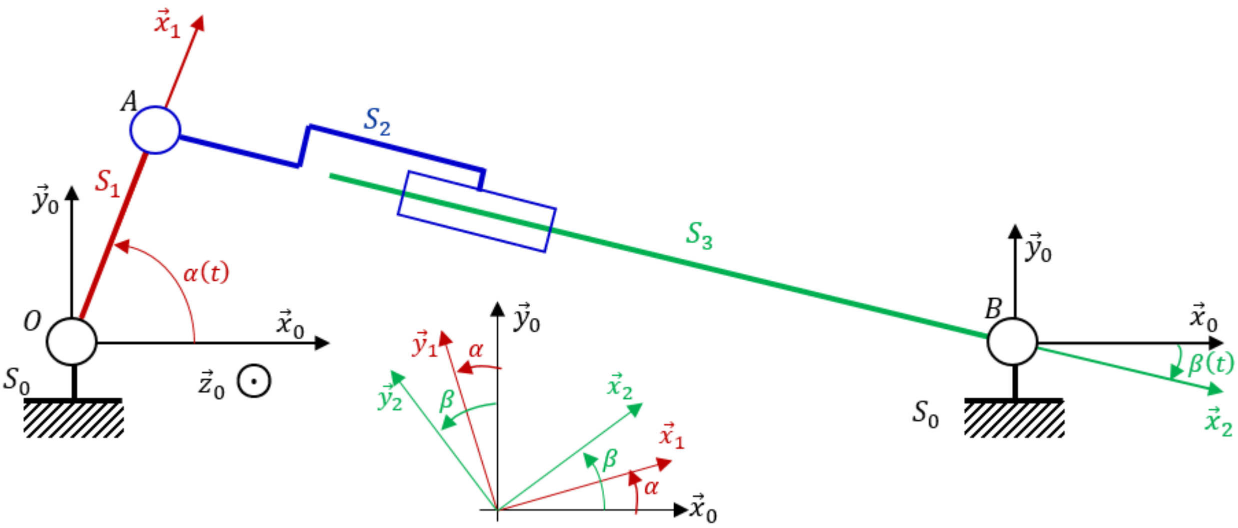
Cinématique des systèmes mécaniques (Révision)

Exercice 1 : Pompe.

On donne ci-dessous une vue en coupe d'une pompe en phase d'admission d'un fluide liquide et son schéma cinématique.





Cette pompe est constituée de :

- Un bâti (S_0), constitué des éléments $(0 + 0' + 0'')$ et lié au repère de référence $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- Un ensemble oscillant (S_3), constitué des éléments $(3 + 3')$ et en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0). On attache à cet ensemble un repère $R_3(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.
- Une manivelle (S_1) en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0). On attache à cette manivelle un repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$.

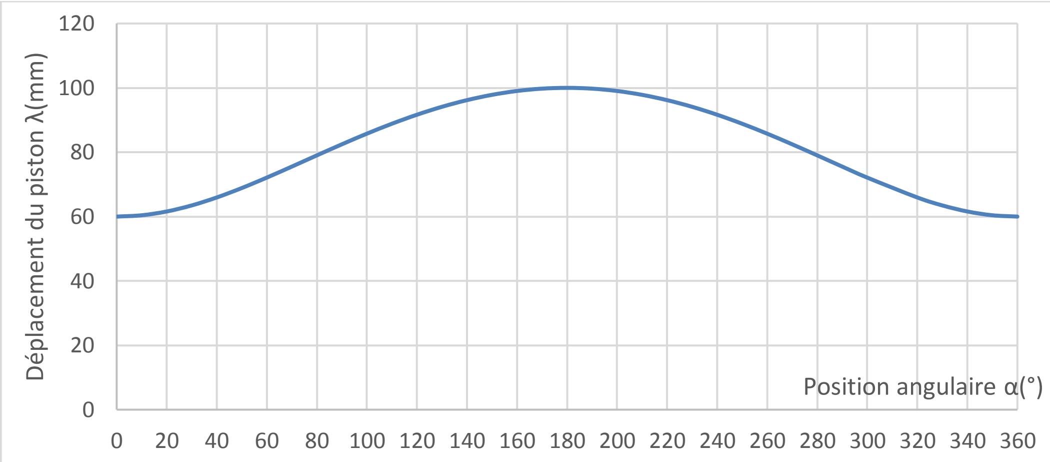
- Un piston (S_2), en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec (S_1) et en liaison pivot glissant d'axe $(A, \vec{x}_2)$ avec (S_3). On attache à ce piston un repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

On note :

- $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$: L'angle de rotation de la manivelle (S_1) par rapport au bâti (S_0).
- $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$: L'angle de rotation de (S_2) et (S_3) par rapport au bâti (S_0).
- $\lambda(t)$: Le paramètre de translation de (S_2) par rapport à (S_3).

On pose : $\overrightarrow{OA} = R\vec{x}_1, \overrightarrow{OB} = L\vec{x}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{x}_2$

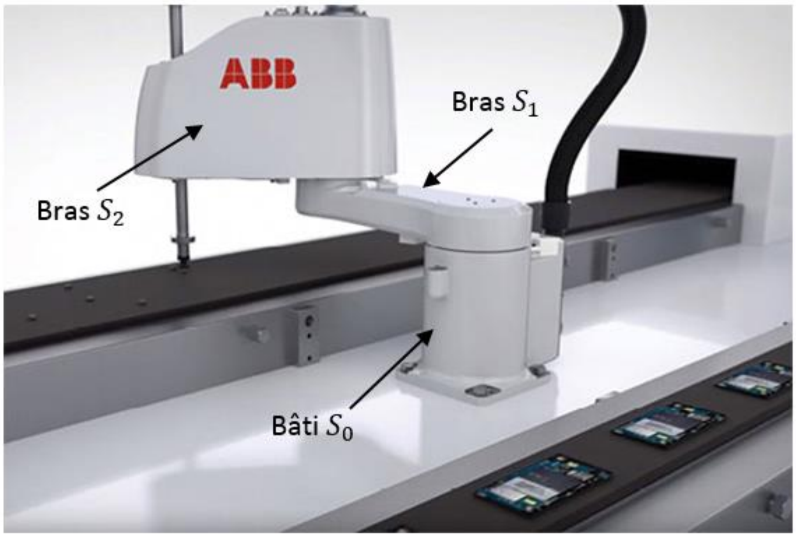
La figure ci-dessous représente la loi entrée sortie de la pompe ($\lambda(t)$ en fonction de $\alpha(t)$) pour $R = 20mm$ et $L = 80mm$.

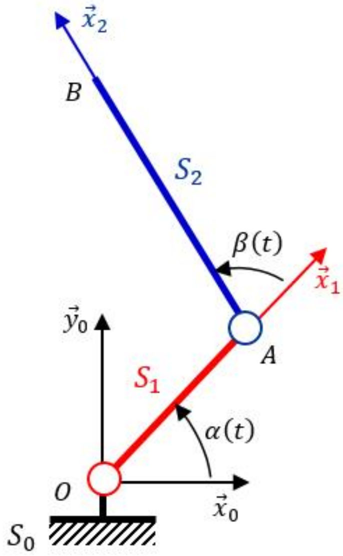


1. Donner le graphe de liaisons du mécanisme étudié et préciser les spécifications des différentes liaisons. Indiquer la nature de la chaine des solides.
2. Indiquer le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie.
3. Ecrire les équations qui découlent de la fermeture géométrique de la chaine des solides S0-S1-S2-S3.
4. Déduire la loi entrée-sortie de la pompe (exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\alpha(t)$).
5. Déterminer la course en mm du piston (S2).
6. Préciser par rapport à $\alpha(t)$ la phase d'aspiration et la phase de refoulement.
7. Sachant que la vitesse de rotation de la manivelle est de 1200tr/min et le diamètre du piston S2 est $d = 20mm$. Déterminer le débit moyen Q_m de la pompe en litre/min et en litre/s.
8. A votre avis, sur quel paramètre géométrique faut-il agir afin d'augmenter le débit moyen Q_m.

Exercice 2: Robot SCARA (Selective Compliance Articulated Robot Arm)

L'étude porte sur l'étude cinématique d'un robot à deux bras (figure jointe). Le bras S_1 est articulé au bâti S_0 au point O. Le bras S_2 est articulé au bras S_1 au point A. Le bâti S_0 est lié au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le bras S_1 est lié au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ et le bras S_2 est lié au repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$. On donne $\overrightarrow{OA} = a\vec{x}_1$, $\overrightarrow{AB} = b\vec{x}_2$

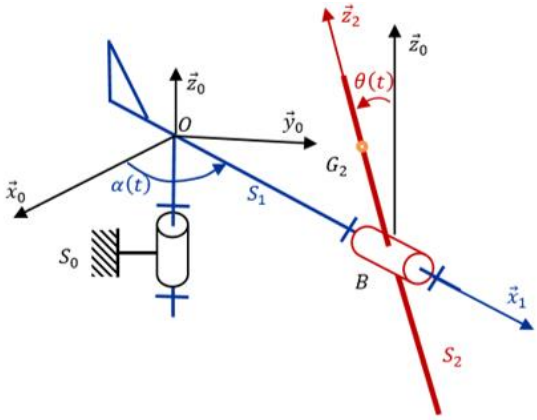


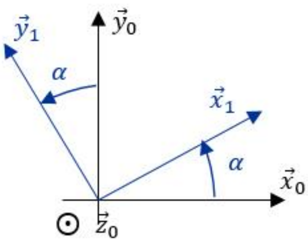


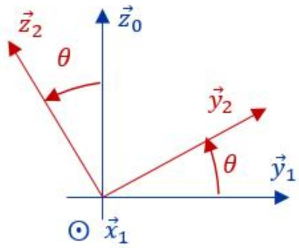
1. Déterminer les vitesses angulaires suivantes : $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$, $\vec{\Omega}(S_2/S_0)$ et $\vec{\Omega}(S_2/S_1)$
2. Déterminer par dérivation (méthode directe) : $\vec{V}(A \in S_1/S_0)$, $\vec{V}(B \in S_2/S_1)$ et $\vec{V}(B \in S_2/S_0)$
3. Déterminer les accélérations $\vec{\Gamma}(A \in S_1/S_0)$ et $\vec{\Gamma}(B \in S_2/S_0)$
4. Déterminer par la méthode de champ des vecteurs vitesses : $\vec{V}(A \in S_1/S_0)$ et $\vec{V}(B \in S_2/S_1)$
5. Déterminer les torseurs cinématiques suivants :
   - ✓ $\{\vartheta(S_1/S_0)\}_O$ et $\{\vartheta(S_1/S_0)\}_A$
   - ✓ $\{\vartheta(S_2/S_1)\}_A$ et $\{\vartheta(S_2/S_1)\}_B$
6. Déterminer par la méthode de composition de mouvement : $\vec{V}(A \in 2/S_0)$ et $\vec{V}(B \in 2/S_0)$

Exercice 3 : Eolienne à deux pales

L'étude porte sur une éolienne à deux pales (figures suivantes) :







Ce système est constitué de trois solides :

- Le bâti S_0, lié au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- Le corps S_1, lié au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, en mouvement de rotation d'axe $(O, \vec{z}_0)$ par rapport au bâti S_0 tel que $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha$.
- Les pâles S_2, liés au repère $R_2(B, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe $(B, \vec{x}_1)$ par rapport au corps 1 tel que $\overrightarrow{OB} = b.\vec{x}_1$ (b constant) et $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = \theta$.

À la suite d'un endommagement d'une pale, le centre d'inertie de S_2 (ensemble des deux pales), son centre d'inertie G_2 n'est plus sur l'axe de rotation $(O, \vec{x}_1)$). Pour cela, des effets dynamiques (vibrations) peuvent apparaitre et être à l'origine d'efforts qui vont user anormalement certaines pièces du système. Dans ce cas, la position du centre d'inertie G_2 est défini par : $\overrightarrow{BG_2} = c\vec{z}_2$ (c constant).

1. Déterminer les torseurs cinématiques suivants : $\{\vartheta(S_1/S_0)\}_O$ et $\{\vartheta(S_2/S_0)\}_B$

2. Déterminer $\vec{V}(G_2 \in S_2/S_0)$ par dérivation, par composition de mouvement et par champ de vecteurs vitesses

3. Déterminer $\vec{\Gamma}(G_2 \in S_2/S_0)$

Exercice 4. Condition de roulement sans glissement

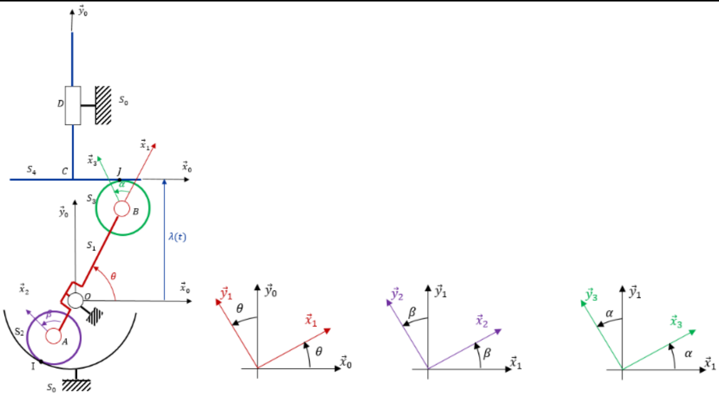
L'étude porte sur un système utilisé pour soulever une charge. Ce système est composé de :

- Un bâti (S_0) lié au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- Une tige (S_1), liée au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0). Soit $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- Un disque (S_2), lié au repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec la tige S_1 et en liaison ponctuelle de normale $(I, \vec{x}_1)$ avec (S_0). Soit $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$;
- Un disque (S_3), lié au repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec la tige S_1 et en liaison ponctuelle de normale $(J, \vec{y}_0)$ avec le piston (S_4). Soit $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$;
- Un piston S_4, lié au repère $R_4(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est en liaison glissière d'axe $(D, \vec{y}_0)$;

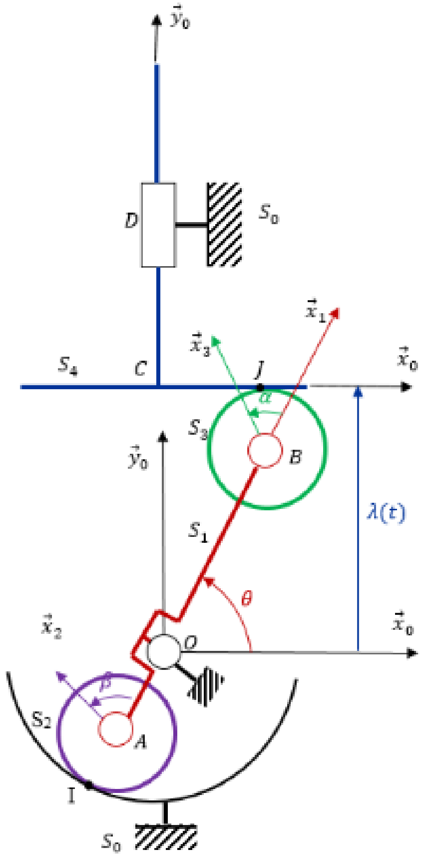
On donne ci-dessous les données géométriques nécessaires au calcul cinématique.

$\overrightarrow{OI} = -R\vec{x}_1$, $\overrightarrow{OB} = 2R\vec{x}_1$, $\overrightarrow{OA} = -(R-r)\vec{x}_1$, $\overrightarrow{AI} = -r\vec{x}_1$, $\overrightarrow{BJ} = r\vec{y}_0$, $\overrightarrow{OC} = \lambda(t)\vec{Y}_0$

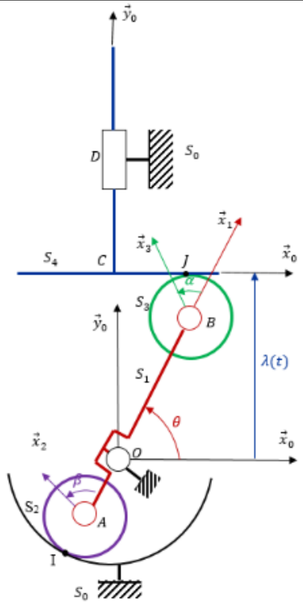
1. Déterminer les vecteurs vitesses instantanées de rotation $\vec{\Omega}(S_1/0)$, $\vec{\Omega}(S_2/0)$, $\vec{\Omega}(S_3/0)$



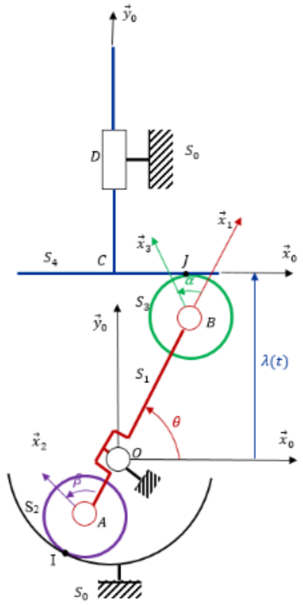
2. Déterminer le torseur cinématique de la tige S_1 dans son mouvement par rapport au repère R_0 au point A puis au point B ;



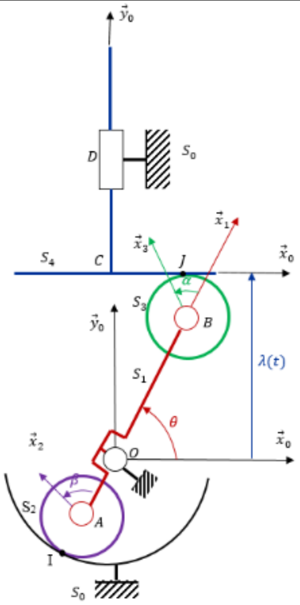
3. Déterminer le torseur cinématique du piston S_4 dans son mouvement par rapport au bâti, au point C.



4. Calculer la vitesse de glissement au point I du mouvement de (S_2) par rapport à (S_0). En déduire la condition de roulement sans glissement ;

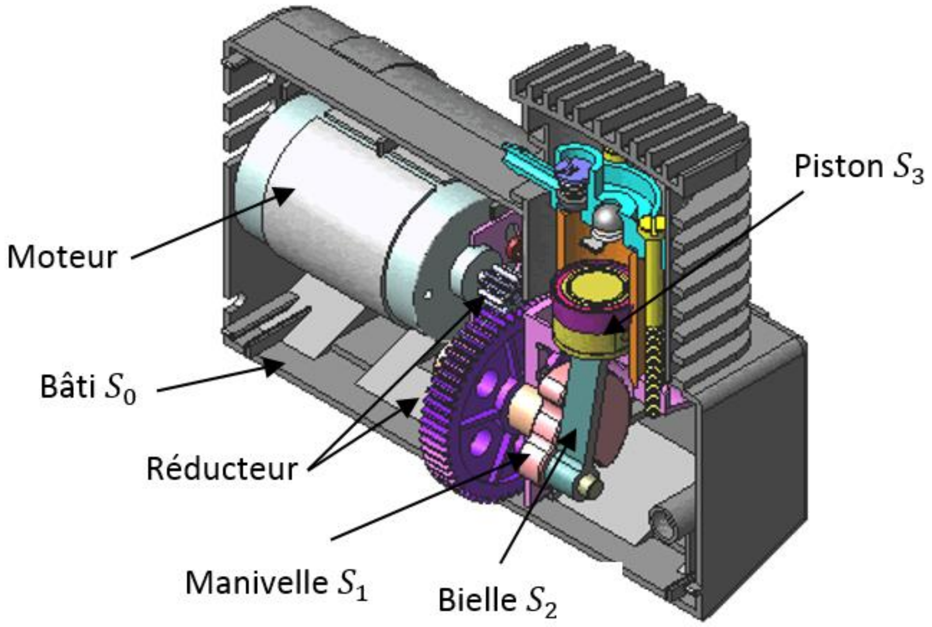


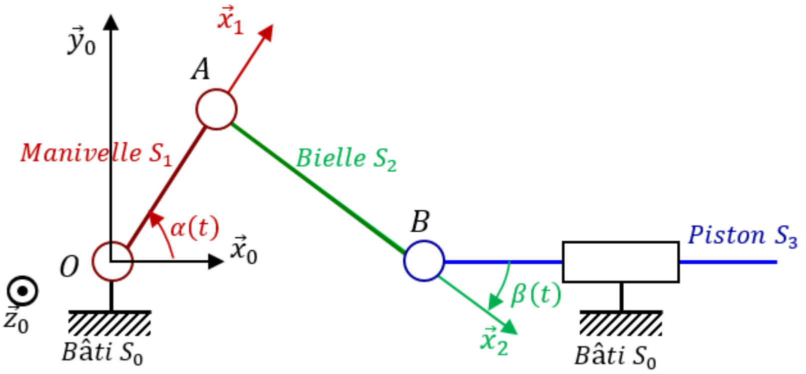
5. Calculer la vitesse de glissement au point J du mouvement de (S_3) par rapport au piston S_4. En déduire la condition de roulement sans glissement.

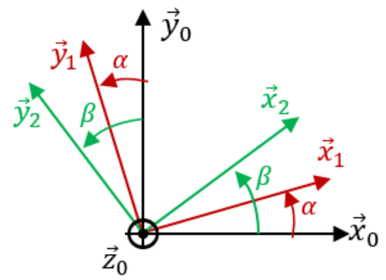


Exercice 5: Mini-compresseur

Le compresseur, donné par la figure jointe, est utilisé pour gonfler une roue de voiture, une roue de vélo, un ballon, un matelas… etc. Son fonctionnement utilise le principe de transformation de mouvement de rotation continu (de la manivelle S_1 par rapport au bâti S_0) en un mouvement de translation alternatif (du piston S_3 par rapport au bâti S_0).







On donne : $\overrightarrow{OB} = \lambda(t)\vec{x}_0, \overrightarrow{OA} = R\vec{x}_1, \overrightarrow{AB} = d\vec{x}_2,\ R = 40mm, d = 100mm$

1. Etude géométrique : loi entrée-sortie

1.1. Donner le graphe de liaisons de ce système ;

1.2. Préciser le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système ;

1.3. Déterminer les équations qui découlent de la fermeture géométrique de la chaine des solides S_0-S_1-S_2-S_3 ;

1.4. Déduire la loi entrée-sortie du système ;

1.5. Déduire la course C du piston sachant qu'on a : $C = \lambda_{max} - \lambda_{min}$.

2. Etude cinématique : Vitesse angulaire de la bielle

2.1. Déterminer $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$, $\vec{\Omega}(S_2/S_0)$, $\vec{\Omega}(S_2/S_1)$ et $\vec{\Omega}(S_3/S_0)$

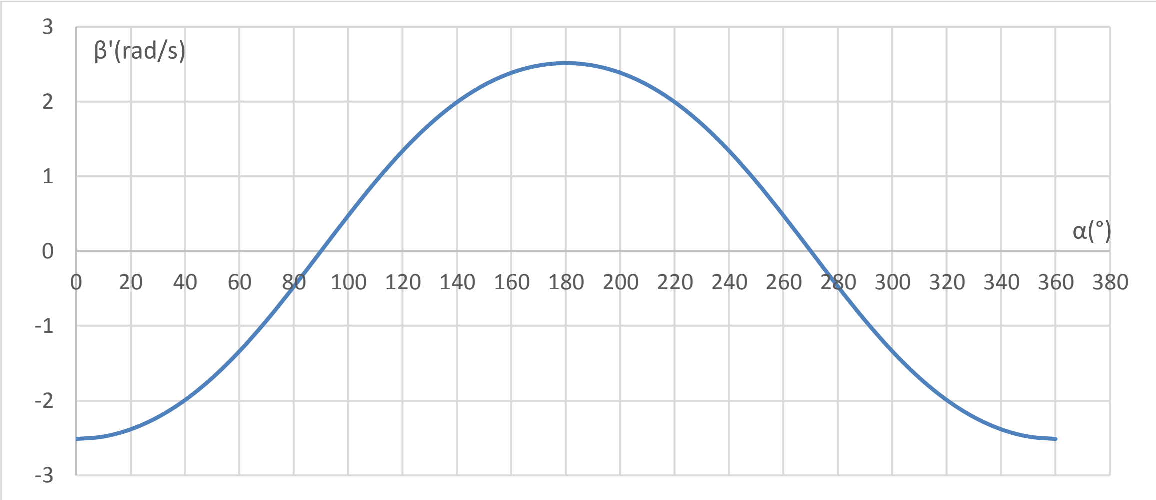
2.2. Déterminer $\vec{V}(A \in S_1/S_0)$ et $\vec{V}(B \in S_2/S_1)$

2.3. Déduire, deux expressions différentes de $\vec{V}(B \in S_3/S_0)$.

2.4. Déduire deux équations scalaires à partir de la question précédente.

2.5. Exprimer la vitesse angulaire $\dot{\beta}(t)$ en fonction de $\alpha(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et les paramètres géométriques du système.

2.6. On admet que la vitesse de rotation de la manivelle est constante et est égale à $\dot{\alpha}(t) = 2\pi$rad/s. On donne la courbe suivante qui représente l'allure de la vitesse angulaire $\dot{\beta}(t)$ en fonction de $\alpha(t)$. Interpréter vis-à-vis le signe de $\dot{\beta}(t)$ et le sens de rotation de 2 par rapport à 0.



*** Fin ***