



**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,  
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,  
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,  
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,  
IMT Atlantique, ENSAE PARIS, CHIMIE PARISTECH.**

**Concours Centrale-Supélec (Cycle International),  
Concours Mines-Télécom, Concours Commun TPE/EIVP.**

**CONCOURS 2020**

**ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES**

**Durée de l'épreuve : 4 heures**

**L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.**

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente  
sur la première page de la copie :*

**SCIENCES INDUSTRIELLES - PSI**

*L'énoncé de cette épreuve comporte 16 pages de texte et un fascicule de 4 pages  
regroupant les annexes de 1 à 4.*

*Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 16 pages distribué avec le sujet.  
Un seul document-réponse est fourni au candidat.*

*Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.*

*Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre,  
à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms,  
numéro d'inscription et signature.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé,  
il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des  
initiatives qu'il est amené à prendre.*

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés les termes de la licence  
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.  
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.



# Manipulateur FESTO EXCM-30

## I. PRÉSENTATION

### I.1 Contexte et solution industrielle

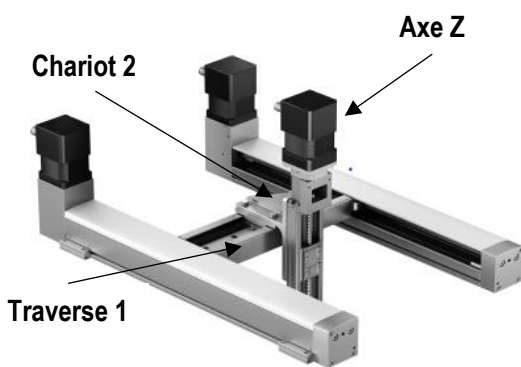


Figure 1 : l'EXM-30 muni d'un troisième axe (vertical)

La production industrielle fait largement appel aux robots ; ceux-ci constituent un investissement coûteux. La rapidité d'évolution des objets produits et les exigences de rentabilité justifient d'employer des solutions de production flexibles, de sorte à adapter au plus vite les outils aux nouveaux produits.

C'est précisément pour répondre à ces exigences que FESTO, un des leaders mondiaux de systèmes d'automatisation pneumatiques et électriques, a développé un manipulateur à grande vitesse pour des opérations dynamiques de manipulation et d'assemblage de petites pièces (figure 1).

Ce robot cartésien deux axes (en robotique, un axe désigne un ensemble formé d'un actionneur, d'un effecteur et de la chaîne de transmission de puissance reliant ces deux constituants) permet à un chariot d'atteindre une position quelconque dans un plan délimité par les dimensions du manipulateur. La cinématique est assurée par deux moteurs pas à pas qui entraînent une seule courroie crantée comme illustré sur la figure 2 et sur l'annexe 1.

On propose ici d'étudier la faisabilité d'utiliser le manipulateur EXCM-30, muni d'un troisième axe de translation (appelé par la suite « axe Z ») fixé sur le chariot, pour mouvoir une unité de vissage/dévisage (appelée par la suite « visseuse ») sur une unité de production automatisée (figure 3).

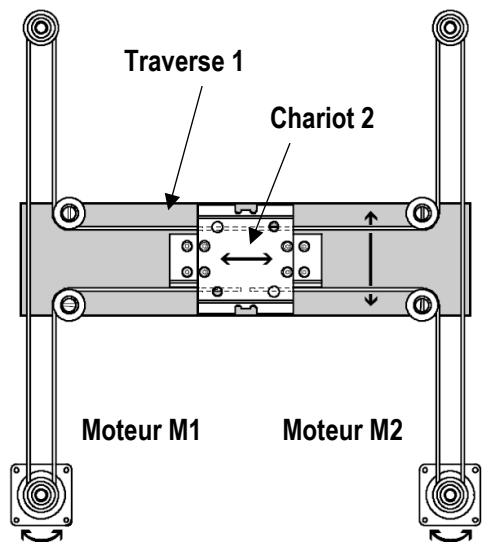


Figure 2 : le chariot de l'EXCM-30 est mû par deux moteurs et une courroie crantée

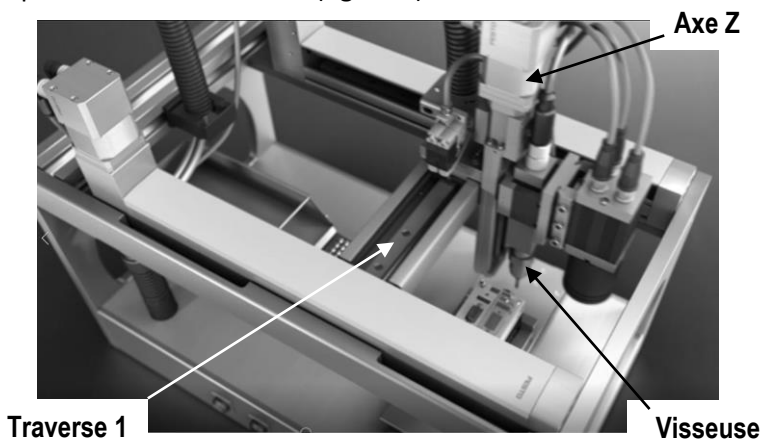


Figure 3 : poste de vissage

## I.2 Cahier des charges

Le manipulateur, muni de l'axe Z sur lequel est adaptée la visseuse, est intégré à un ensemble de production.

Pour être sûr que les opérations de vissage se déroulent sans problèmes, de manière à ne pas perturber la cadence de production, le client attend que le manipulateur respecte le cahier des charges partiel reporté dans le tableau 1.

Exigence client	Intitulé	Critère	Niveau
C.1	La précision de positionnement de chaque vis doit être suffisante.	Erreur statique de position sur chaque direction du plan	< 0,05 mm
		Dépassement	< 5 %
C.2	La visseuse doit être déplacée dans un temps compatible avec les cadences de production.	Temps de déplacement d'un point à un autre	< 2 s

Tableau 1 : liste (non exhaustive) des exigences du poste de vissage

La société FESTO a par ailleurs défini un cahier des charges général du manipulateur, transversal à son implantation dans une quelconque entreprise (figure 4).

L'objectif de l'étude partiellement conduite ici est de proposer et valider des solutions constructives et des réglages du manipulateur EXCM-30 de sorte qu'il puisse convenir à l'utilisation prévue.

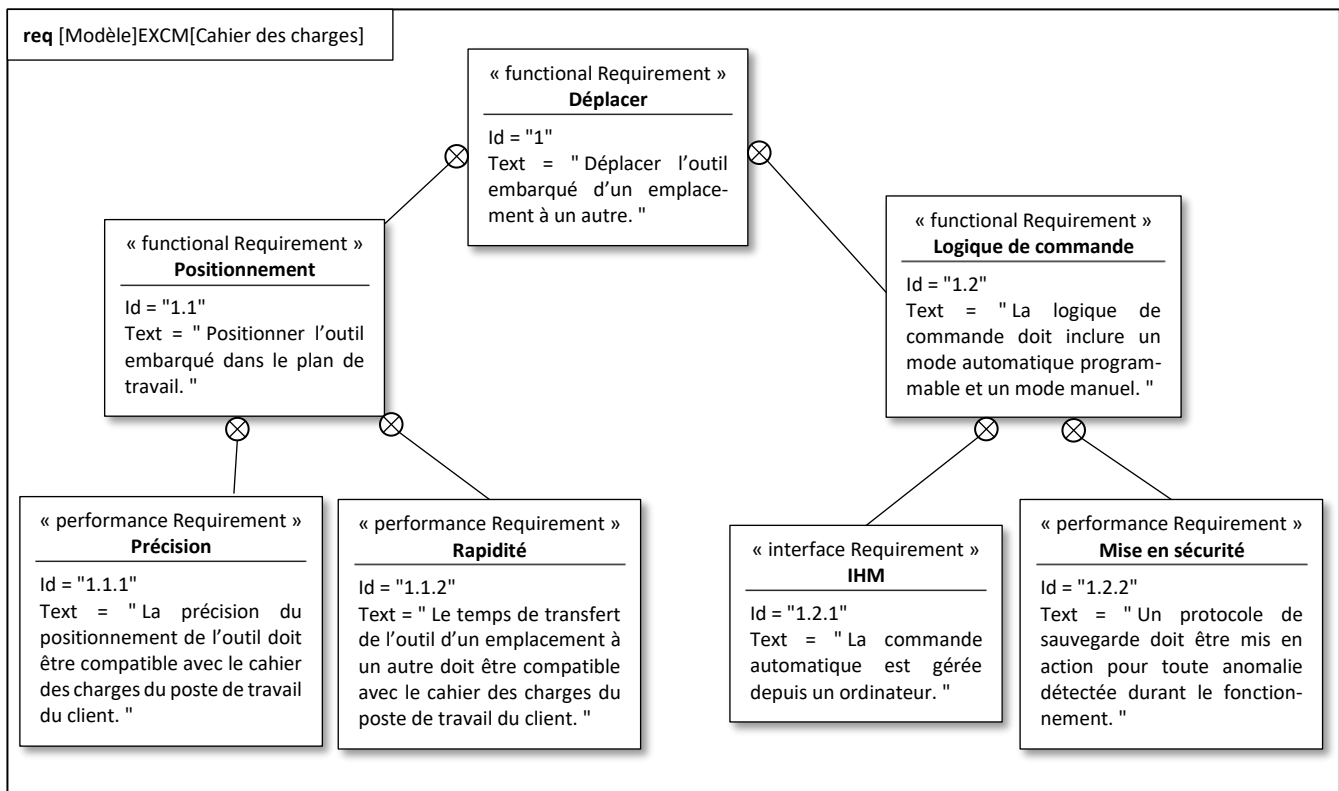


Figure 4 : diagramme partiel des exigences

## I.3 Description du manipulateur

Le manipulateur (vue de dessus reportée en annexe 1) est constitué d'un chariot 2 se déplaçant en translation rectiligne selon la direction  $\vec{y}$  sur une traverse 1 ; celle-ci est en translation rectiligne selon la direction  $\vec{x}$  par rapport au bâti 0.

Une unique courroie crantée est utilisée pour transmettre les mouvements des poulies motrices P1 et P2 (solidaires respectivement des rotors des moteurs-freins M1 et M2) à la traverse 1 et au chariot 2. Les extrémités de cette courroie sont liées au chariot 2 aux points A et L. Le choix de la transmission par poulies et courroie crantées est justifié pour supprimer tout glissement entre les poulies motrices et la courroie.

Les poulies P1, P2, P3 et P4 sont en liaison pivot avec le bâti 0, d'axe orienté par la direction  $\vec{z}$  ; les poulies P5, P6, P7 et P8 sont en liaison pivot avec la traverse 1, d'axe orienté par la direction  $\vec{z}$ .

## II. ÉTABLISSEMENT DE LA LOGIQUE DE COMMANDE

---

*L'objectif de cette partie est d'améliorer la gestion automatisée du manipulateur et de préciser une logique de commande particulière.*

---

### II.1 Description du processus normal

Le fonctionnement normal du manipulateur, décrit dans le diagramme d'états reporté sur le document-réponses (figure R1), comprend les états suivants :

- Attente : le manipulateur est sous tension et immobile ;
- Mode manuel : l'opérateur peut commander directement chaque axe motorisé ;
- Mode automatique : le manipulateur répète en continu le processus de vissage complet ;
- Retour en PI : le chariot du manipulateur revient en position initiale.

La description des variables logiques associées aux entrées et sorties de la commande est reportée dans le tableau T1 du document-réponses.

### II.2 Élaboration d'un mode de fonctionnement « sauvegarde »

Lorsqu'une anomalie est détectée par un des capteurs dont est équipé le manipulateur, il est important que l'outil de vissage soit dégagé de la zone de travail. En effet, l'opérateur peut alors intervenir sur la visseuse comme sur les composants à assembler. L'objectif à atteindre est l'élaboration de la commande de ce mode de fonctionnement.

Le cahier des charges préfigurant la modification à apporter contient les exigences suivantes :

- lorsque la variable binaire « dysfonc » prend la valeur 1, le manipulateur étant dans un mode de fonctionnement, celui-ci doit être désactivé et le mode de sauvegarde doit être activé ;
- le profil de vitesse doit alors être ramené à une valeur constante  $v_{\text{mini}}$  ;
- la visseuse doit être remontée jusqu'à sa position haute, ce qui est validé par l'information « outil\_haut » ;
- une fois la visseuse en position haute, l'état « Mode\_sauvegarde » peut être désactivé de manière à débiter une phase de retour en position initiale.

**Question 1** Sur la figure R1 du document-réponses, tracer les liens et préciser les transitions autour de l'état « Mode\_sauvegarde » de manière à satisfaire le cahier des charges.

**Question 2** Sur la figure R1 du document-réponses, préciser dans l'état « Mode\_sauvegarde » les actions à effectuer de manière à satisfaire le cahier des charges.

### II.3 Élaboration des consignes articulaires

Le pilotage du manipulateur est effectué en envoyant des consignes de position angulaire aux moteurs (appelées consignes articulaires). La connaissance de la position du chariot en fonction des consignes articulaires s'appelle en robotique le modèle géométrique direct.

Le modèle géométrique inverse est utilisé par la partie commande pour déterminer les consignes articulaires à partir de la trajectoire que doit emprunter le chariot.

Pour l'élaboration de ces modèles, on formule les hypothèses que la courroie crantée est inextensible et qu'il n'y a pas glissement entre la courroie et les poulies.

### II.3.1 Modèle géométrique direct

Le paramétrage du manipulateur est reporté en annexe 1.

Dans la suite, pour simplifier les calculs, on ne prend pas en compte les longueurs (constantes) des portions de la courroie enroulées sur les poulies. La position du chariot dans le plan est connue à partir de la détermination des longueurs  $\ell_{x_2}$  et  $\ell_{y_2}$  des brins de courroie entre respectivement les points (I ; J) et (K ; L) (annexe 1). La construction à une unique courroie impose alors les contraintes géométriques suivantes entre les longueurs des brins de la courroie ( $L_x, L_y$  étant des constantes connues).

$$\begin{cases} \ell_{x_1} + \ell_{x_3} = L_x \\ \ell_{y_1} + \ell_{y_2} = L_y \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \ell_{x_1} = \ell_{x_2} \\ \ell_{x_3} = \ell_{x_4} \end{cases}$$

À partir d'une position quelconque du chariot, on introduit une variation de position  $\Delta\theta_1$  (respectivement  $\Delta\theta_2$ ) de la poulie motrice 1 (respectivement 2) entraînée par le moteur  $M_1$  (respectivement  $M_2$ ).

Il en découle des variations de longueur dans les brins de la courroie, représentées par des variables algébriques, notées respectivement  $\Delta\ell_{u_i}$ ,  $u \in \{x; y\}$  et  $i \in \{1; 2; 3; 4\}$ .

Toutes les poulies sont de même rayon  $R_p$ .

**Question 3** En supposant la poulie motrice P2 bloquée en position, analyser la conséquence de la rotation  $\Delta\theta_1$  dans le sens positif de la poulie motrice P1, sur la longueur de la courroie entre les points A et D. En déduire une relation entre  $\Delta\theta_1, R_p, \Delta\ell_{x_1}$  et  $\Delta\ell_{y_1}$ . Procéder de même (en inversant les rôles des poulies motrices P1 et P2) pour obtenir une relation entre  $\Delta\theta_2, R_p, \Delta\ell_{x_2}$  et  $\Delta\ell_{y_2}$ .

**Question 4** À partir des équations traduisant les contraintes géométriques, données précédemment, établir les quatre équations des contraintes géométriques entre les variations de longueur  $\Delta\ell_{u_i}$ .

**Question 5** Exprimer alors les variations de longueur  $\Delta\ell_{x_2}$  et  $\Delta\ell_{y_2}$  des brins de courroie en fonction de  $R_p, \Delta\theta_1$  et  $\Delta\theta_2$ .

### II.3.2 Modèle géométrique inverse

**Question 6** À partir du résultat de la question précédente, exprimer les consignes articulaires  $\Delta\theta_1$  et  $\Delta\theta_2$  en fonction des variations de coordonnées du chariot données par  $\Delta\ell_{x_2}$  et  $\Delta\ell_{y_2}$ .

**Question 7** Indiquer quel(s) moteur(s) doit (doivent) tourner pour obtenir un déplacement longitudinal du chariot caractérisé par :  $\Delta\ell_{x_2} > 0$  et  $\Delta\ell_{y_2} = 0$ . Le cas échéant, préciser le sens de rotation (les valeurs des vitesses de rotation ne sont pas demandées).

## II.4 Élaboration du programme « Retour en position initiale »

La position initiale du chariot est située dans le coin de l'espace de travail de coordonnées  $(x_{\text{mini}}; y_{\text{mini}})$  (figure 5 et annexe 1). Durant toute la phase de retour en position initiale, on admet que chaque moteur peut être soit bloqué en position, soit en rotation dans le sens positif ou dans le sens négatif, à vitesse constante. La valeur absolue de cette vitesse de rotation est identique pour les deux moteurs.

Le principe de retour du chariot en position initiale étant de débiter par une trajectoire en diagonale, on distingue deux cas de figure, schématisés sur la figure 5.

La description des symboles utilisés dans l'algorithme est reportée dans l'annexe 2.

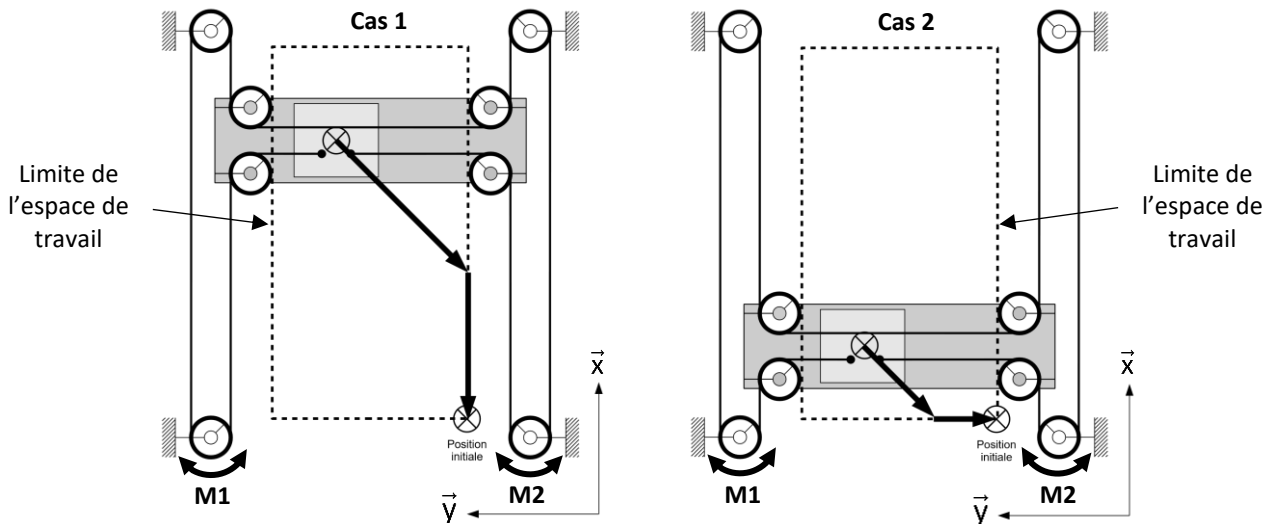


Figure 5 : trajectoires de retour en position initiale à partir de deux positions quelconques du chariot dans l'espace de travail

**Question 8** Compléter sur la figure R2 du document-réponses l'algorithme de programmation du retour en position initiale du chariot.

### III. COMMANDE DES AXES DU MANIPULATEUR

L'objectif de cette partie est d'établir un modèle de connaissance du manipulateur en vue d'élaborer des lois de commande.

Pour toute cette partie, dans un souci de simplification des calculs, on pose les conditions de fonctionnement suivantes (figure 6 et figure 7) :

- le mouvement de l'axe Z est bloqué sur le chariot 2 ;
- l'axe Y est positionné dans le plan médian du manipulateur et est bloqué sur la traverse 1 ;
- le mouvement de l'ensemble  $E = \{\text{traverse 1 ; chariot 2 ; axe Z ; visseuse}\}$  est une translation rectiligne de direction  $\vec{x}$ .

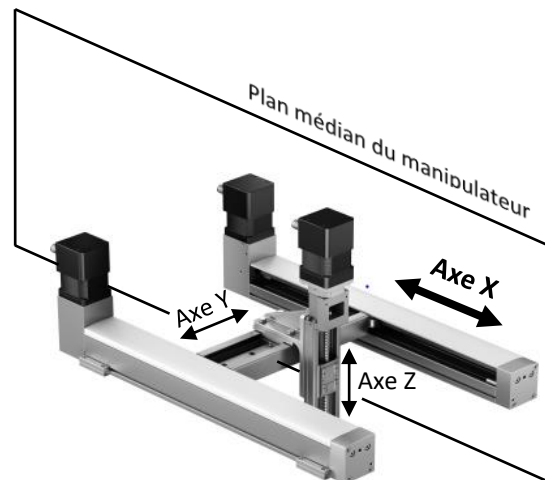


Figure 6 : configuration du manipulateur dans le plan médian longitudinal

Compte tenu de la symétrie matérielle, le système est équivalent à un axe linéaire (appelé « axe X » dans cette partie de l'énoncé) composé d'un moteur pas à pas qui entraîne l'ensemble  $E = \{\text{traverse ; chariot ; axe Z ; visseuse}\}$  à l'aide d'une transmission par poulies-courroie comme le montre la figure 7.

### III.1 Modèle de la partie mécanique du manipulateur

Comme indiqué dans la présentation, le manipulateur FESTO est souvent employé dans des applications industrielles nécessitant une très grande précision. Pour respecter ce critère, l'asservissement en position doit intégrer toutes les sources d'erreurs liées au positionnement du manipulateur. Dans ce cas d'étude, il n'est donc pas possible de considérer a priori la courroie comme étant inextensible.

Pour prendre en compte l'élasticité de la courroie, une approche discrète de celle-ci est envisagée. On modélise chaque tronçon de courroie par un ressort de masse négligeable, l'ensemble E étant relié à la courroie au point K (figure 7).

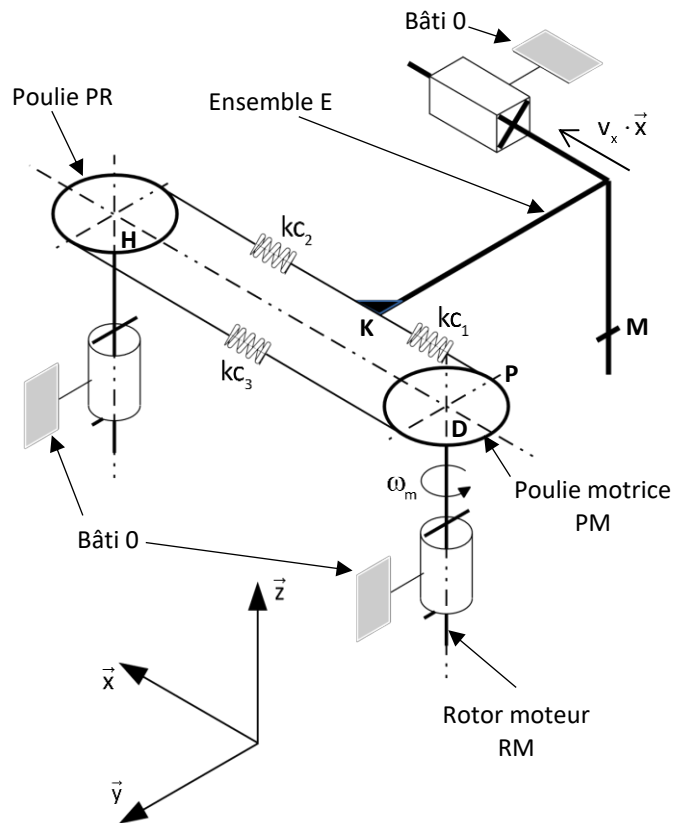


Figure 7 : modèle simplifié du manipulateur

**Données :**

$$\{F(\text{stator} \rightarrow \text{RM})\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ c_m \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_D$$

action mécanique exercée par le stator sur le rotor moteur RM

$$\{V(\text{PM}/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega_m \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

torseur cinématique de la poulie motrice PM par rapport au référentiel bâti 0

x déplacement du point M de l'ensemble E dans le référentiel bâti 0

$$\{V(E/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_M$$

torseur cinématique de l'ensemble E par rapport au référentiel bâti 0, avec

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

xc déplacement du point de contact P de la courroie avec la poulie motrice PM dans le référentiel bâti 0

$$\vec{V}(P, \text{courroie}/0) = v_c \cdot \vec{x}$$

vitesse de translation du point P de la courroie par rapport au référentiel

bâti 0, avec  $v_c = \frac{dx_c}{dt}$

$$\vec{V}(K, \text{courroie}/E) = \vec{0}$$

vitesse relative entre la courroie et l'ensemble E nulle au point K

J<sub>R</sub> moment d'inertie de l'ensemble {rotor moteur RM ; poulie motrice PM} (l'inertie de la poulie PR et les masses des tronçons de la courroie sont négligées)

M<sub>t</sub> masse totale de l'ensemble E = {traverse ; chariot ; axe Z ; visseuse}

R<sub>p</sub> rayon des poulies (D centre de la poulie motrice PM, H centre de la poulie PR)

$f_1$	coefficient de frottement visqueux modélisant les dissipations dans l'ensemble {moteur ; transmission par poulies-courroie}, ramenées à l'axe moteur, en $\text{N}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}$
$f_2$	coefficient de frottement visqueux de la liaison glissière en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}$
$kc_i$	raideur du tronçon $i$ de la courroie en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
$\{F(\text{courroie} \rightarrow E)\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{t}_c \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$	action de la courroie sur l'ensemble E
$\{F(\text{courroie} \rightarrow \text{PM})\} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{t}_c \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P$	action de la courroie sur la poulie motrice PM

### III.1.1 Détermination de la raideur équivalente de la courroie

Dans cette partie, l'objectif est de déterminer un modèle équivalent à l'ensemble des tronçons souples de la courroie.

Dans le but d'évaluer l'influence de l'élasticité de la courroie sur la précision de positionnement du manipulateur, les hypothèses suivantes sont retenues :

- les dissipations d'énergie sont négligées ;
- seule l'élasticité de la courroie est prise en compte, les autres éléments sont considérés comme des solides indéformables ;
- la masse et l'inertie de la courroie sont négligeables devant les masses et inerties des autres solides.

Dans un premier temps, on détermine un modèle simplifié de l'ensemble poulies-courroie sous forme d'un ressort équivalent, seul lien entre la poulie motrice et l'ensemble E (figure 8).

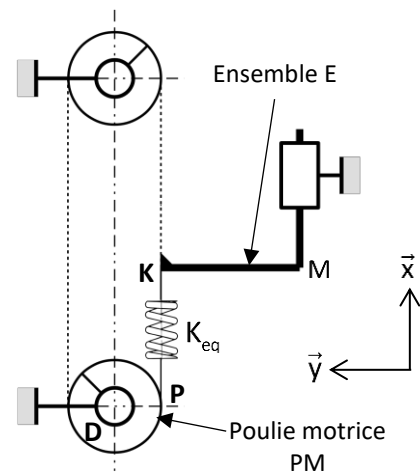


Figure 8 : modèle simplifié de l'ensemble poulies-courroie

Le modèle acausal incomplet de la transmission de puissance par l'ensemble {poulies ; courroie} est reporté sur la figure R3 du document-réponses. Une palette de composants standards est donnée en annexe 3.

Le modèle causal est reporté sur la figure 10.

**Question 9** Compléter sur la figure R3 le modèle acausal du document-réponses afin de visualiser le déplacement en translation de l'ensemble E sur un écran d'affichage. Préciser dans la partie grisée de la figure R3, le nom de chaque bloc ajouté, ainsi que les liens entre les blocs.

Le déplacement de l'ensemble E pendant 0,07 s, par suite d'une rampe de position de 0,1 rad sur une durée de 25 ms et retardée de 0,01 s, appliquée à la poulie motrice, est reporté sur la figure 9.

La masse de l'ensemble E est  $M_t = 1 \text{ kg}$ .

**Question 10** Relever la période T des oscillations observées sur la figure 9. À partir des valeurs de T et de  $M_t$ , calculer une valeur approchée de  $K_{eq}$ .



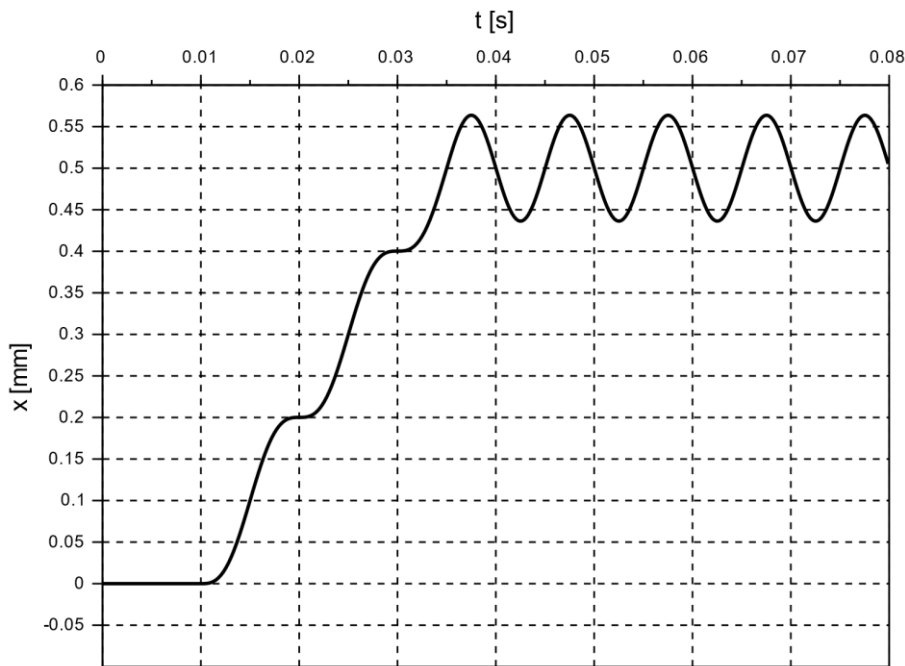


Figure 9 : déplacement (mm) de l'ensemble E après une rampe de position de 0,1 rad d'une durée de 25 ms et retardée de 0,01 s, appliquée à la poulie motrice

### III.1.2 Modèle de connaissance de la partie mécanique du manipulateur :

*L'objectif de cette partie est de justifier le modèle proposé.*

La figure 10 représente le schéma-blocs correspondant au modèle simplifié retenu pour cette étude. Les variables utilisées sont décrites en-dessous de la figure 7.

Les notations relatives à la transformation de Laplace sont reportées en annexe 4.

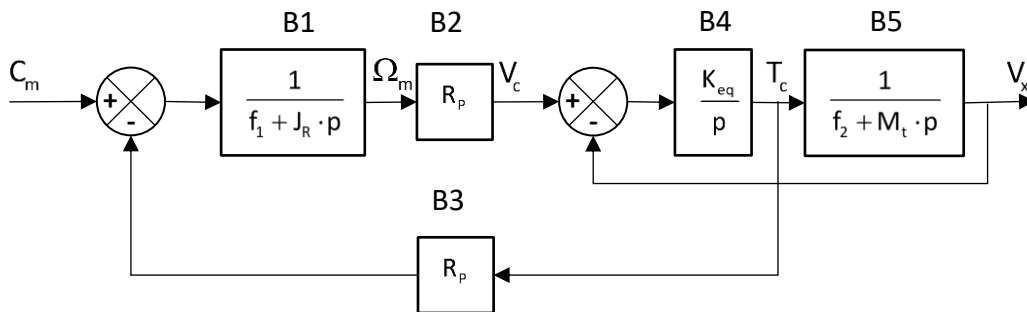


Figure 10 : schéma-blocs du modèle simplifié du manipulateur

**Question 11** Justifier l'expression de la fonction de transfert du bloc B1 et celle du bloc B3 du schéma-blocs (figure 10). Préciser le(s) solide(s) isolé(s), les actions mécaniques prises en compte, les hypothèses effectuées, le théorème utilisé.

**Question 12** Justifier l'expression de la fonction de transfert du bloc B4 du schéma-blocs de la figure 10.

**Question 13** Justifier l'expression de la fonction de transfert du bloc B5 du schéma-blocs de la figure 10. Préciser le(s) solide(s) isolé(s), les actions mécaniques prises en compte, les hypothèses effectuées, le théorème utilisé.

**Question 14** Déterminer analytiquement l'expression de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_x(p)}{C_m(p)}$ . Exprimer  $H(p)$

sous la forme  $\frac{R_p K_{eq}}{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + a_3 \cdot p^3}$  et compléter le tableau du document-réponses.

Une résolution numérique permet de déterminer les pôles  $p_i$  de  $H(p)$ . La représentation de ces pôles dans le plan complexe est reportée dans la figure 11.

**Question 15** À partir de la représentation de ces pôles dans le plan complexe, justifier que la fonction de transfert  $H(p)$  peut être approchée par une fonction de transfert du premier ordre.

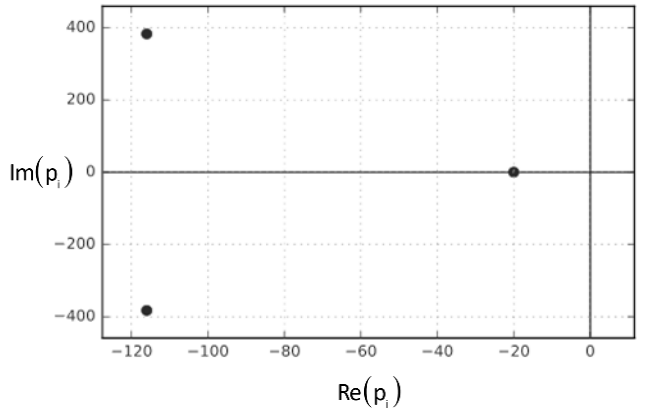


Figure 11 : lieu des pôles de  $H(p)$

On note  $H_a(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$  la fonction de transfert approchée du premier ordre de  $H(p)$ .

**Question 16** En formulant l'hypothèse que la raideur équivalente  $K_{eq}$  est très grande, montrer que la fonction de transfert approchée  $H_a(p)$  est indépendante de  $K_{eq}$ .

### III.1.3 Conclusion partielle

L'étude faite ici montre que l'élasticité de la courroie n'est pas un élément prépondérant du comportement mécanique du manipulateur. Il faudra toutefois vérifier que le comportement oscillant associé ne nuit pas aux critères de précision et de dépassement du cahier des charges.

## III.2 Étude de la commande

---

*L'objectif de cette partie est de proposer les réglages de la structure de commande de la motorisation des axes du manipulateur.*

---

### III.2.1 Principe de commande des moteurs

Les actionneurs choisis par la société FESTO pour entraîner la courroie crantée sont des moteurs électriques pas à pas.

La particularité des moteurs pas à pas est qu'ils assurent un déplacement angulaire fixé à chaque envoi d'une impulsion électrique dans leur circuit de commande.

À l'origine, ces moteurs sont faits pour être commandés en boucle ouverte ; en effet, chaque impulsion envoyée générant une rotation d'un pas du moteur, il suffit en théorie d'effectuer un comptage des impulsions pour connaître la position angulaire du rotor du moteur. Dans la pratique, lorsque le couple résistant devient trop important par rapport aux capacités du moteur, il apparaît un ou plusieurs « sauts » de pas. En boucle ouverte, ces erreurs ne peuvent pas être corrigées.

Actuellement, les progrès de l'électronique permettent de commander les moteurs pas à pas en « micro-pas » ; ainsi, les moteurs choisis par FESTO pour l'EXCM-30 sont pilotés selon un échantillonnage de 2 000 pas par tour. En conséquence, la commande de ces moteurs contient une boucle tachymétrique et une boucle de position, cette dernière permettant de « récupérer » les éventuels sauts de pas.

Le cahier des charges partiel spécifique à cette commande est reporté dans le tableau 2 ci-dessous.

Exigence	Intitulé	Critère	Niveau
Id 1.1.1	La précision de la commande en position doit être compatible avec les exigences du client.	Erreur statique de position pour une entrée en échelon, selon chaque direction du plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$	< 0,05 mm
		Dépassement	< 5 %
Id 1.1.2.1	La dynamique du chariot doit être contrôlée.	Erreur statique de vitesse pour une entrée en échelon de la boucle tachymétrique	nulle
		Rapidité de la boucle tachymétrique	$t_{5\%} \leq 30$ ms
		Stabilité de la commande asservie en position <ul style="list-style-type: none"> <li>• marge de gain</li> <li>• marge de phase</li> </ul>	$\geq 10$ dB $\geq 40$ degrés

Tableau 2 : cahier des charges partiel de la commande des axes

### III.2.2 Modèle de connaissance simplifié

La rotation du rotor d'un moteur est obtenue selon le processus décrit ci-après (figure 12). Les impulsions de commande (déclenchant chacune la rotation d'un pas du moteur) sont élaborées dans l'oscillateur contrôlé en tension (OCT) selon une fréquence proportionnelle à la tension fournie  $u_f(t)$ . Un translateur et un module de puissance sont alors chargés d'alimenter les différentes bobines du moteur pas à pas de sorte à obtenir les rotations attendues.

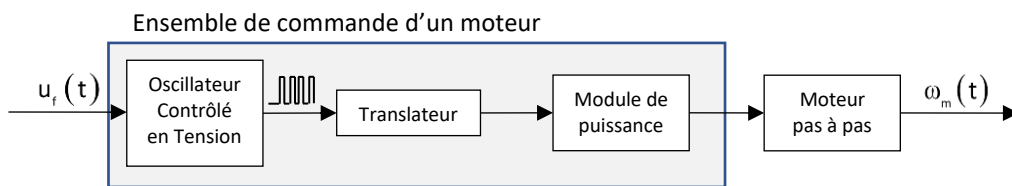


Figure 12 : schéma structurel de commande en tension d'un moteur pas à pas

Attendu que la tension  $u_f(t)$  définit la fréquence des impulsions produites par l'OCT, donc la fréquence des déplacements du rotor du moteur, on peut considérer l'ensemble comme une solution de commande de la vitesse de rotation du moteur (entraînant le chariot et sa charge).

Compte-tenu des caractéristiques des différents composants, on adopte un modèle simplifié de l'ensemble {commande du moteur ; moteur + charge} sous forme d'une fonction de transfert du premier ordre.

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_f(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

Le schéma général envisagé de la commande est alors celui reporté dans la figure 13.

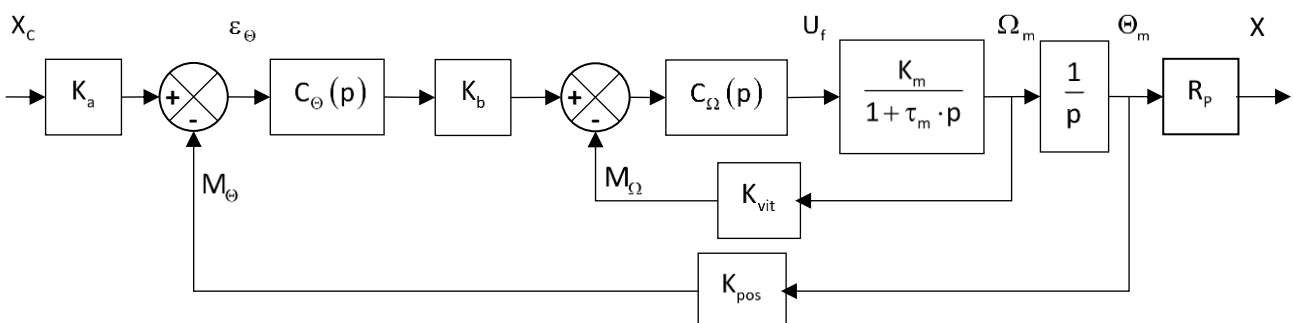


Figure 13 : modèle causal de la commande en position de la traverse par rapport au bâti

Les données et variables utilisées sont définies comme suit :

$$K_m = 0,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$

$$\tau_m = 0,5 \text{ s}$$

$K_a$  : adaptateur de la commande en position

$K_b$  : adaptateur de la commande tachymétrique

$K_{vit}$  : gain de la chaîne d'acquisition tachymétrique

$K_{pos}$  : gain de la chaîne d'acquisition de position

$R_p = 5 \text{ mm}$  : rayon des poulies motrices

$M_\Omega$  : mesure de la vitesse de rotation du rotor moteur

$M_\Theta$  : mesure de la position angulaire du rotor moteur

$C_\Omega(p)$  : fonction de transfert du correcteur de la boucle tachymétrique

$C_\Theta(p)$  : fonction de transfert du correcteur de la boucle de position

Le capteur permettant de mesurer la position angulaire du moteur est un codeur incrémental optique à deux voies de mesure (figure 14).

Le disque lié au rotor du moteur est muni de deux pistes de 500 fentes chacune, décalées d'un quart de pas l'une par rapport à l'autre. L'électronique du capteur comptabilise en points les impulsions liées aux fronts montants et aux fronts descendants des signaux issus des voies A et B. On en déduit la vitesse de rotation du rotor moteur.

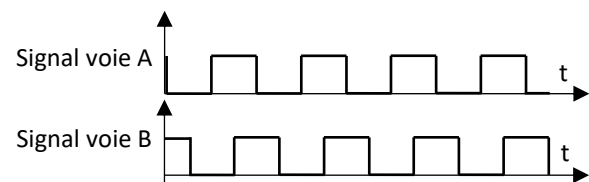
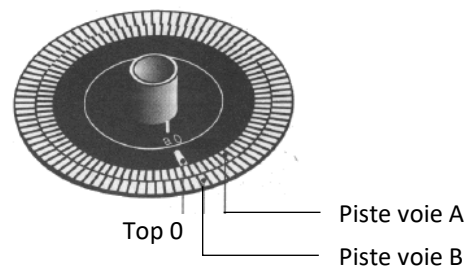


Figure 14 : principe de construction du codeur incrémental

### III.2.3 Précision de la mise en position de l'axe

**Question 17** Déterminer le gain  $K_{pos}$  de la chaîne d'acquisition de la boucle de position en points par radian ( $\text{pt} \cdot \text{rad}^{-1}$ ).

**Question 18** Déterminer le gain  $K_a$  de l'adaptateur nécessaire à un bon réglage de l'asservissement de position.

Le moteur pas-à-pas est commandé avec une résolution  $N_{pas} = 2\,000$  pas par révolution de son axe.

**Question 19** À partir uniquement de la résolution de la commande du moteur (sans prendre en compte la chaîne d'acquisition), déterminer la précision de positionnement en millimètres de la traverse par rapport au bâti. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

### III.2.4 Réglage de la boucle tachymétrique

Après une manipulation du schéma-blocs, la boucle tachymétrique de la commande de l'axe asservi prend la forme simplifiée reportée sur la figure 15.

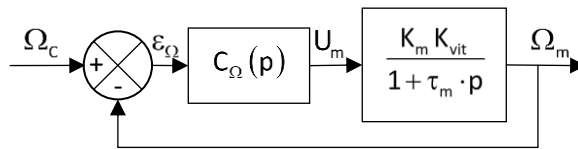


Figure 15 : schéma-blocs de la boucle tachymétrique

Dans un premier temps, on considère la boucle sans correction :  $C_{\Omega}(p)=1$ .

**Question 20** Déterminer l'erreur statique de vitesse  $\varepsilon_{\Omega\infty}$  pour une entrée en échelon unitaire de la boucle tachymétrique. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Pour pallier le problème identifié, on adopte un correcteur de fonction de transfert  $C_{\Omega}(p)=K_{\text{cor}\Omega}\left(1+\frac{1}{T_i\cdot p}\right)$ , avec

$T_i=0,1\text{ s}$ . Les réponses à une commande en échelon de vitesse de  $20\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  de la boucle tachymétrique pour différentes valeurs du gain  $K_{\text{cor}\Omega}$  sont reportées sur la figure R4 du document-réponses.

**Question 21** Justifier l'utilisation d'un tel correcteur dans le cas présent.

**Question 22** En justifiant la réponse notamment à l'aide de tracés sur la figure R4 du document-réponses, indiquer quelle(s) valeur(s) du gain  $K_{\text{cor}\Omega}$  proposée(s) sur la figure R4 permet(tent) de vérifier le cahier des charges de la boucle tachymétrique.

### III.2.5 Réglage de la boucle de position

La boucle tachymétrique est maintenant supposée correctement réglée. On analyse maintenant les performances de la boucle de position non corrigée ( $C_{\Theta}(p)=1$ ).

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée  $H_{\text{bo}\Theta}(j\omega)$  de la boucle de position (schéma-blocs de la figure 13) est reporté sur le document-réponses (figure R5).

Pour les applications numériques à venir, on pourra adopter les valeurs approchées suivantes :

$$\sqrt{2} \approx 1,4 ; \sqrt{3} \approx 1,7 ; \sqrt{5} \approx 2,2 ; \sqrt{7} \approx 2,6 ; \sqrt{10} \approx 3,2$$

$$\log(2) \approx 0,3 ; \log(3) \approx 0,5 ; \log(5) \approx 0,7$$

**Question 23** À partir du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{\text{bo}\Theta}(j\omega)$  (figure R5 du document-réponses), tracer le diagramme asymptotique de cette fonction. Proposer une expression numérique de la fonction de transfert  $H_{\text{bo}\Theta}(p)$ .

Déterminer alors une expression numérique de la fonction de transfert en boucle fermée non corrigée de la boucle de position  $H_{\text{bf}\Theta}(p)$ . Préciser les valeurs approchées des paramètres caractéristiques de cette fonction de transfert.

La figure R6 du document-réponses représente la valeur relative du premier dépassement de la réponse d'un modèle du second ordre à un échelon, en fonction du taux d'amortissement.

**Question 24** À partir de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{\text{bf}\Theta}(p)$  obtenue à la question précédente, déterminer l'amplitude du dépassement lors de la réponse à un échelon unitaire de position. Conclure quant au respect de l'exigence du cahier des charges.

Pour la suite, on adopte un correcteur proportionnel  $C_{\Theta}(p)=K_{\text{cor}\Theta}$ .

- Question 25** À partir des résultats de la question 23, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de position  $H_{bf\_cor}(p)$  en fonction de  $K_{cor\Theta}$ . Déterminer la valeur maximale du gain  $K_{cor\Theta}$  du correcteur assurant le respect de l'exigence de dépassement du cahier des charges.
- Question 26** Superposer en couleur sur la figure R5 du document-réponses le diagramme asymptotique de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée  $H_{bo\_cor}(j\omega)$ . Préciser l'allure des courbes de gain et de phase.
- Question 27** Justifier avec soin la stabilité en boucle fermée du modèle proposé. Puis, mettre en évidence et déterminer graphiquement sur la figure R5 du document-réponses la marge de gain  $M_G$  et la marge de phase  $M_\varphi$  de la boucle de position corrigée. Conclure quant au respect de l'exigence de stabilité du cahier des charges.
- Question 28** Conclure quant à la validité de la commande de la boucle de position avec un correcteur proportionnel vis-à-vis du cahier des charges.

### III.2.6 Conclusion partielle

Dans cette partie, nous avons montré la faisabilité de réaliser une commande des moteurs pas à pas avec une boucle tachymétrique et une boucle de position, à même de vérifier les exigences de précision, rapidité et stabilité du manipulateur.

## IV. RÉALISATION DES GUIDAGES EN TRANSLATION DU MANIPULATEUR

*L'objectif de cette partie est d'analyser les solutions constructives adoptées par FESTO dans la réalisation des guidages en translation dans le manipulateur.*

Pour intégrer l'EXCM-30 dans l'unité de production, on fixe sur le chariot 2 les éléments suivants (formant un ensemble noté axe Z) :

- le porte-outil 3 (comprenant le moteur et la vis d'entraînement du coulisseau 4) en liaison encastrement sur la surface supérieure du chariot 2 ;
- le coulisseau 4 (sur lequel est fixé le corps de la visseuse) en liaison glissière selon la direction  $\vec{z}$  avec le porte-outil 3 ;
- la broche 5 en liaison pivot d'axe  $(G_5, \vec{z})$  avec le coulisseau 4.

Les notations génériques à utiliser pour la poursuite de l'étude sont reproduites en annexe 4.

### IV.1 Modélisation cinématique



Figure 16 : patin à billes

Le chariot 2 est guidé sur la traverse 1 dans la direction  $\vec{y}$  par un patin à billes (figure 16).

La traverse 1 est en translation selon la direction  $\vec{x}$  par rapport au bâti 0 ; le guidage du mouvement est effectué par deux patins à billes (un à chaque extrémité de la traverse).

Compte-tenu des faibles jeux fonctionnels dans un patin à billes, on modélise la liaison réalisée par ce composant par une liaison glissière.

- Question 29** Compléter sur la figure R7 du document-réponses le graphe des liaisons de la structure de guidage de la visseuse par rapport au bâti 0.

**Question 30** Ajouter sur le schéma de structure partiel de la figure R8 du document-réponses la représentation cinématique spatiale des liaisons identifiées à la question précédente (les éléments de motorisation, ainsi que la liaison pivot entre la broche 5 et le corps de la visseuse ne sont pas à représenter).

## IV.2 Analyse de la liaison entre la traverse et le bâti

**Question 31** Déterminer le degré d'hyperstatisme du guidage en translation entre la traverse 1 et le bâti 0. Citer un avantage et un inconvénient d'une telle réalisation.

## V. COMPATIBILITÉ DE L'AXE Z EMBARQUÉ AVEC LE MANIPULATEUR

*L'objectif de cette partie est de s'assurer de la compatibilité de l'ensemble {axe Z ; visseuse} avec le manipulateur, du point de vue des actions mécaniques.*

### V.1 Le cahier des charges

Les guidages en translation des différents composants mobiles de l'EXCM-30 sont assurés par des patins à billes. La durée de vie de ces composants dépend des conditions d'utilisation (actions mécaniques en statique et en dynamique, vitesses, conditions environnementales, etc.).

Les études préliminaires effectuées par la société FESTO ont conduit à la détermination des valeurs maximales des coordonnées des composantes résultante et moment de l'action mécanique que peut subir le chariot sous l'action des matériels, compatibles avec le dimensionnement des guidages en translation choisis.

On note de la manière suivante le torseur réduit au point  $O_2$  de l'action mécanique exercée par le porte-outil 3 sur le chariot 2 :

$$\{F(3 \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} X_{32} & L_{32} \\ Y_{32} & M_{32} \\ Z_{32} & N_{32} \end{Bmatrix}_{O_2, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

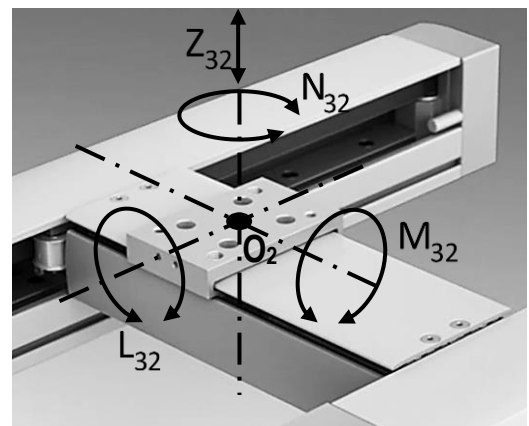


Figure 17 : coordonnées à évaluer des composantes résultante et moment de l'action mécanique exercée par 3 sur 2

Les valeurs maximales des coordonnées des composantes de ce torseur, tels que représentées sur la figure 17, sont reportées ci-dessous.

- $Z_{32\max} = 100 \text{ N}$
- $L_{32\max} = 34 \text{ N}\cdot\text{m}$
- $M_{32\max} = 67 \text{ N}\cdot\text{m}$
- $N_{32\max} = 34 \text{ N}\cdot\text{m}$

Dans le cas de sollicitations combinées, il faut de plus vérifier que, en toutes circonstances, le facteur de charge  $f_v$  défini ci-dessous soit inférieur à 1.

$$f_v = \frac{|Z_{32}|}{Z_{32\max}} + \frac{|L_{32}|}{L_{32\max}} + \frac{|M_{32}|}{M_{32\max}} + \frac{|N_{32}|}{N_{32\max}}$$

## V.2 Détermination de l'action mécanique exercée par l'axe Z sur le chariot 2

Pour estimer l'action mécanique que doit supporter le chariot, on se place dans la configuration suivante :

- la traverse 1 effectue une translation rectiligne selon la direction  $\vec{x}$  par rapport au bâti 0, d'accélération  $\frac{dv_x}{dt}$  :  $\{V(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_{O_2}$  ;
- l'ensemble {chariot 2 ; porte-outil 3} est immobile sur la traverse 1 :  $\{V(2/1)\} = \{V(3/1)\} = \{0\}$  ;
- le coulisseau 4 effectue une translation rectiligne selon la direction  $\vec{z}$  par rapport au porte-outil 3, d'accélération  $\frac{dv_z}{dt}$  :  $\{V(4/3)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v_z \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_{G_4}$  ;
- la broche 5 tourne à vitesse constante :  $\{V(5/4)\} = \begin{Bmatrix} \omega_z \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_5}$ .

Dans la configuration de fonctionnement ainsi définie, une étude précédente a montré que les coordonnées  $L_{32}$  et  $N_{32}$  du moment au point  $O_2$  de l'action mécanique exercée par le porte-outil 3 sur le chariot 2 sont nulles.

**Données :**

Positions relatives des centres d'inertie :  $\overrightarrow{O_2G_3} = x_3 \cdot \vec{x} + z_3 \cdot \vec{z}$  ;  $\overrightarrow{O_2G_4} = x_4 \cdot \vec{x} + z_4 \cdot \vec{z}$  ;  $\overrightarrow{O_2G_5} = x_5 \cdot \vec{x} + z_5 \cdot \vec{z}$

L'action de la pesanteur sur les différents solides sera prise en compte, avec  $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**Question 32** La broche 5 étant considérée comme un solide de révolution d'axe  $(G_5, \vec{z})$ , donner la forme simplifiée dans la base vectorielle  $B_5(\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z})$  de la matrice d'inertie  $[I(G_5, 5)]$ .

**Question 33** Déterminer la coordonnée  $\vec{\delta}(O_2, 5/0) \cdot \vec{y}$  du moment dynamique au point  $O_2$  de la broche 5 en mouvement dans le référentiel bâti 0.

**Question 34** Déterminer la coordonnée  $M_{32}$  du moment au point  $O_2$  de l'action mécanique exercée par le porte-outil 3 sur le chariot 2. Préciser l'équation scalaire du principe fondamental de la dynamique utilisée, le(s) solide(s) isolé(s), les actions mécaniques prises en compte, les hypothèses effectuées.

La figure 18 montre les résultats des calculs numériques de la coordonnée  $M_{32}$  en fonction de l'accélération  $\frac{dv_x}{dt}$  pour différentes accélérations  $\frac{dv_z}{dt}$ .

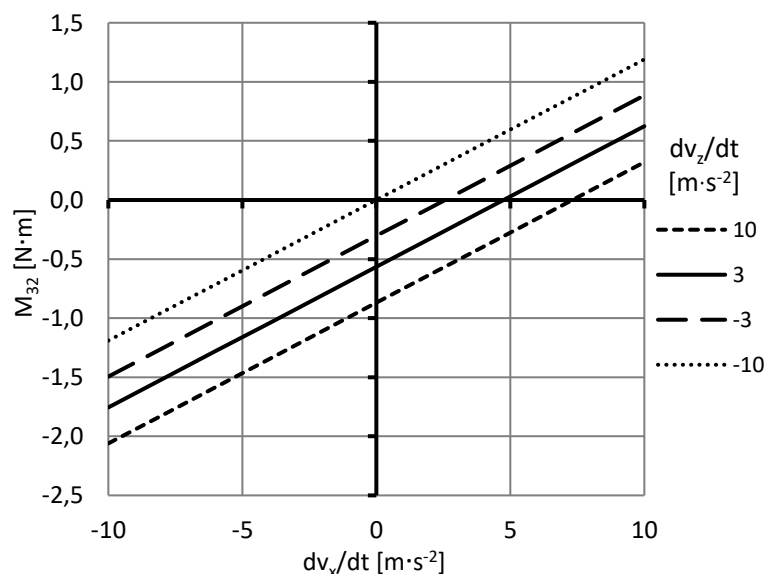


Figure 18 :  $M_{32} = f\left(\frac{dv_x}{dt}\right)$  pour différentes accélérations  $\frac{dv_z}{dt}$



**Question 35** Relever sur la figure 18 les conditions de fonctionnement  $\left(\frac{dv_x}{dt}; \frac{dv_z}{dt}\right)$  générant la coordonnée  $M_{32}$  la plus contraignante pour la liaison encastrement entre le porte-outil 3 et le chariot 2. Préciser la valeur numérique correspondante de  $M_{32}$ .

**Question 36** À partir du résultat précédent et compte tenu que la masse totale de l'ensemble {porte-outil 3 ; coulisseau 4 ; visseuse} est estimée à 1 kg, déterminer la valeur du facteur de charge dans la configuration étudiée.

Conclure en indiquant si l'utilisation de l'EXCM-30 sur le poste de vissage est possible d'un point de vue des efforts de liaison dans les guidages.