

Automatique des systèmes mécaniques: Asservissement des Systèmes Linéaires Continus et Invariants (SLCI): Séance 4

LEFI ABDELLAOUI: INGÉNIEUR DOCTEUR AGRÉGÉ EN GÉNIE MÉCANIQUE

IPEIB 2020

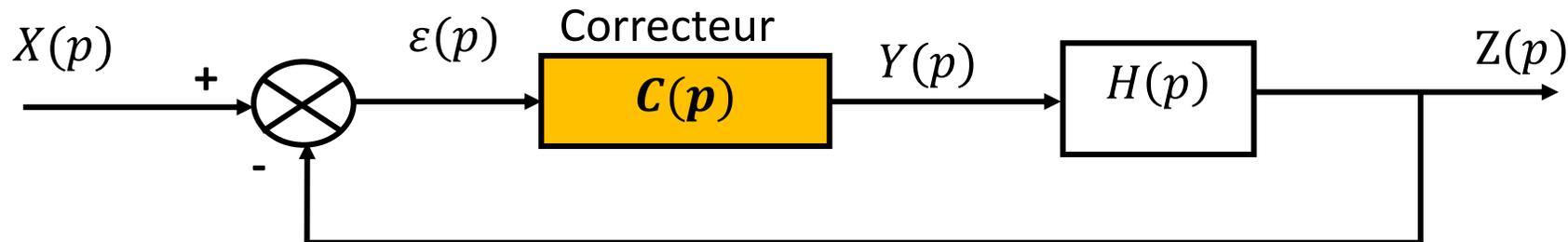
Correction des systèmes asservis

Introduction

On souhaite que le système asservi soit :

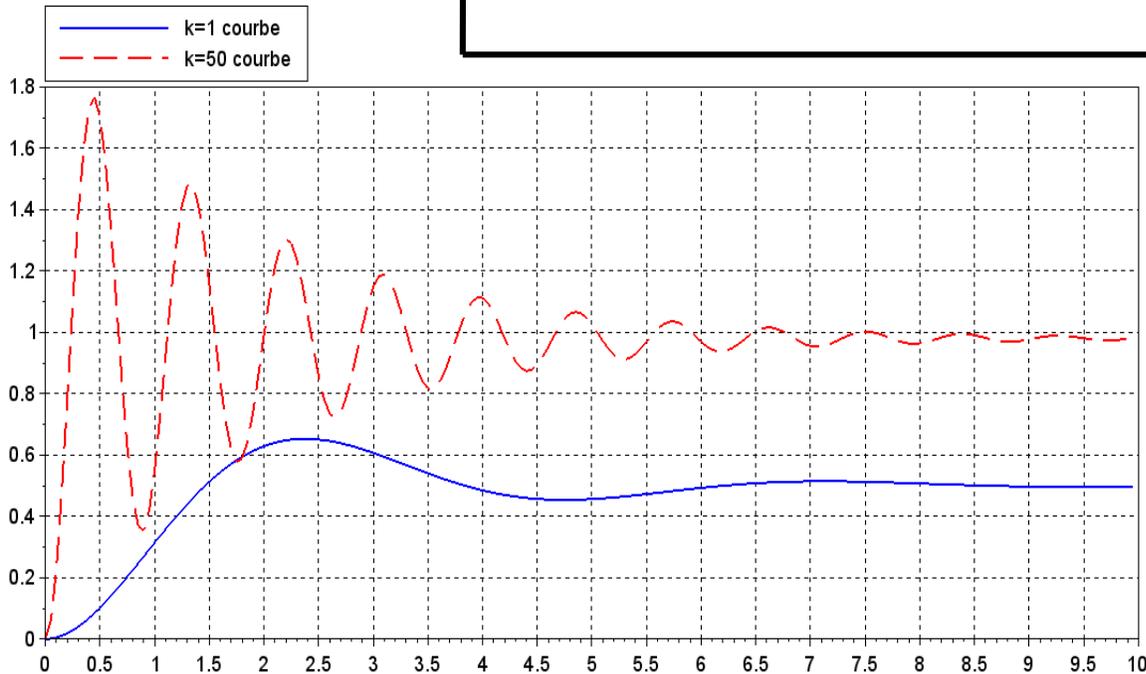
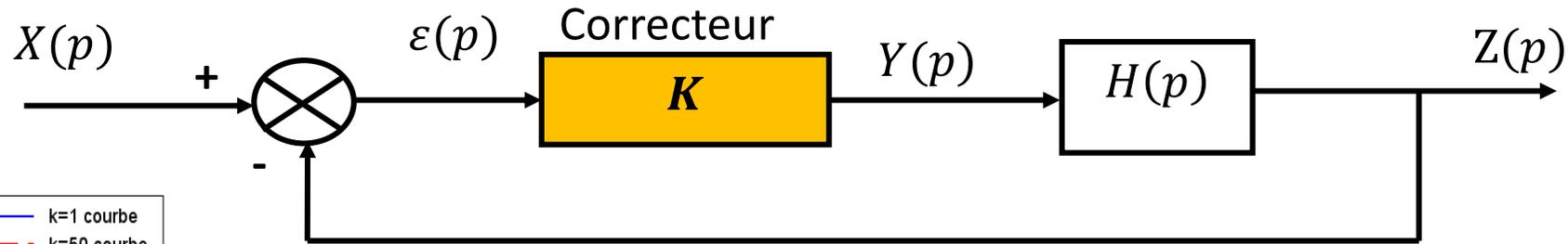
- **Rapide:** un temps de réponse à 5% faible
- **Stable:** Marges de gain et phase satisfaisants
- **Précis:** Erreurs de position, de vitesse et d'accélération nulles.

Pour améliorer les performances d'un système, on modifie la structure de l'asservissement en ajoutant un correcteur qui permet de modifier le signal de commande du système non corrigé.



Correction des systèmes asservis

Introduction Réglage du gain de la FTBO



K=1:

Précision: $\varepsilon_p = 50\%$ → système non précis

Stabilité: Bonne stabilité

K=50:

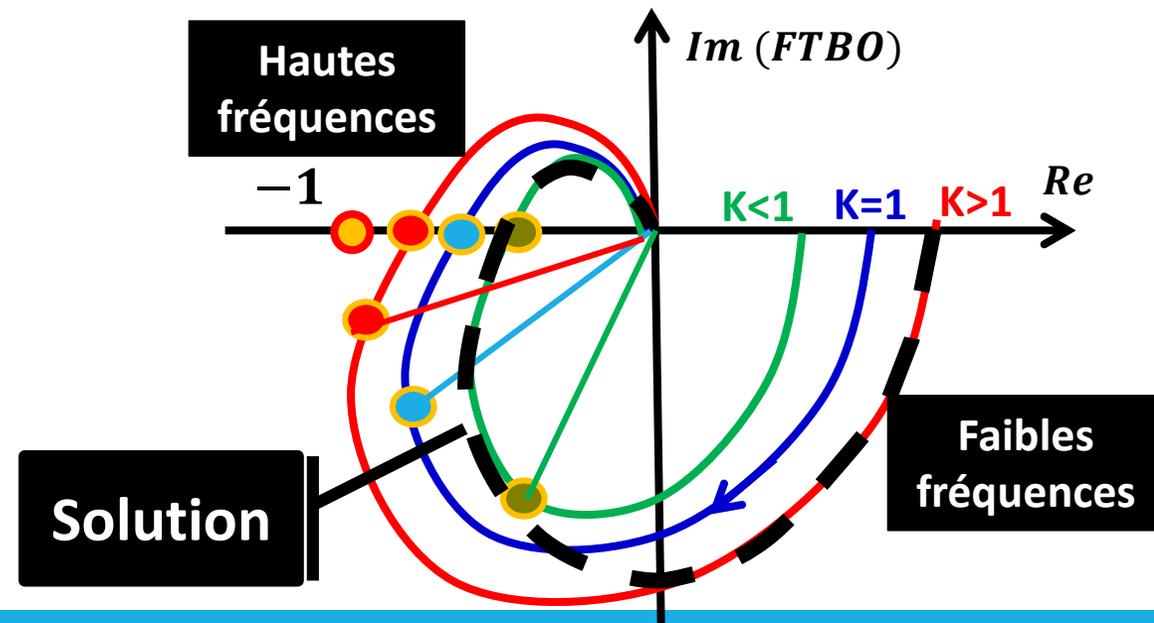
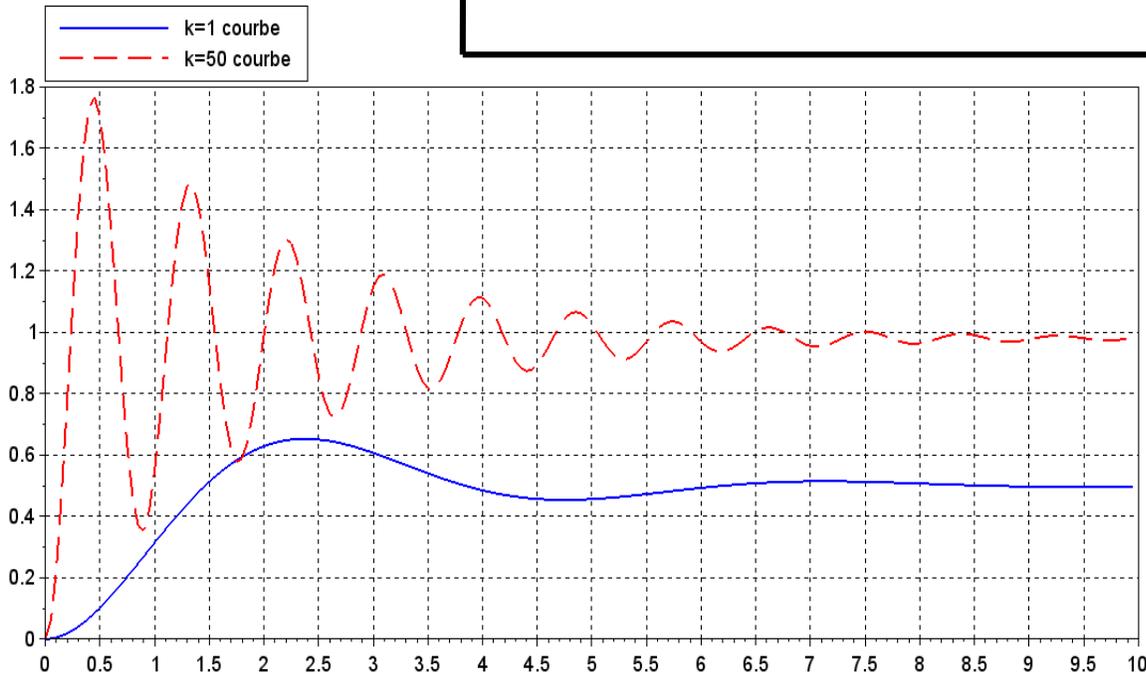
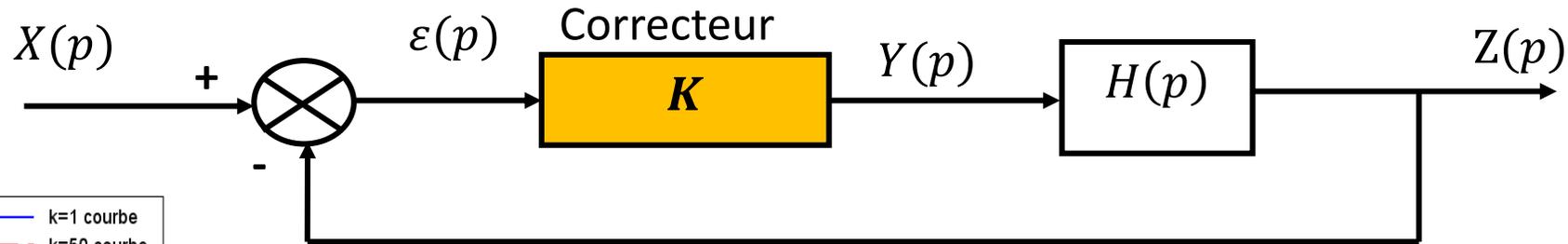
Précision: $\varepsilon_p \approx 2\%$ → La précision est améliorée

Stabilité: Plusieurs oscillations → La stabilité n'est pas satisfaisante

Correction des systèmes asservis

Introduction

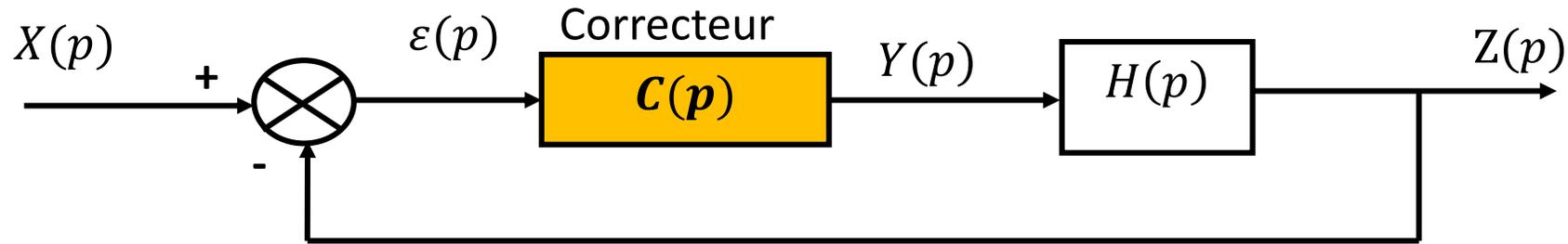
Réglage du gain de la FTBO: Explication avec Nyquist



Correction des systèmes asservis

Introduction

Correcteur à actions proportionnelle et intégrale

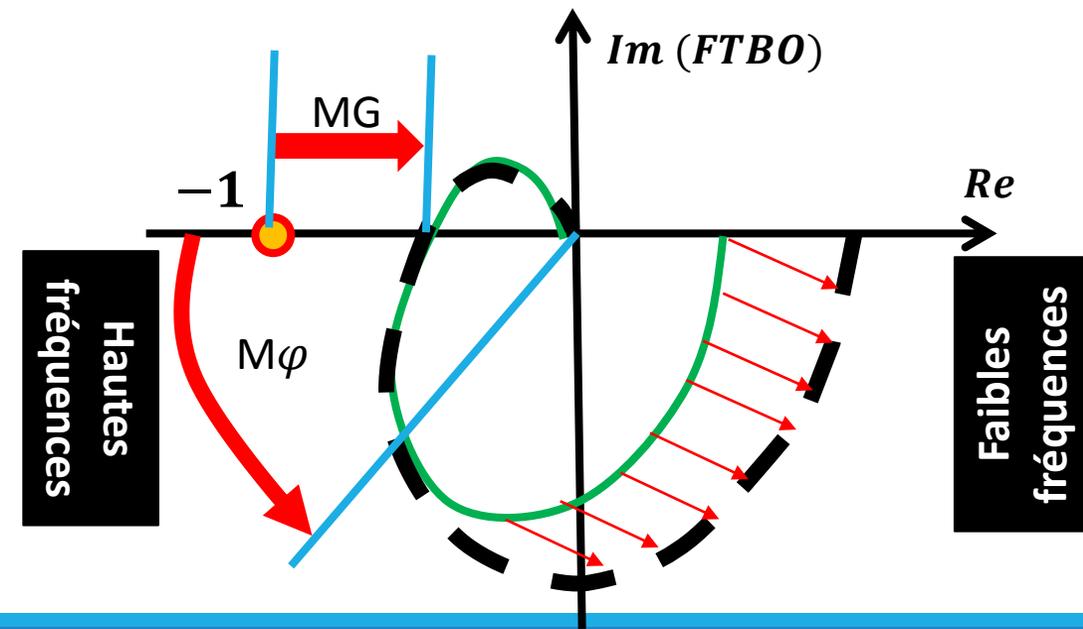


$$C(p) = \frac{1}{T_i p}$$

$C(p) = K_p + \frac{1}{T_i p}$

Action proportionnelle
Améliore la stabilité

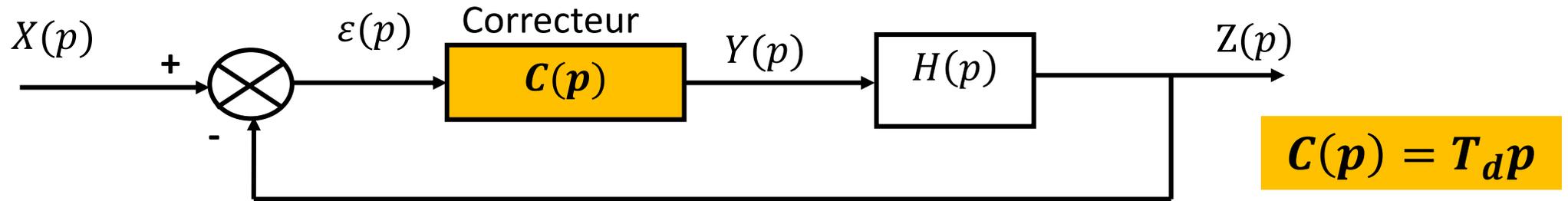
Action intégrale
Améliore la précision



Correction des systèmes asservis

Introduction

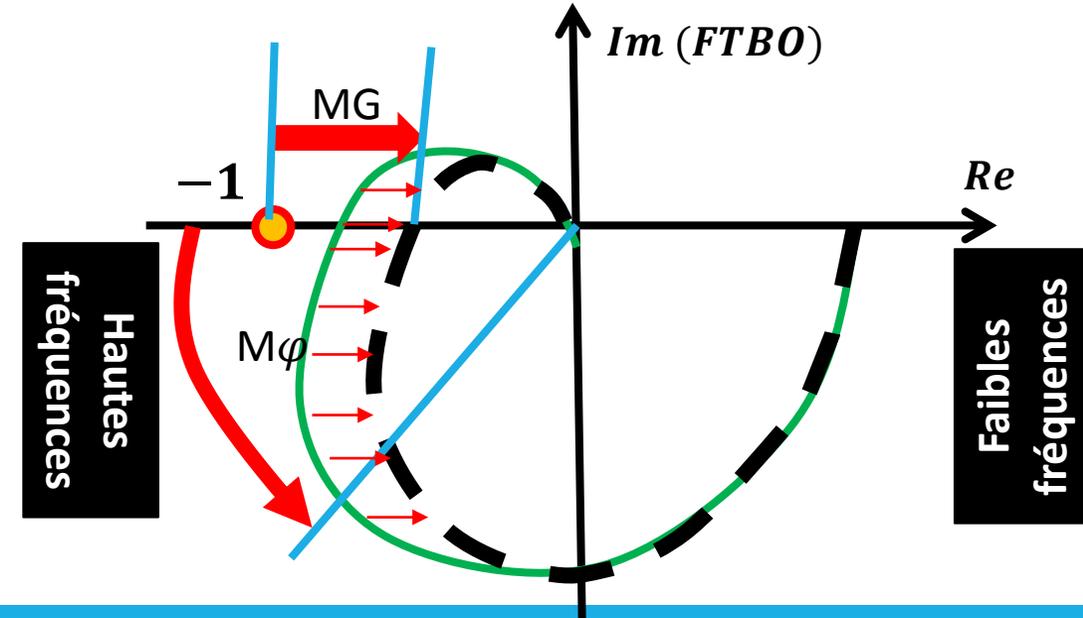
Correcteur à actions proportionnelle et intégrale



$$C(p) = K_p + T_d p$$

Action dérivée
Améliore la stabilité

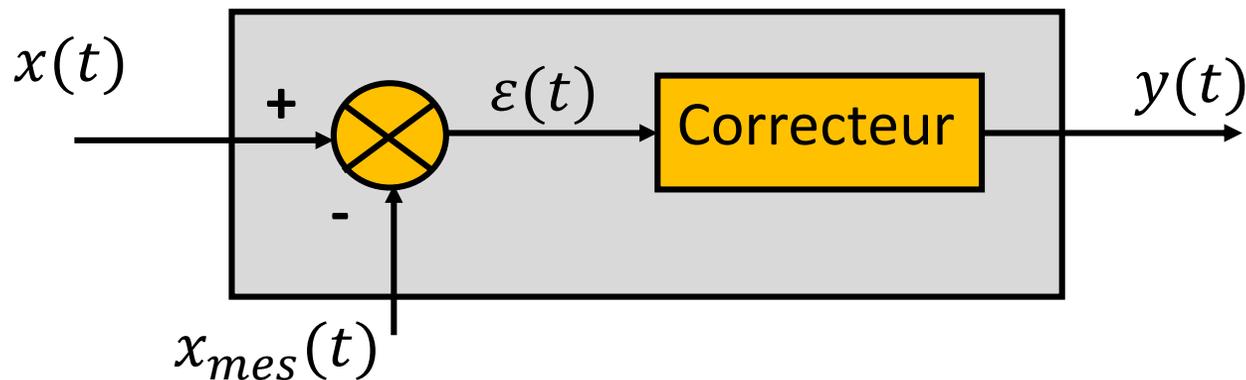
Action proportionnelle
Améliore la précision



Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel

Le régulateur est composé d'un comparateur et d'un correcteur. La loi qui permet d'élaborer le signal de commande dépend de la structure interne du correcteur.



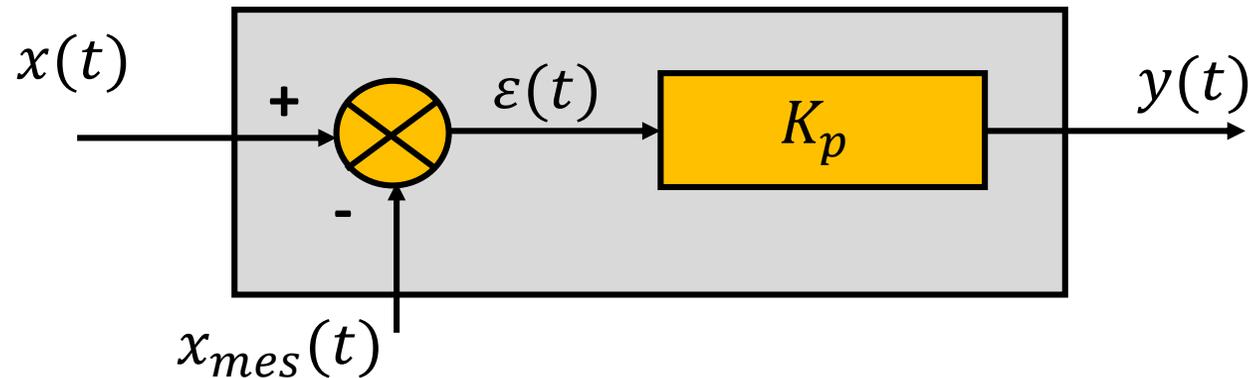
Avec :

- $x(t)$: consigne
- $x_{mes}(t)$: mesure
- $\varepsilon(t) = x(t) - x_{mes}(t)$: écart
- $y(t)$: commande du procédé

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Actions élémentaires

Action proportionnelle:



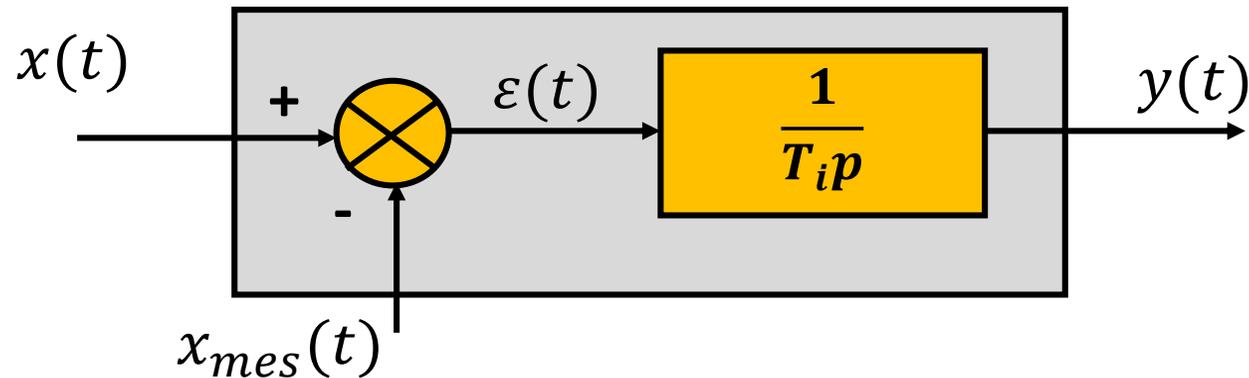
Equation temporelle : $y(t) = K_p \varepsilon(t)$ avec K_p : gain

Fonction de transfert : $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = K_p$

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Actions élémentaire

Action intégrale:



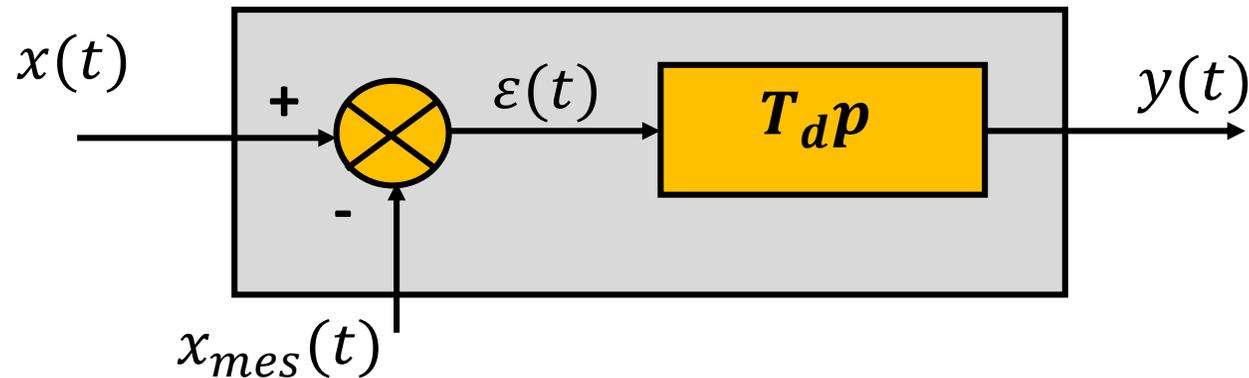
Equation temporelle : $y(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt$ avec T_i : constante de temps d'action d'intégration

Fonction de transfert : $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{T_i p}$

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Actions élémentaire

Action dérivée:



Equation temporelle : $y(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$ avec T_d : constante de temps d'action de dérivation

Fonction de transfert : $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = T_d p$

Correction des systèmes asservis

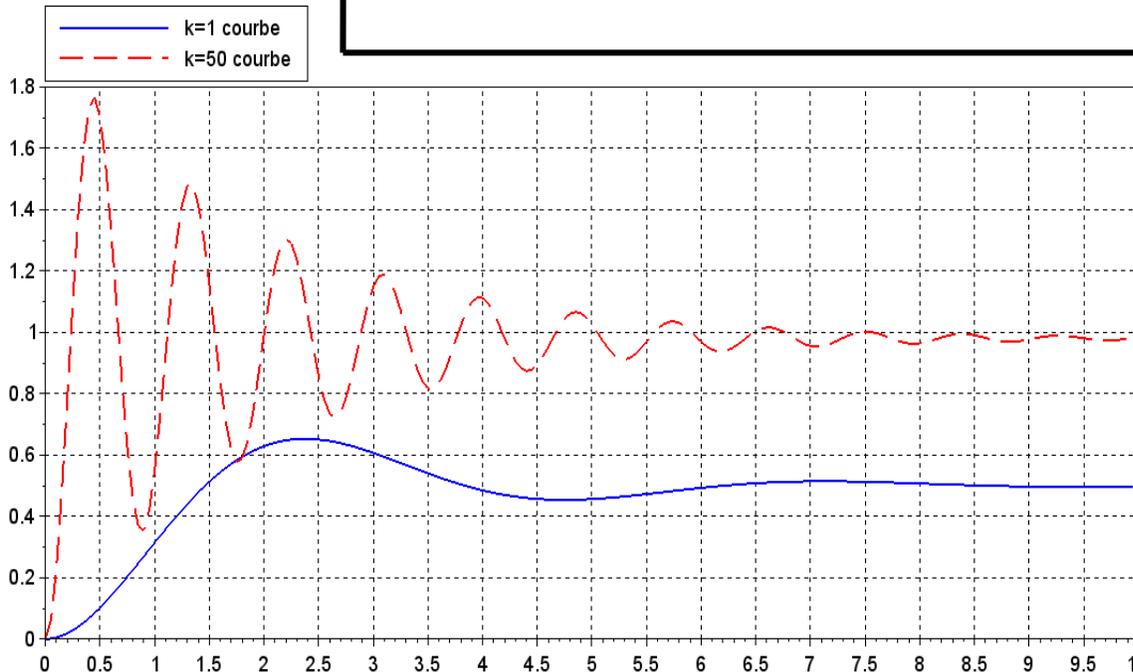
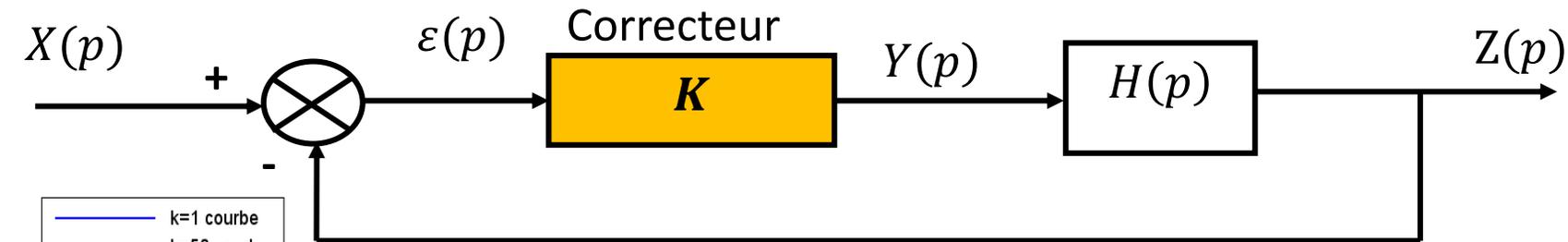
Régulateur industriel: Différents correcteurs

On distingue :

- Correcteur de type proportionnel : P
- Correcteur de type proportionnel-intégral: P-I
- Correcteur de type proportionnel-dérivé: P-D
- Correcteur de type proportionnel-intégral-dérivé : P-I-D.
- Correcteur à avance de phase
- ...

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur proportionnel



K=1:

Précision: $\varepsilon_p = 50\%$ → système non précis

Stabilité: Bonne stabilité

K=50:

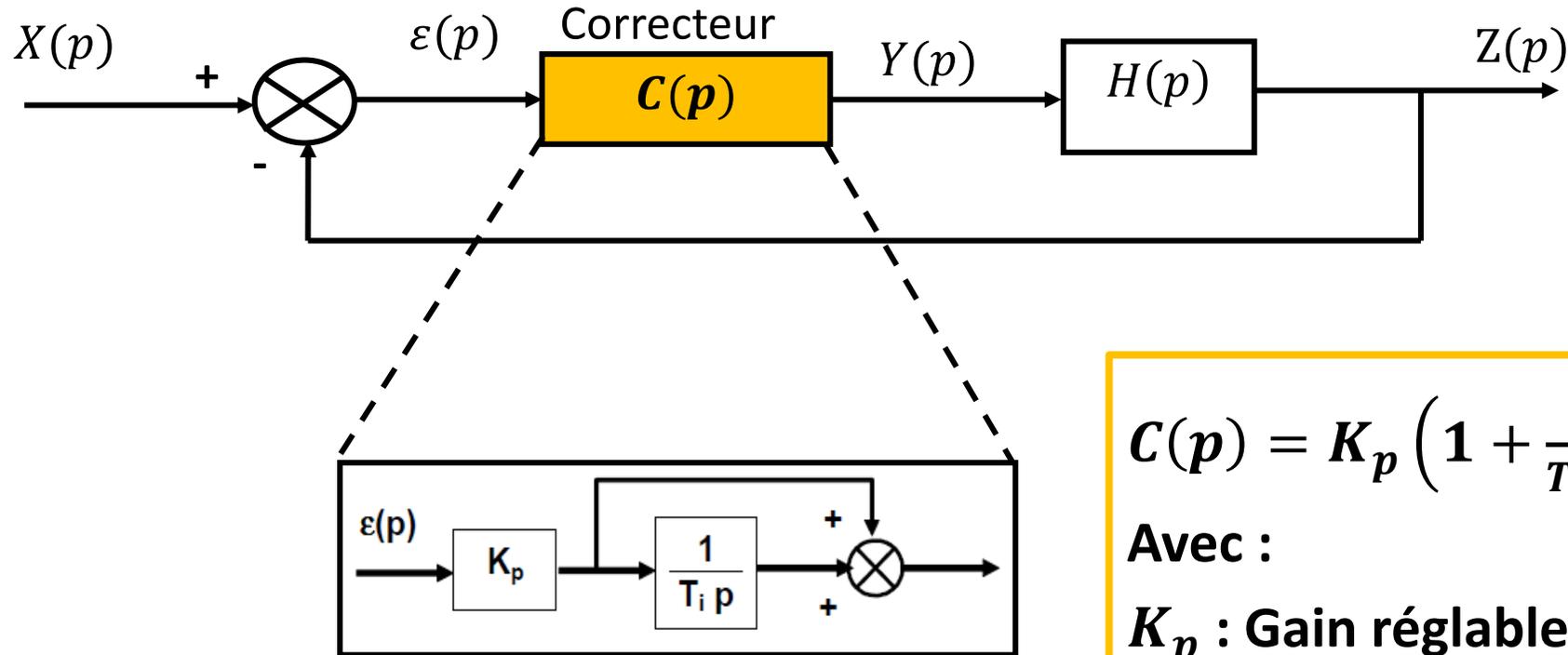
Précision: $\varepsilon_p \approx 2\%$ → La précision est améliorée

Stabilité: Plusieurs oscillations → La stabilité n'est pas satisfaisante

Assurer simultanément la stabilité et la précision avec la correction à action proportionnelle est difficile.

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur proportionnel intégral (PI)



$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i p}$$

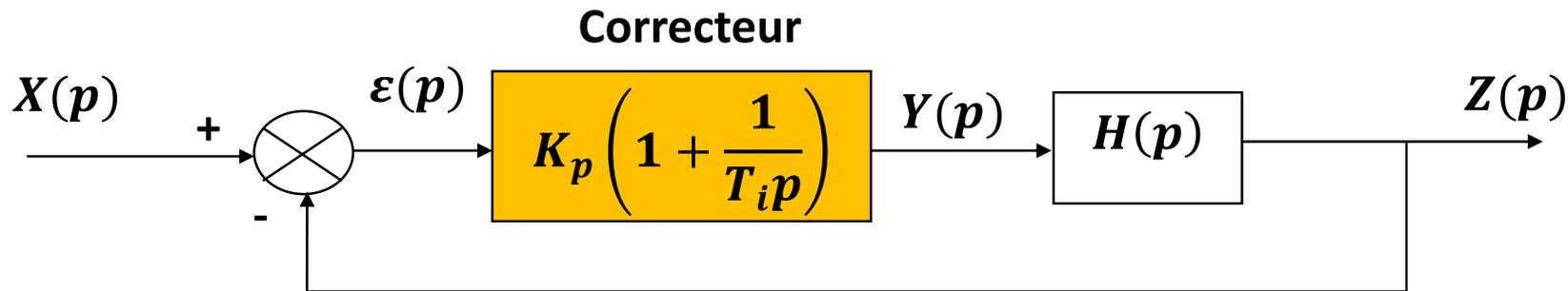
Avec :

K_p : Gain réglable

T_i : Constante de temps réglable

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur proportionnel intégral (PI)



$$H(p) = \frac{1}{1 + p + p^2}$$

Etudier la stabilité en fonction de K_p et T_i (critère de Routh)

$$FTBF(p) = \frac{K_p(1 + T_i p)}{K_p(1 + T_i p) + T_i p(1 + p + p^2)}$$

$$\begin{aligned} D(p) &= K_p(1 + T_i p) + T_i p(1 + p + p^2) \\ &= K_p + T_i(1 + K_p)p + T_i p^2 + T_i p^3 \end{aligned}$$

Condition 1: $K_p > 0$ et $T_i > 0$

Tableau de Routh

p^3	T_i	$T_i(1 + K_p)$	0
p^2	T_i	K_p	0
p^1	α	0	
p^0	K		

$$\alpha = T_i(1 + K_p) - K_p$$

Condition 2 de Routh:

$$T_i > \frac{K_p}{K_p + 1}$$

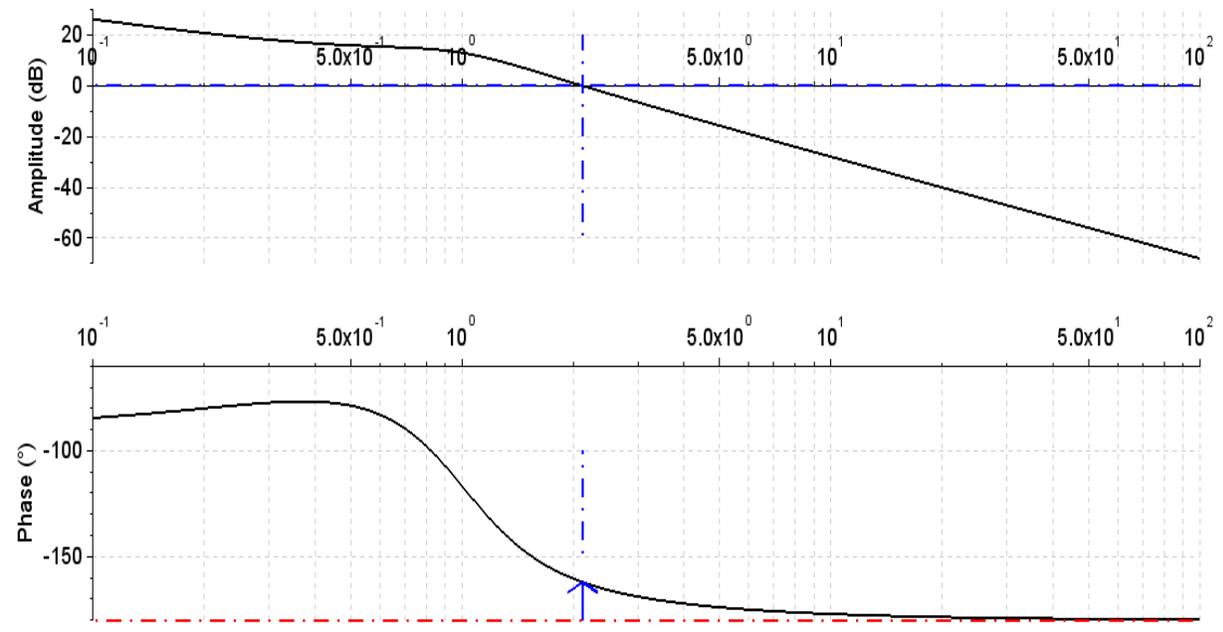
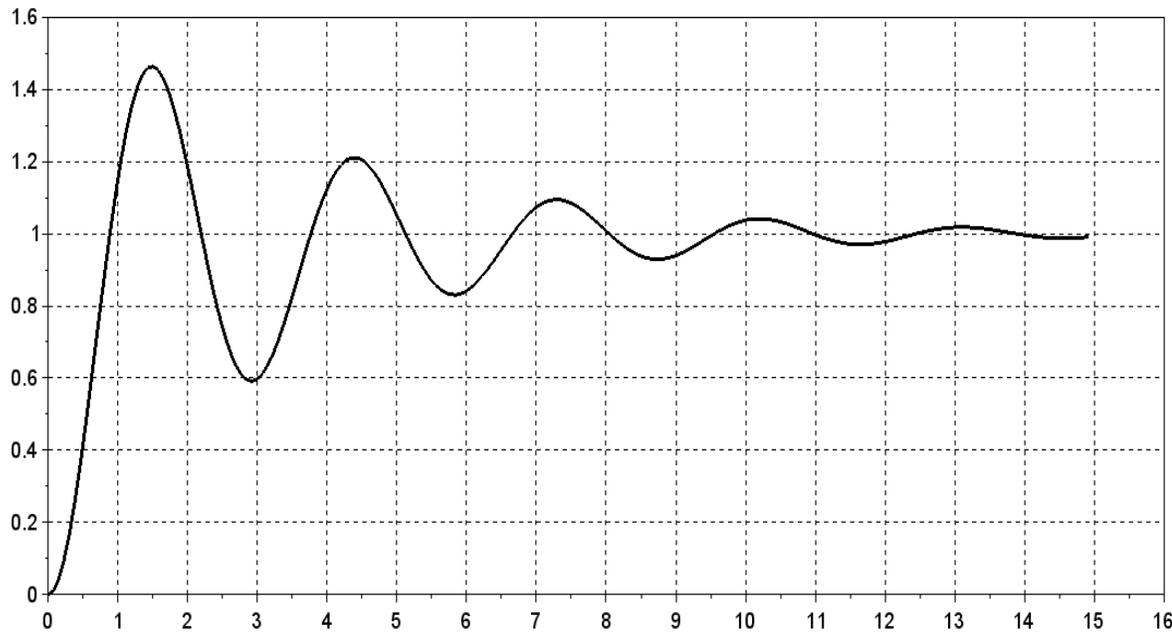
Condition générale de stabilité:

$$T_i > \frac{K_p}{K_p + 1} > 0$$

Correction des systèmes asservis

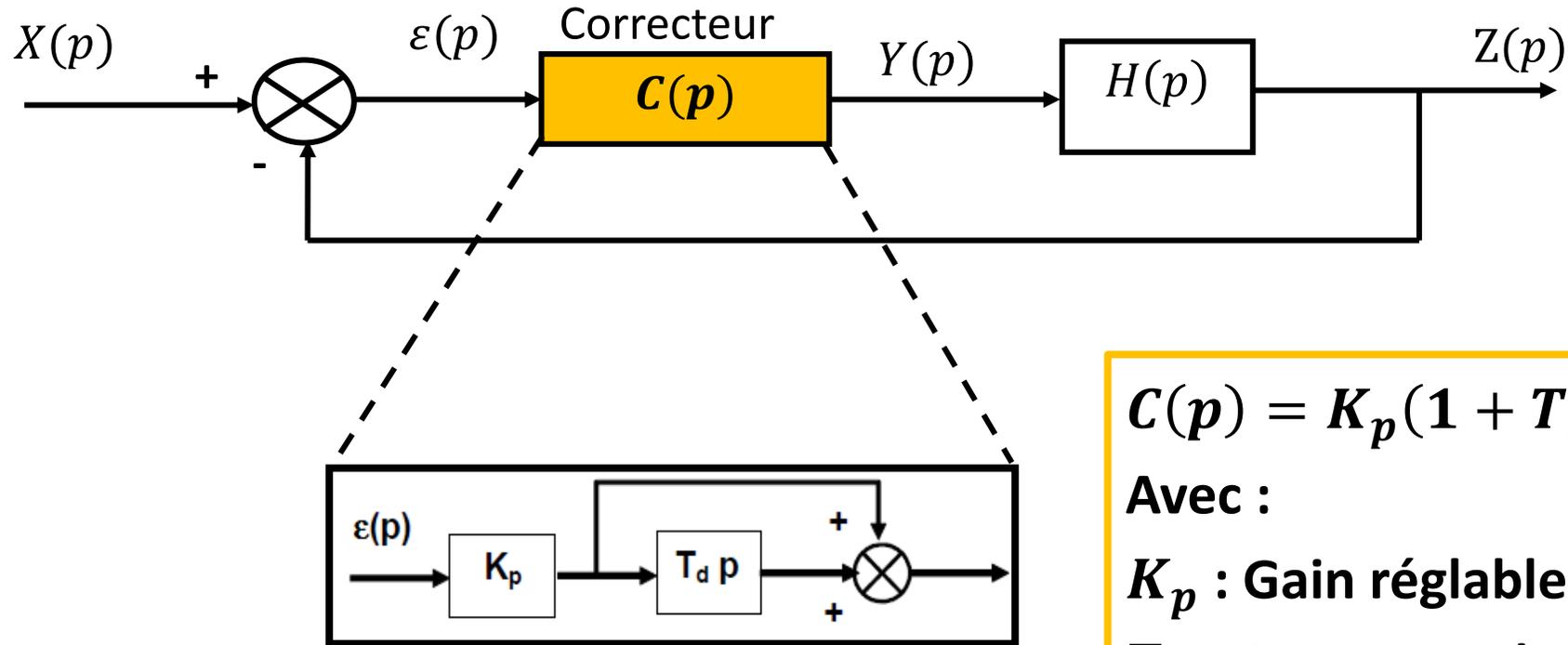
Régulateur industriel: Correcteur proportionnel intégral (PI)

Les figures suivantes représentent la réponse indicielle unitaire du système corrigé et le diagramme de bode de la FTBO ($K_p = 4$ et $T_i = 2s$). Interpréter vis-à-vis les performances du système.



Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur proportionnel dérivé (PD)



$$C(p) = K_p(1 + T_d p)$$

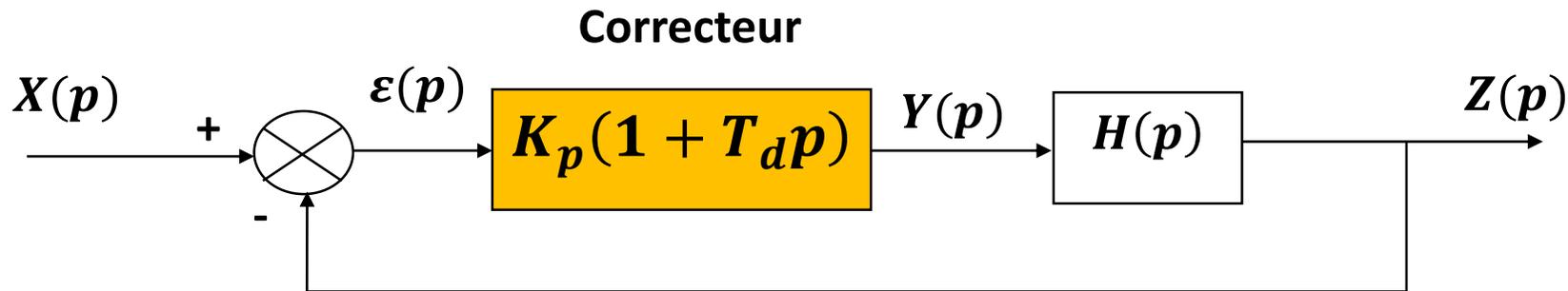
Avec :

K_p : Gain réglable

T_d : Constante de temps réglable

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur proportionnel dérivé (PD)



$$H(p) = \frac{1}{1 + p + p^2}$$

Etudier la stabilité en fonction de K_p et T_d (critère de Routh)

$$FTBF(p) = \frac{K_p(1 + T_d p)}{K_p(1 + T_d p) + 1 + p + p^2}$$

$$\begin{aligned} D(p) &= K_p(1 + T_d p) + (1 + p + p^2) \\ &= (K_p + 1) + (1 + K_p T_d)p + p^2 \end{aligned}$$

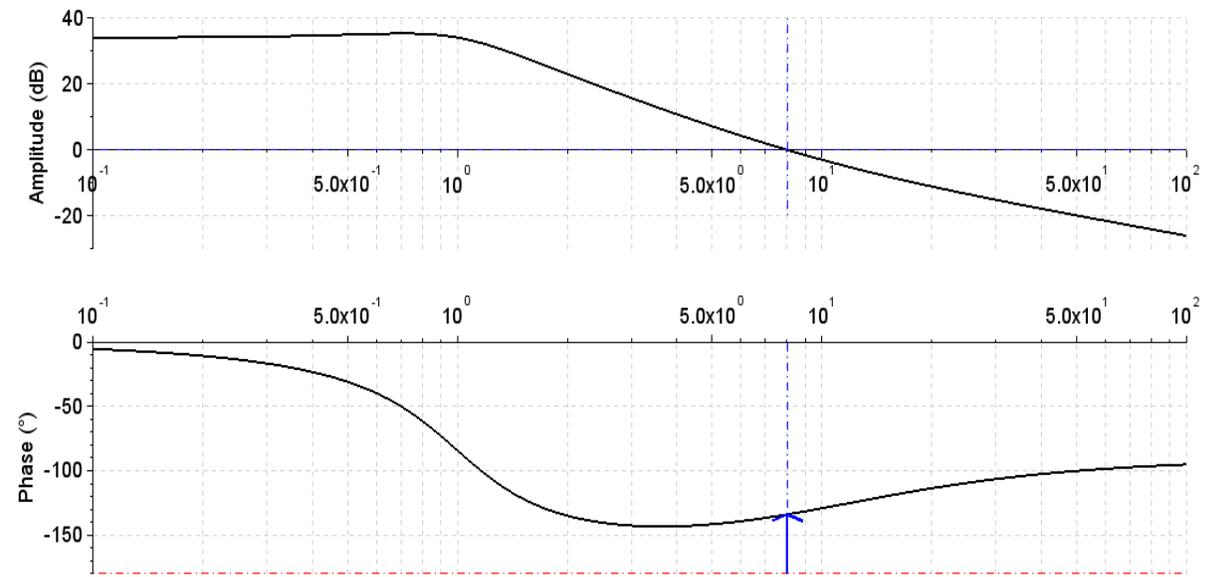
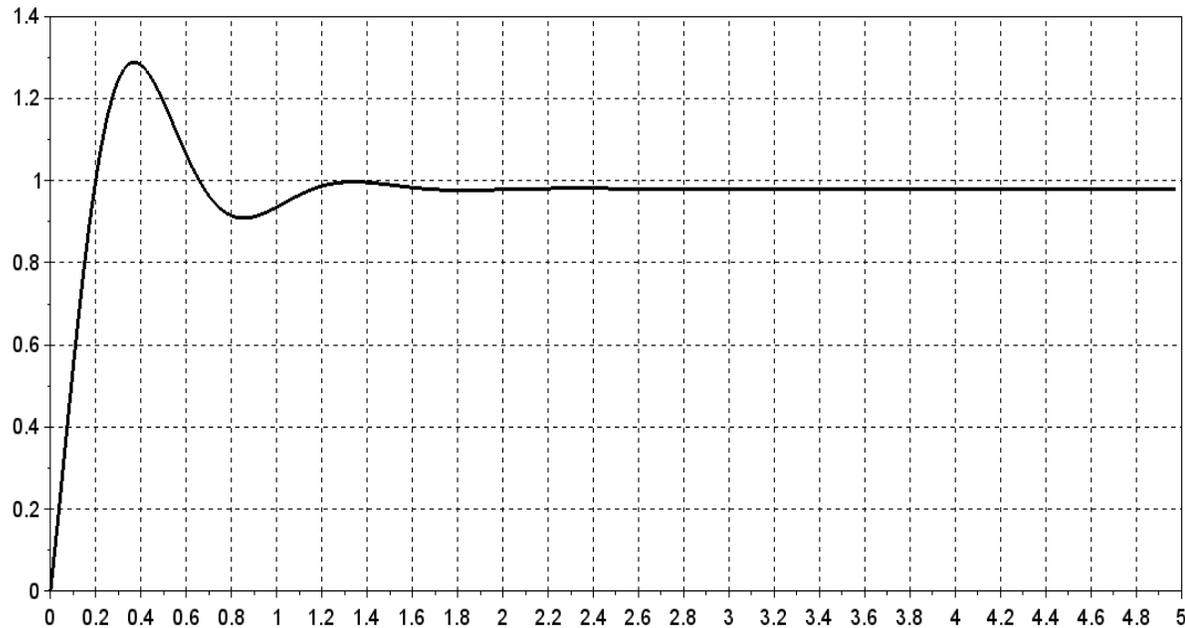
Condition générale de stabilité:

$$(K_p + 1) > 0 \text{ et } (1 + K_p T_d) > 0$$

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur proportionnel dérivé (PD)

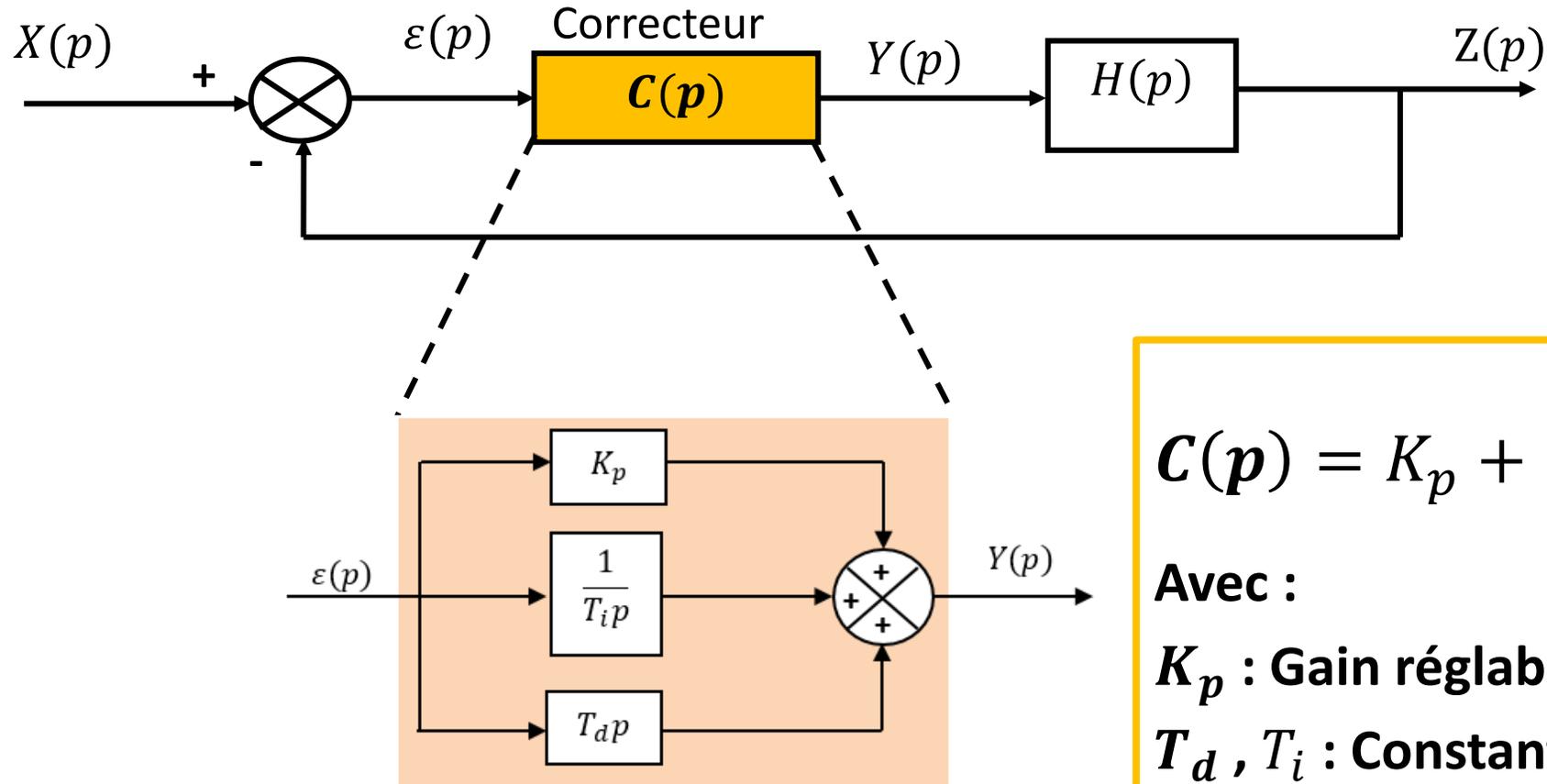
Les figures suivantes représentent la réponse indicielle unitaire du système corrigé et le diagramme de bode de la FTBO ($K_p = 50$ et $T_d = 0,1s$). Interpréter vis-à-vis les performances du système.



Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Correcteur proportionnel intégral dérivé PID
(structure parallèle)



$$C(p) = K_p + \frac{1}{T_i p} + T_d p$$

Avec :

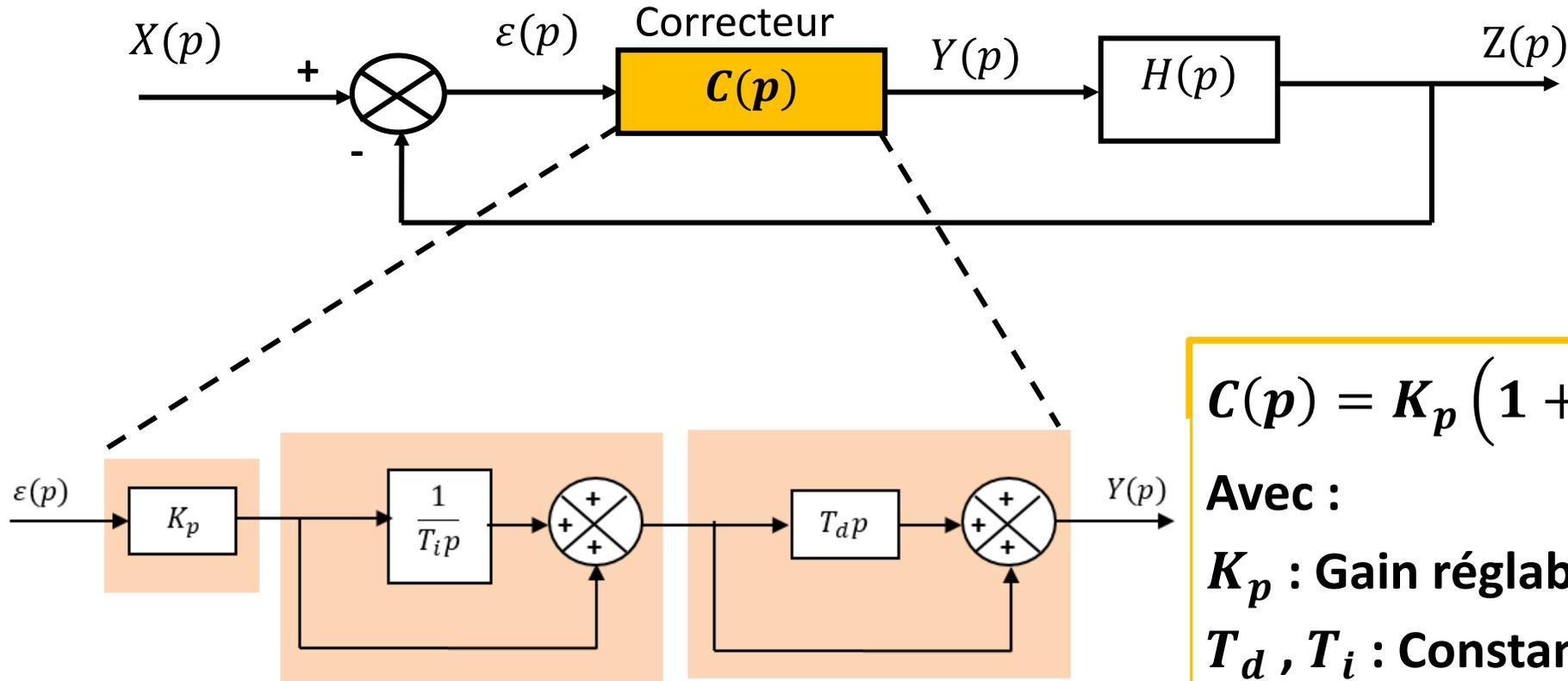
K_p : Gain réglable

T_d, T_i : Constantes de temps réglable

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Correcteur proportionnel intégral dérivé PID
(structure série)



$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) (1 + T_d p)$$

Avec :

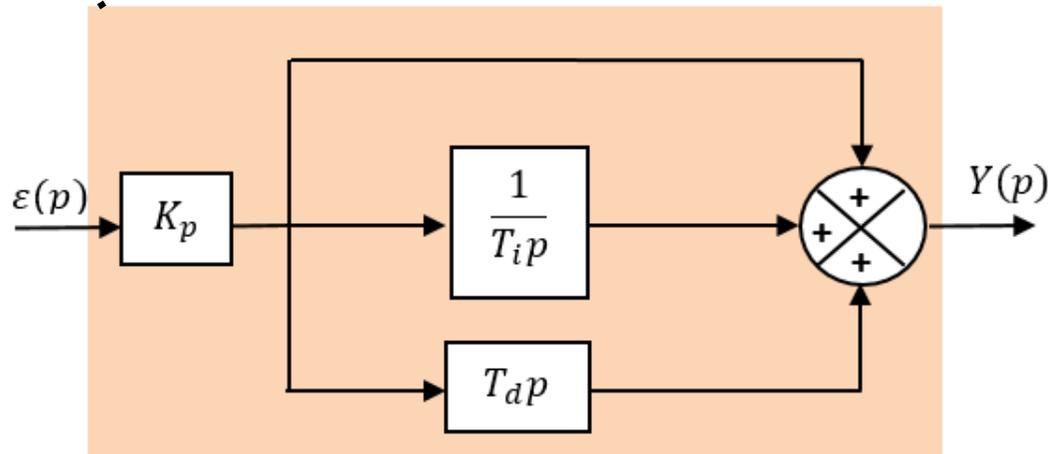
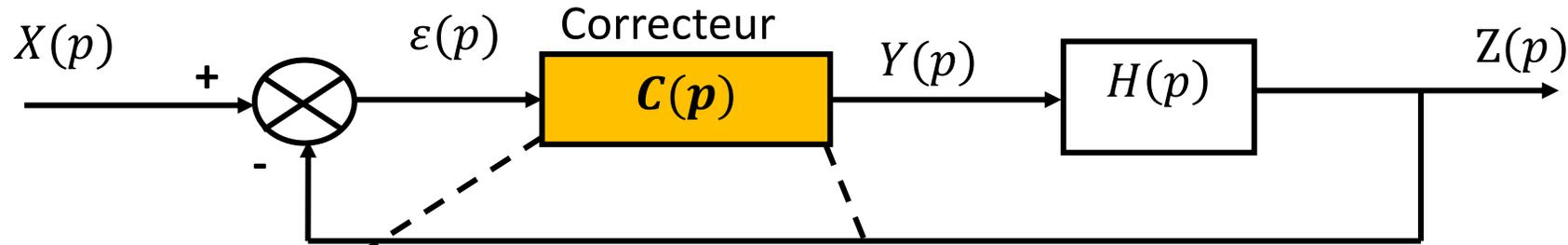
K_p : Gain réglable

T_d, T_i : Constantes de temps réglable

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Correcteur proportionnel intégral dérivé PID (mixte 1)



$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$$

Avec :

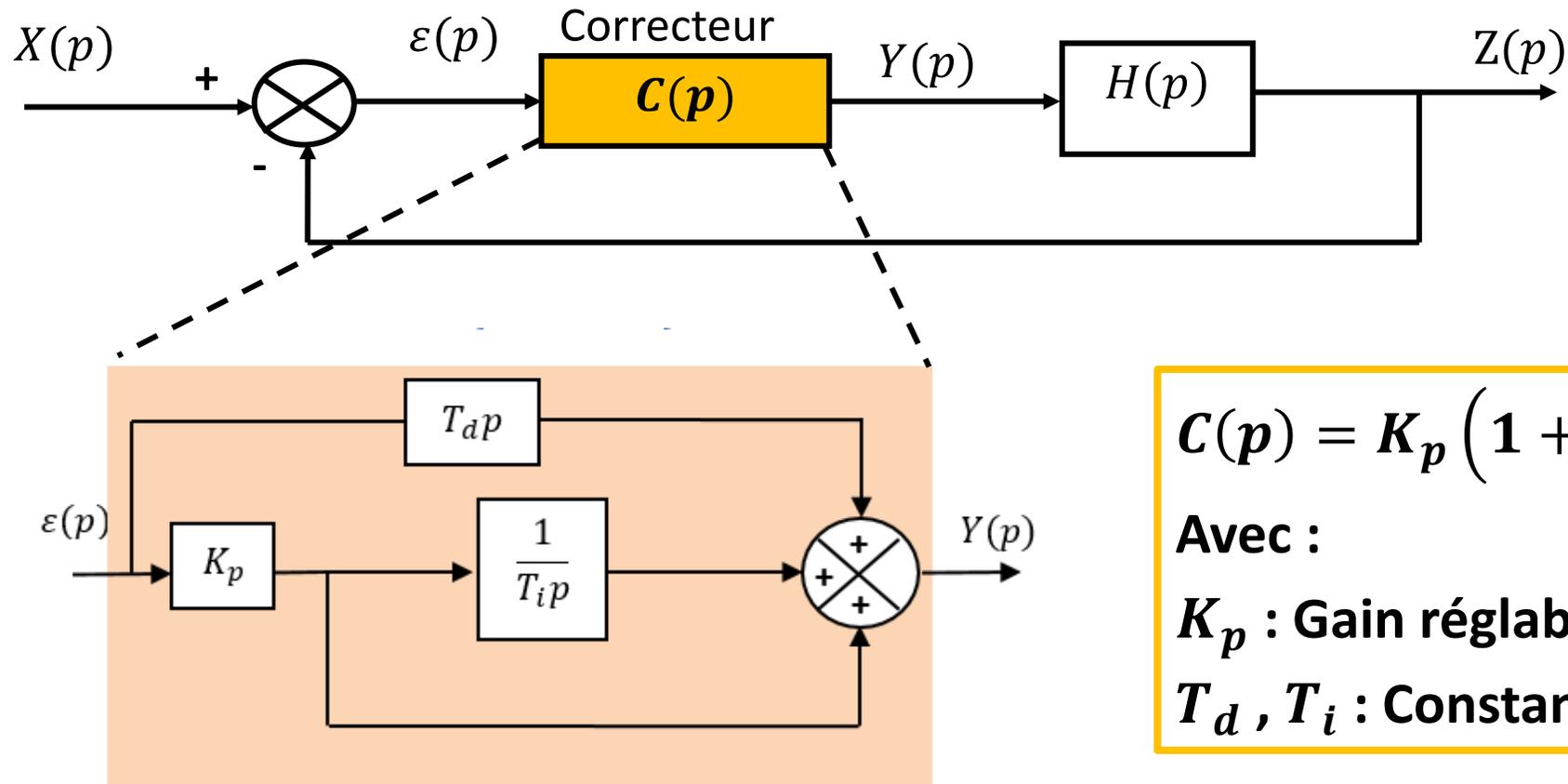
K_p : Gain réglable

T_d, T_i : Constantes de temps réglable

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Correcteur proportionnel intégral dérivé PID (mixte 2)



$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) + T_d p$$

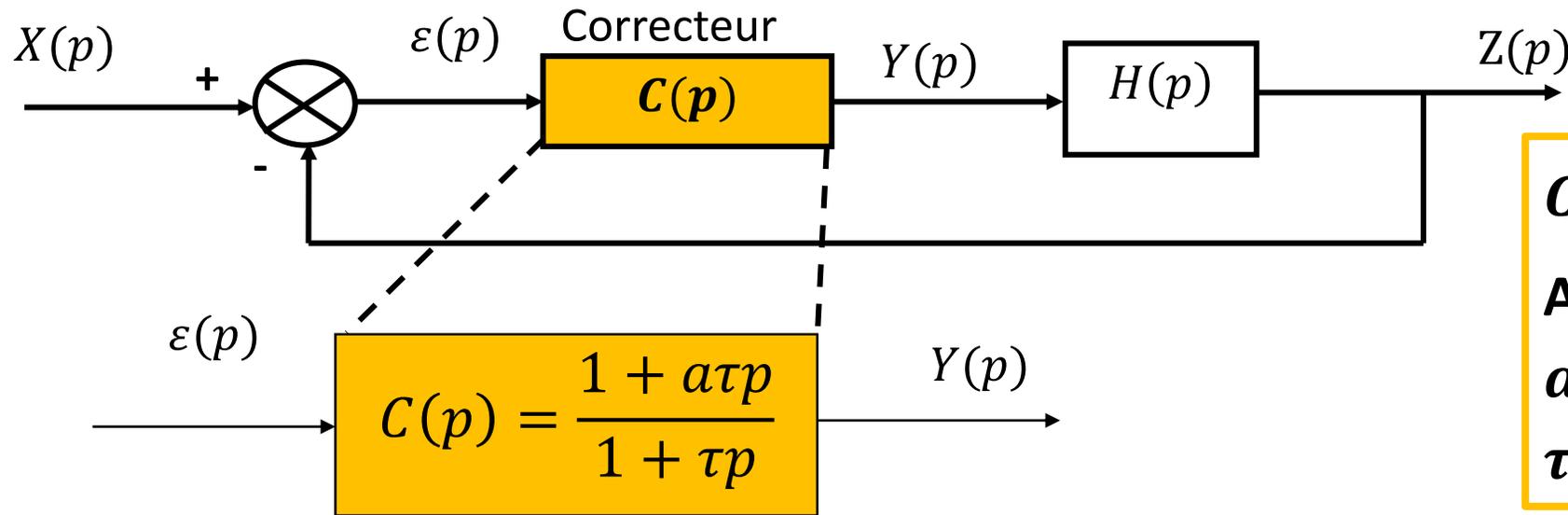
Avec :

K_p : Gain réglable

T_d, T_i : Constantes de temps réglable

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur à avance de phase



$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$$

Avec :

$a > 1$

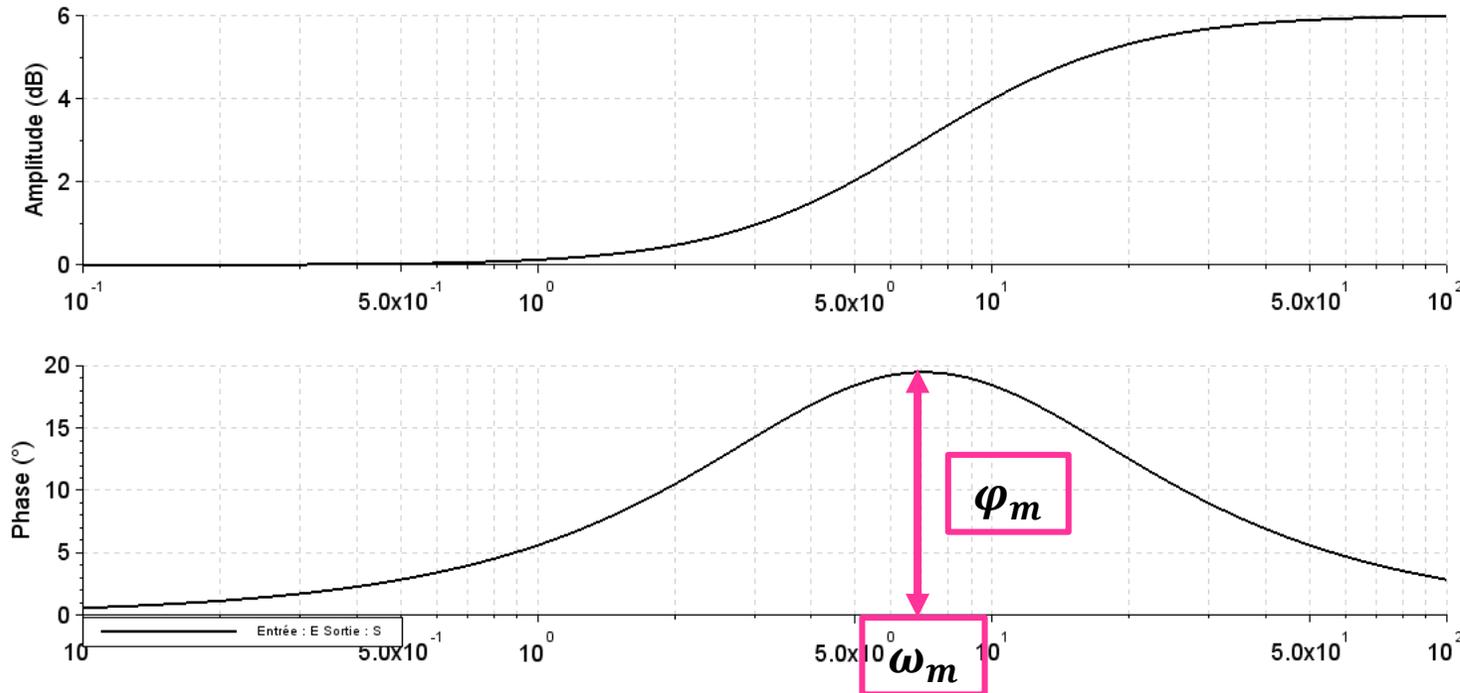
τ : Constantes de temps

Ce type de correcteur modifie légèrement le comportement du système aux basses et hautes fréquences mais il permet de rajouter une phase positive autour du point critique de fonctionnement (résonance ou point où le gain s'annule). Il permet donc d'améliorer la stabilité sans changer les autres paramètres.

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel: Correcteur à avance de phase

$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p} \quad \text{Avec } a=2 \text{ et } \tau = 0,1s.$$



Le déphasage maximal est obtenu pour la pulsation :

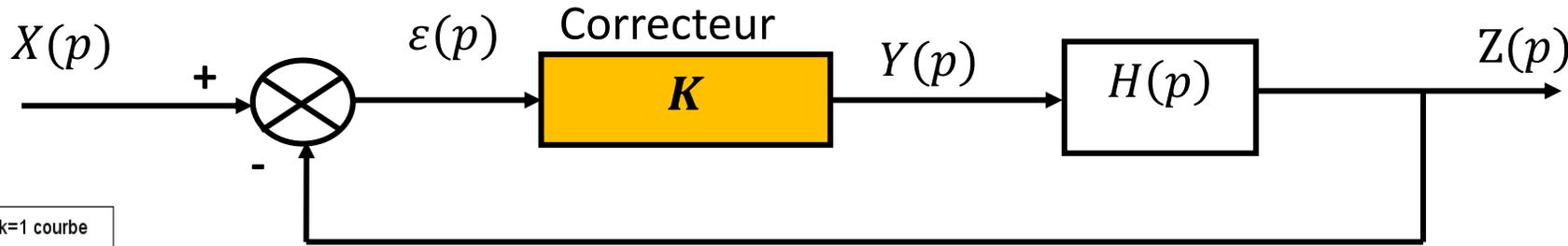
$$\omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$$

Le déphasage maximal correspond à : $\sin \varphi_m = \frac{a-1}{a+1}$

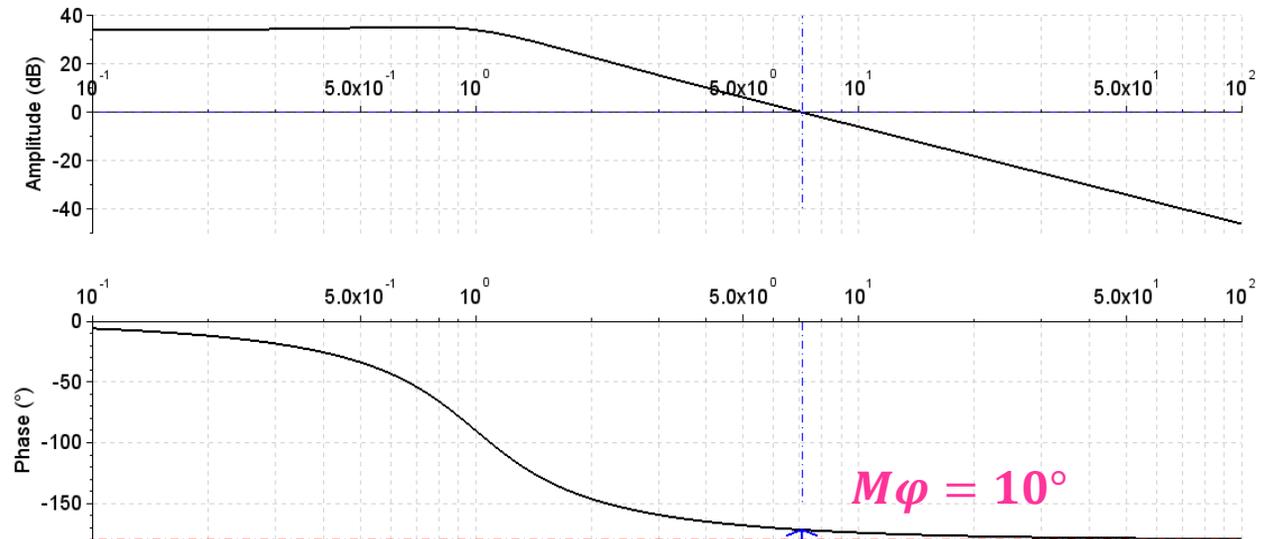
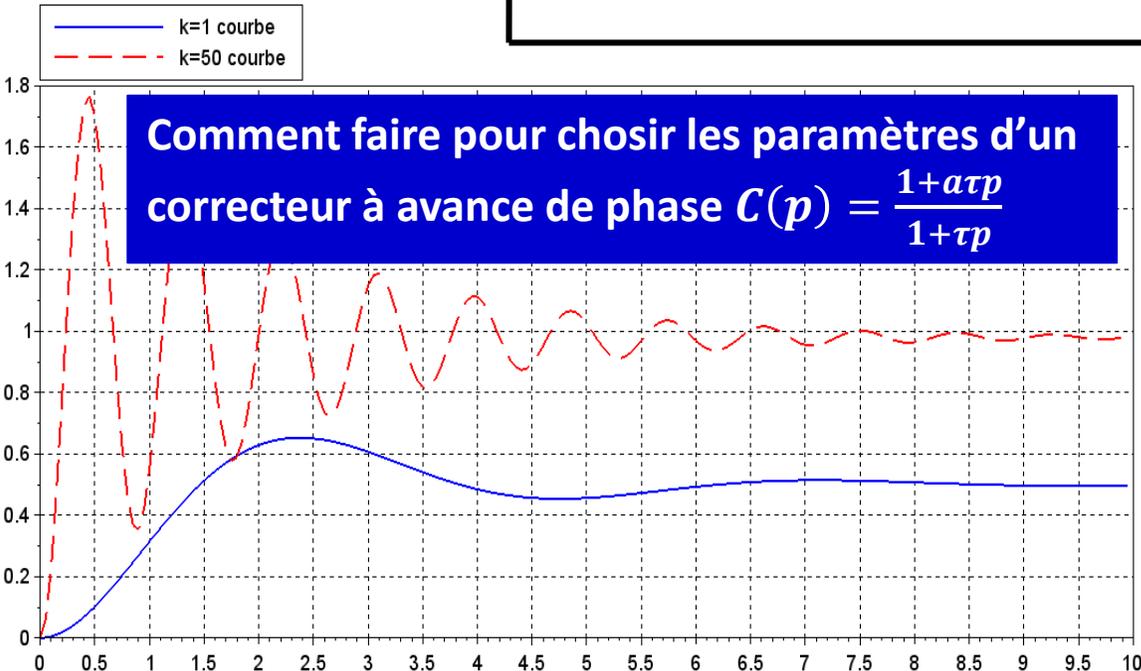
Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Choix des paramètres du correcteur à avance de phase



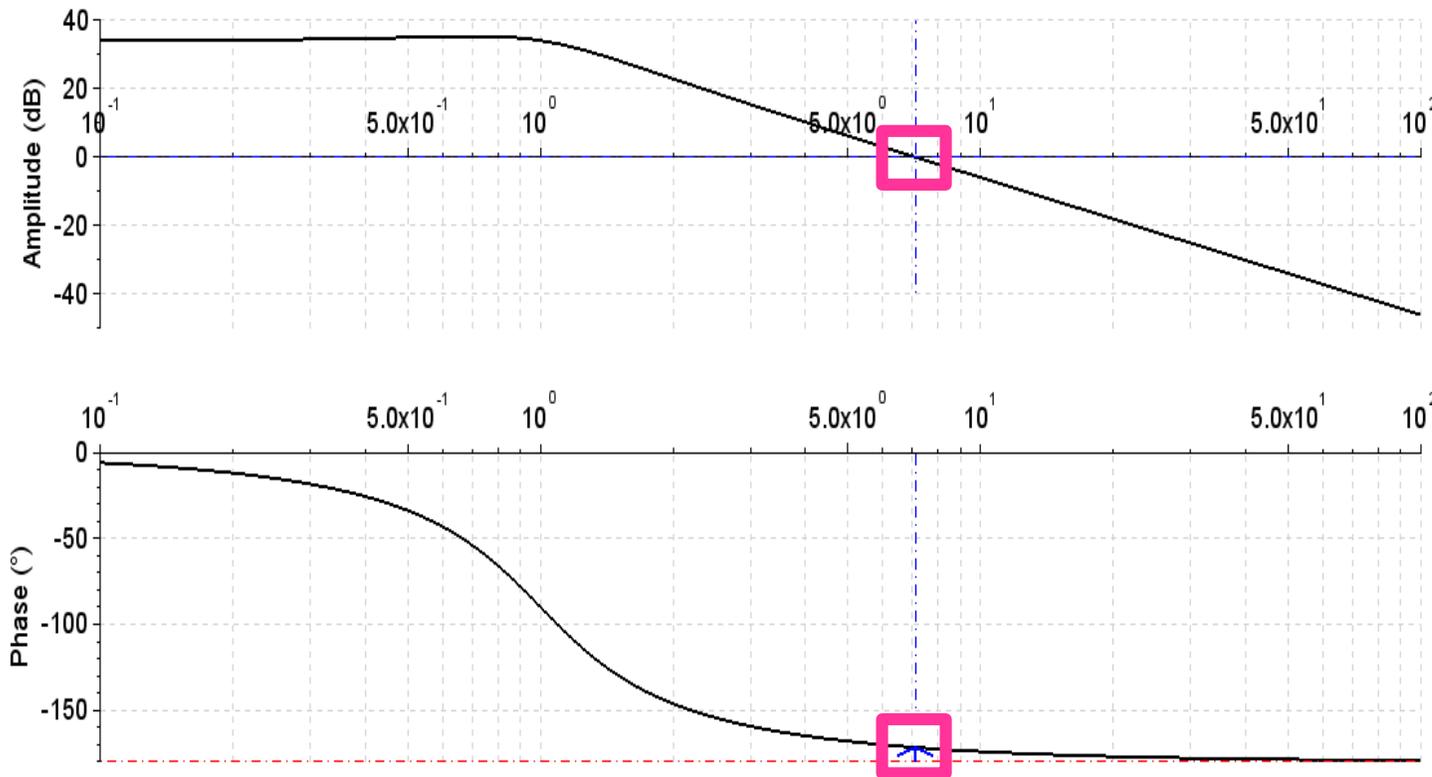
$$H(p) = \frac{1}{1 + p + p^2}$$



Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Choix des paramètres du correcteur
à avance de phase



On choisit $\omega_m = 7 \text{ rad/s}$ et $\varphi_m = 45^\circ$

$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$$

$$\begin{cases} 7 = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \\ \sin \varphi_m = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a-1}{a+1} \end{cases}$$

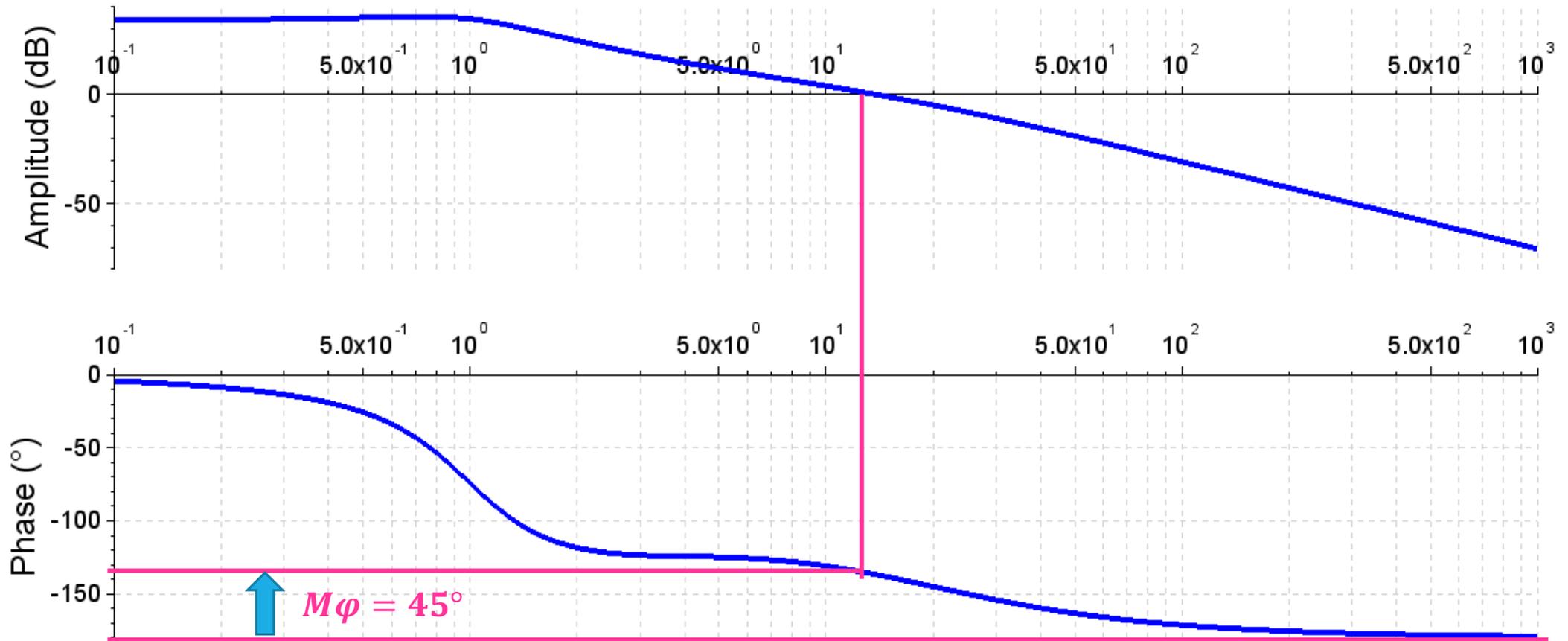
Soient : $a = 5,835$ et $\tau = 0,059 \text{ s}$

$$C(p) = \frac{1 + 0,344p}{1 + 0,059p}$$

Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

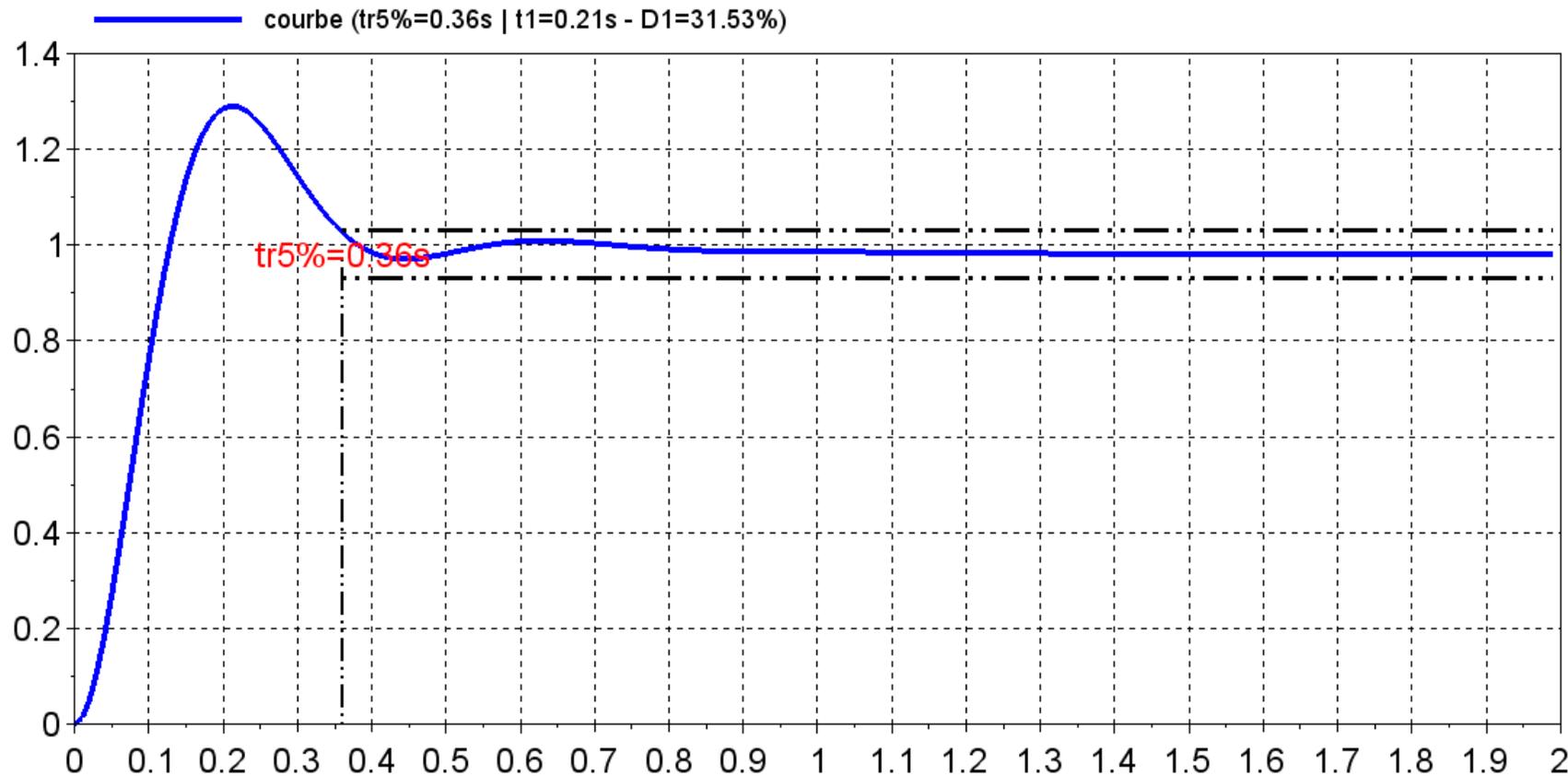
Choix des paramètres du correcteur
à avance de phase



Correction des systèmes asservis

Régulateur industriel:

Choix des paramètres du correcteur
à avance de phase



Merci pour votre attention

