

Sciences de l'Ingénieur

Sujet de synthèse :

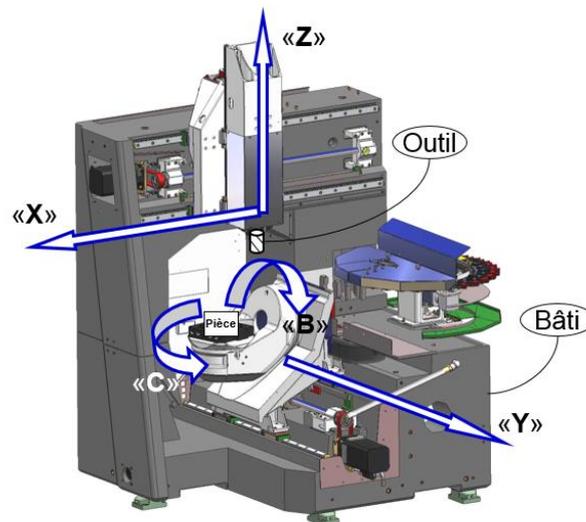
Thèmes abordés :

Mécanique : Puissance, énergie cinétique, théorème de l'énergie cinétique...

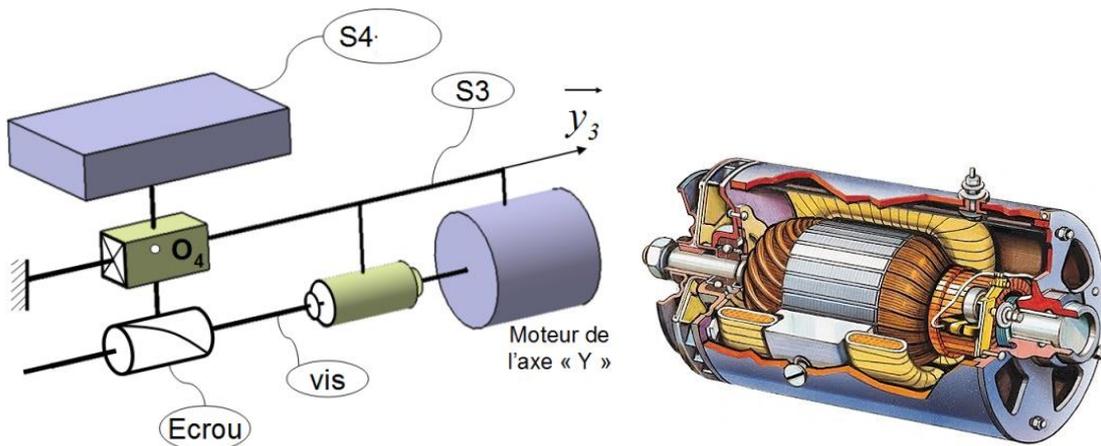
Automatique : Asservissement, lois de comportement, fonction de transfert, rapidité, précision, stabilité, correction...

Enoncé :

L'objectif de ce sujet est de vérifier les performances de la motorisation de l'axe « Y » d'un centre d'usinage 5 axes.



La chaîne cinématique de transformation du mouvement de rotation du moteur de l'axe « Y » en mouvement de translation horizontale est schématisée ci-après.



Données :

- L'axe (O_4, \vec{y}_3) est parfaitement horizontal,
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites sauf la liaison glissière d'axe (O_4, \vec{y}_3) . On donne :

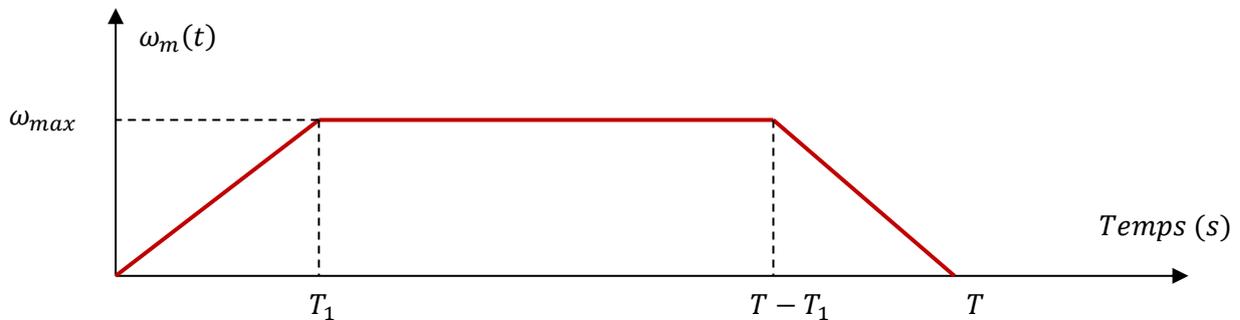
$$\{F(S_3 \rightarrow S_4)\}_{O_4} = \left\{ \begin{array}{c|c} X & L \\ -f_r(t) & M \\ Y & N \end{array} \right\}_{R_3}$$

- La vitesse de rotation du moteur par rapport au repère galiléen R_3 est notée ω_m ,
- Le moment d'inertie de la vis, par rapport à son axe de rotation est noté J_v ,

- Le moment d'inertie du rotor moteur par rapport à son axe de rotation est noté J_m ,
- Le pas de la liaison hélicoïdale est noté "pas".
- Le coulisseau S_4 est de masse m_4 et de centre d'inertie G_4
- Soit le système matériel $\Sigma = \{vis, S_4, rotor\}$
- La vitesse de déplacement du coulisseau S_4 est donnée par $\dot{y}(t) = \frac{pas}{2\pi} \omega_m(t)$
- L'action de la pesanteur est négligée sur le rotor et la vis.
- L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g\vec{z}_3$
- L'action du stator du moteur sur le rotor est donnée par :

$$\{F(stator \rightarrow rotor)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ c_m(t)\vec{y}_3 \end{Bmatrix}_{0_3}$$

1. Déterminer l'énergie cinétique du système matériel Σ dans son mouvement par rapport à R_3 en déduire le moment d'inertie équivalente J_{eq} en fonction de m_4, J_v, J_m, pas .
2. Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques intérieures à Σ .
3. Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques extérieures à Σ .
4. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique sur le système matériel Σ , déterminer l'expression du couple moteur $c_m(t)$.
5. On donne dans la suite la loi de commande du moteur, compléter le tableau suivant :

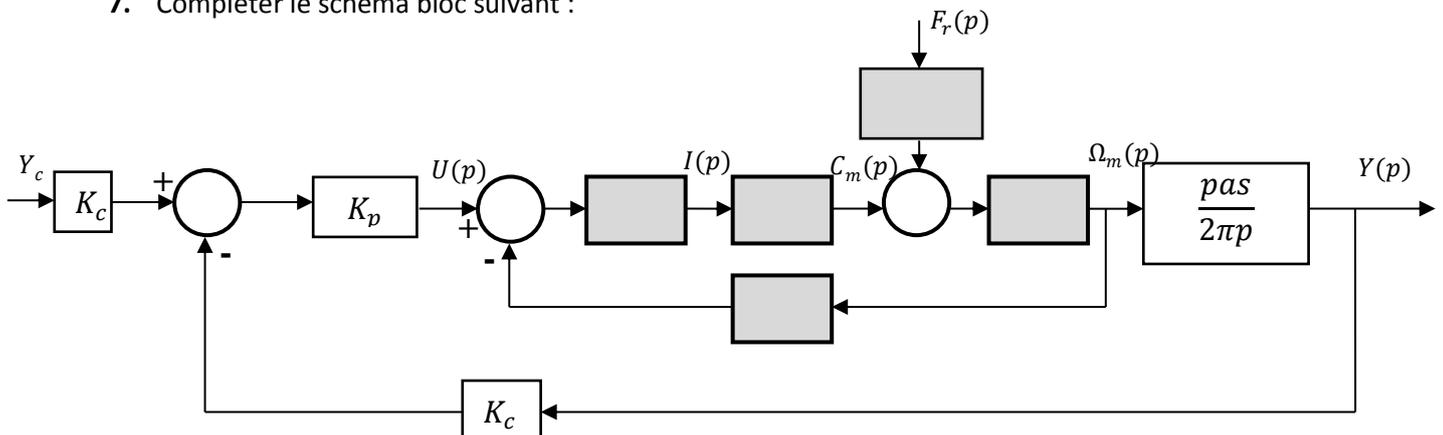


Période	$[0, T_1[$	$[T_1, T - T_1]$	$]T - T_1, T]$
$\frac{d\omega_m(t)}{dt}$			
c_m			

On donne ci-après les lois de comportement du moteur utilisé dans la commande de l'axe « Y » :

$$\begin{aligned} u(t) &= e(t) + Ri(t) \\ e(t) &= K_e \omega_m(t) \\ c_m(t) &= K_t i(t) \\ c_m(t) &= J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \frac{pas}{2\pi} f_r(t) \end{aligned}$$

6. Traduire les équations qui régissent le fonctionnement du moteur dans le domaine de Laplace sachant que les conditions initiales sont supposées nulles.
7. Compléter le schéma bloc suivant :



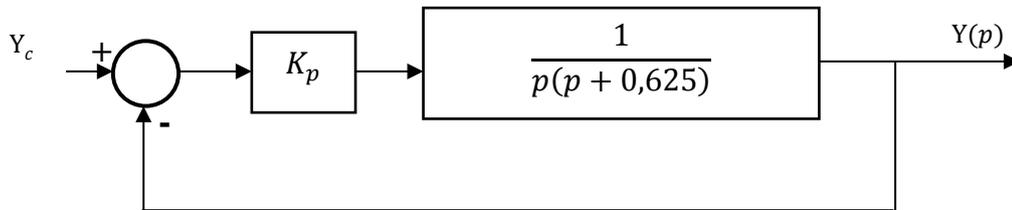
Etude du moteur :

8. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ pour $F_r(p) = 0$
9. Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{F_r(p)}$ pour $U(p) = 0$
10. Exprimer $\Omega_m(p)$ en fonction de $U(p)$ et $F_r(p)$

Dans la suite, on suppose que l'effort résistant $f_r(t) = 0N$

11. Mettre $H_1(p)$ sous la forme canonique d'un système de premier ordre ($H(p) = \frac{K}{1+\tau p}$) en déduire l'expression de K et τ .
12. Donner l'allure de la réponse indicielle $\omega_m(t)$ pour une tension d'alimentation $u(t)$ échelon d'amplitude 12V.
13. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$
14. Mettre $H(p)$ sous la forme canonique d'un système de second ordre ($\frac{K_s}{1+2\frac{m}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$) en déduire l'expression de K_s , m et ω_0 .
15. Exprimer, en fonction des paramètres du système, la valeur du correcteur K_p permettant d'avoir la réponse la plus rapide sans avoir de dépassement.

Dans la suite on ramène le schéma bloc sous la forme suivante :

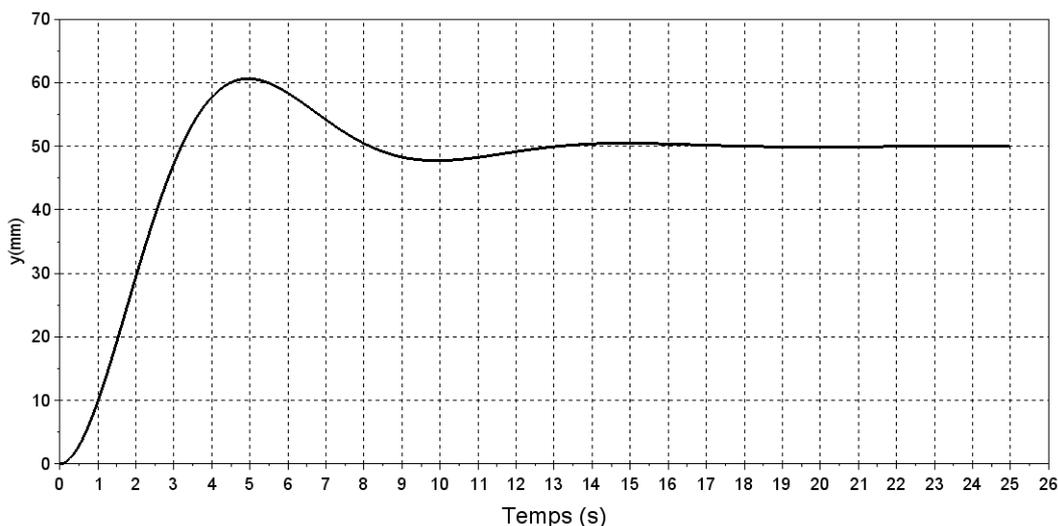


16. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ et en boucle ouverte $FTBO(p)$

Dans la suite, on prendra $K_p = 0,5$

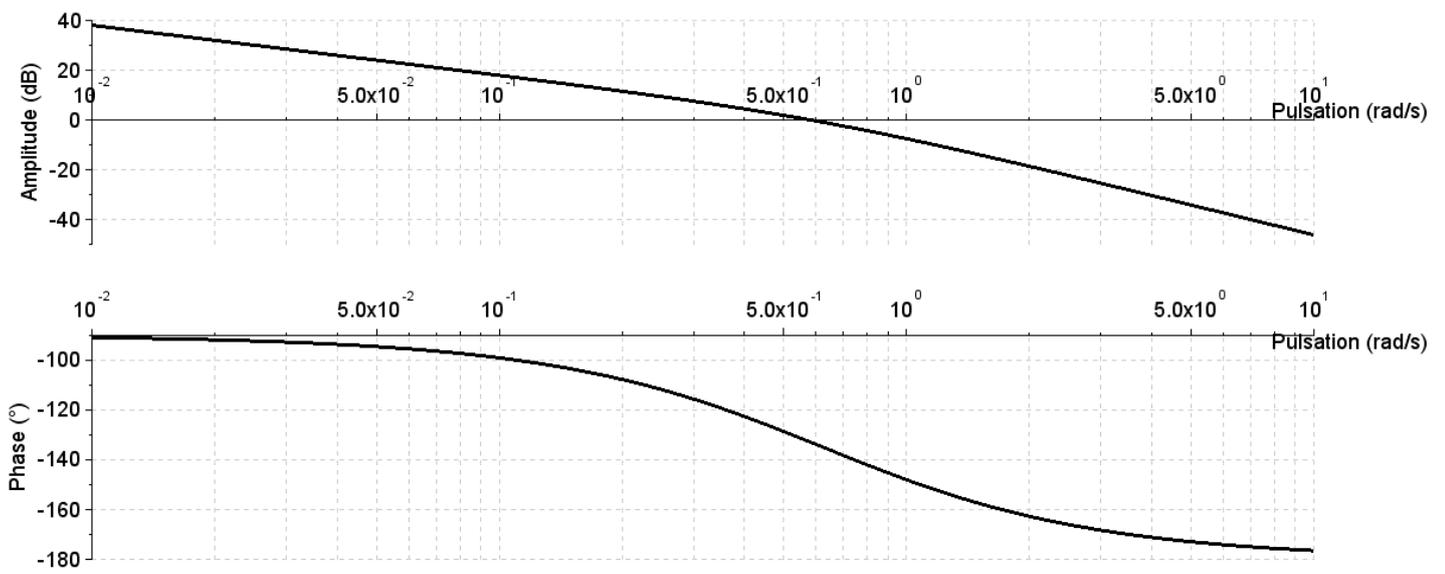
On donne ci-après la réponse indicielle du système de positionnement le long de l'axe « Y » pour une consigne de position $y_c(t) = 50u(t)$ en mm.

17. Déduire le temps de réponse à 5% et l'erreur de position. Conclure quant aux critères de rapidité et de précision sachant que le cahier des charges impose une erreur statique nulle et un temps de réponse minimum de 5s.



On donne ci-après le diagramme de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$.

18. Déterminer la marge de gain et la marge de phase. Conclure quant au critère de stabilité sachant que la marge de phase minimale demandée est de 45° et la marge de gain minimale demandée est de 10dB.



*** Fin ***