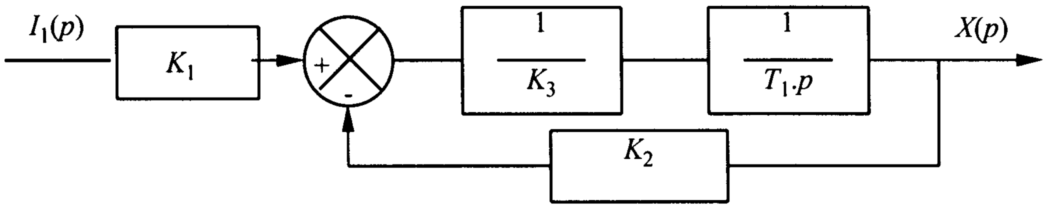
Sujet 1 :Extrait de CCP 2000

1. Étude du premier et second étage de la servovalve

1.1. Modélisation

L'étude dynamique de la palette et du piston des deux premiers étages de la servovalve, permet d'obtenir la modélisation fonctionnelle :



On considère toutes les conditions initiales nulles.

1.2. Fonction de transfert

On pose :

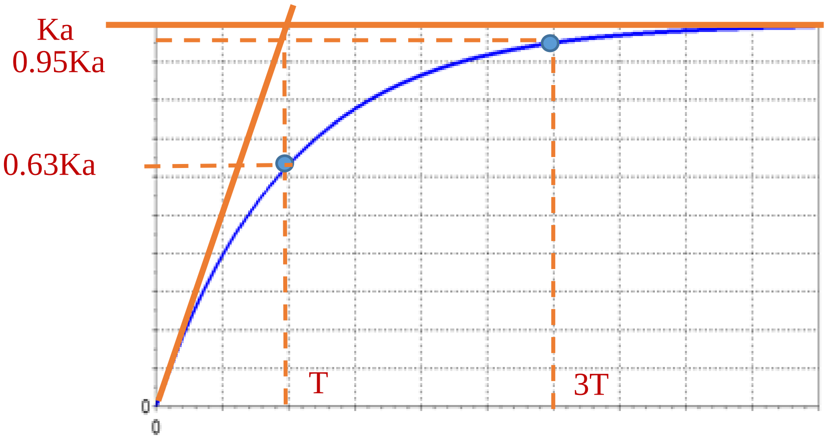
$$G_1(p) = \frac{K}{1 + T\,p}$$

1. Montrer que la fonction de transfert $\frac{X(p)}{I_1(p)}$ peut être identifiée à $G_1(p)$ et déterminer K et T en fonction de K_1, K_2, K_3 et T_1.

$$\frac{X(p)}{I_1(p)} = \frac{K_1}{K_2+K_3T_1p} = \frac{\frac{K_1}{K_2}}{1+\frac{K_3T_1}{K_2}p} = \frac{K}{1+Tp}\ avec \begin{cases} K = \frac{K_1}{K_2} \\ T = \frac{K_3T_1}{K_2} \end{cases}$$

1.3. Réponse indicielle

2. Donner l'allure de la réponse indicielle, en précisant les pentes, asymptote et valeurs caractéristiques. Préciser le temps de réponse à 5%.

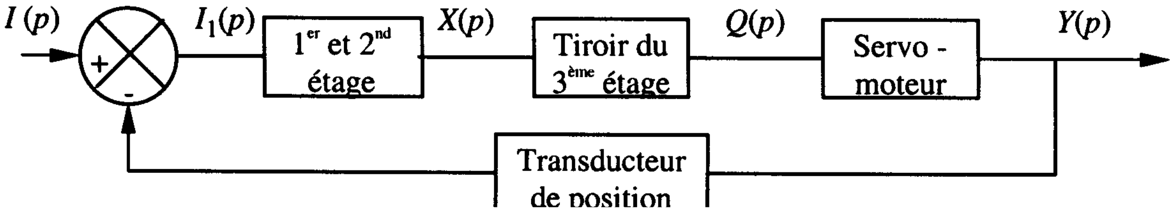


Réponse indicielle pour un échelon d'amplitude a

2. L'ensemble servovalve - servomoteur

2.1. Modélisation

La modélisation proposée pour cet ensemble est :



Hypothèses simplificatrices :

La fonction de transfert du tiroir du troisième étage est équivalente à un gain.

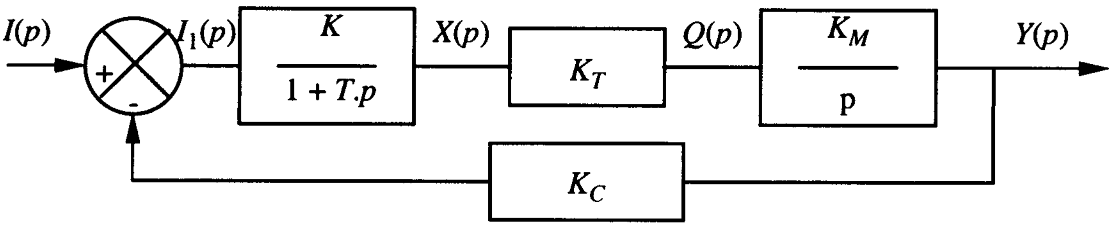
La fonction de transfert du transducteur est équivalente à un gain.

La fonction de transfert du servomoteur s'écrit :

$G_2(p) = \dfrac{K_M}{p}$

2.2. Fonction de transfert

La modélisation de l'ensemble devient :



On pose :

$K_4 = K\ K_T\ K_M\ K_C$

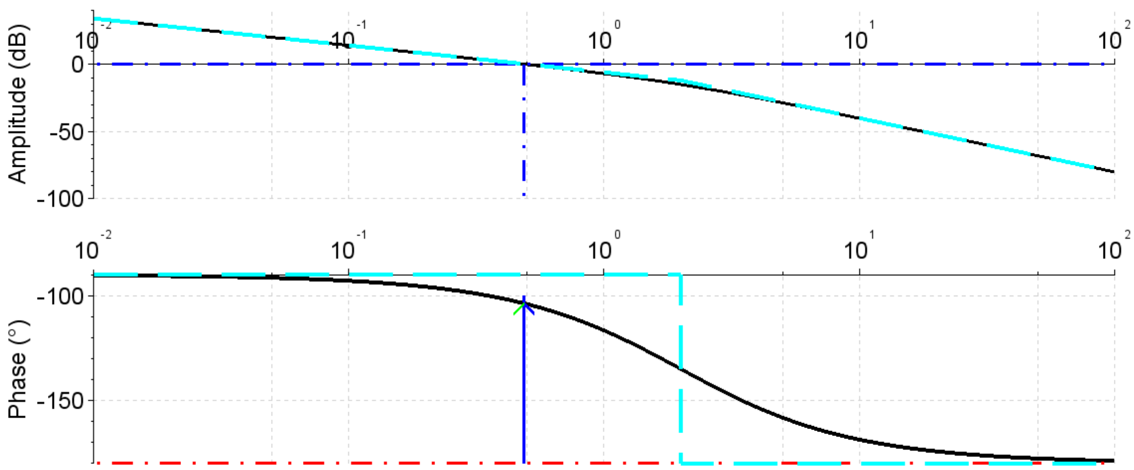
3. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $H_3(p)$.

$$H_3(p) = \frac{KK_TK_MK_C}{p(1+Tp)} = \frac{K_4}{p(1+Tp)}$$

2.3. Courbe de réponse en fréquence

4. Tracer la courbe de réponse en fréquence dans le plan de Bode en précisant les pentes et les valeurs particulières. On donne les valeurs numériques : K4 = 0,5 et T = 0,5s.

$$H_3(p) = \frac{0.5}{p(1+0.5p)}$$



5. Le système est-il stable ? Placer graphiquement la marge de phase. Donner la valeur de la marge de gain.

Le système est stable car : Marge de phase=76.34° et Marge de gain est infinie.

2.4. Précision de cet asservissement de position

6. Déterminer l'écart statique ε_0 et l'écart de traînage ε_v.

Le système est de classe 1 ➔ l'erreur statique est nulle ($\varepsilon_0 = 0$)

L'erreur de trainage est $\varepsilon_v = \frac{1}{0.5} = 2$, (la rampe est supposée de pente 1)

2.5. Rapidité de cet asservissement de position

On donne les valeurs numériques : $K_4 = 0,5$ et $T = 0,5s$.

7. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $G_3(p)$. Identifier l'amortissement ξ et la pulsation propre non amortie ω_0.

$$G_3(p) = \frac{\frac{1}{K_c}}{1+\frac{1}{K_4}p+\frac{T}{K_4}p^2}$$

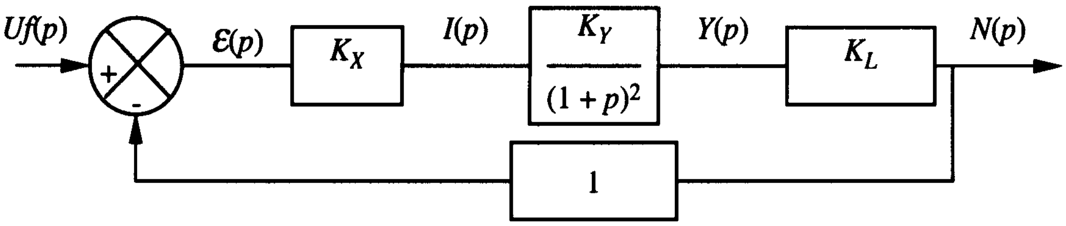
$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_4}{T}} = 1$, $\xi = \frac{\omega_0}{2K_4} = 1$, le régime est apériodique (critique) sans dépassement

8. Donner l'allure de la réponse indicielle en précisant les pentes, asymptotes et valeurs caractéristiques.

$\xi = 1$➔ La réponse est apériodique sans dépassement

Le gain statique est supposé égale à 1.

3. Régulation de fréquence



Les quantités K_X, K_Y et K_L sont des gains constants.

3.1. Fonction de transfert

1. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte : $H_4(p)$.

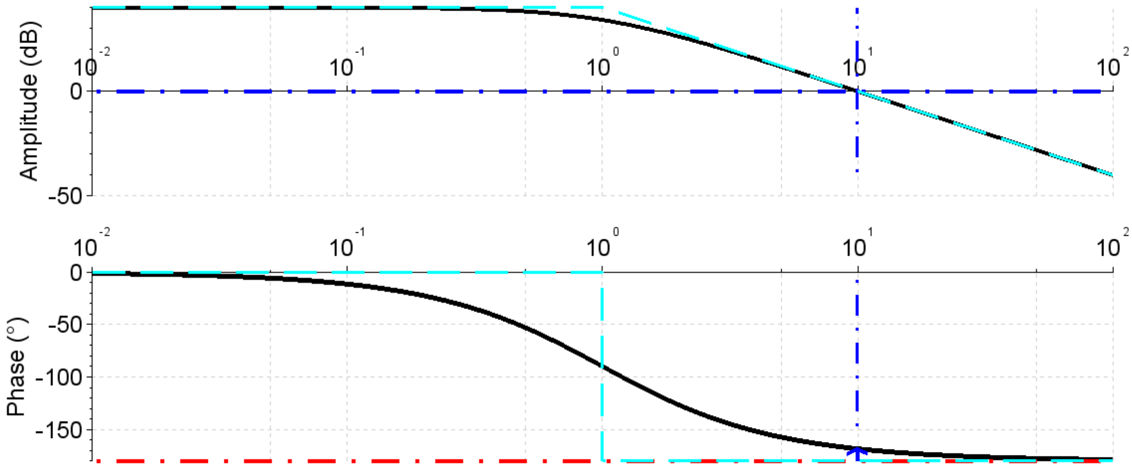
$$H_4(p) = \frac{K_X K_Y K_L}{(1+p)^2}$$

3.2. Diagrammes

Pour ce tracé et pour les questions suivantes, on considère que $H_4(p)$ possède un gain statique de 100.

2. Tracer dans le plan de BODE l'allure des diagrammes d'amplitude et de phase de $H_4(p)$, en précisant les asymptotes et leurs pentes, le gain statique, la pulsation propre non amortie du système, l'allure réelle de la fonction et la marge de phase.

$$H_4(p) = \frac{100}{(1+p)^2}$$



Marge de phase = 11,47° et marge de gain infinie

3.3 Précision de la régulation

3. Déterminer l'expression analytique de l'écart statique.

Le système est de classe 0 ➔ $\varepsilon_s = \frac{1}{101} = 0.9\%$

3.4. Correction de la régulation

On souhaite améliorer les performances de cette régulation en ajoutant un correcteur de type P.I. afin d'obtenir :

- Un écart statique nul.

- Une marge de phase $\Delta\varphi = 45°$.

On conserve la valeur ci-dessus du gain statique de $H_4(p)$.

On installe le correcteur :

$$C(p) = K_i + \frac{K_i}{p}$$

Pour obtenir :

$H_5(p) = C(p)\, H_4(p)$

4. Déterminer analytiquement le coefficient K_i du correcteur.

$H_5(p) = \frac{100K_i}{p(1+p)}$

$M\varphi = 180 + \arg\left(H_5(j\omega_1)\right) = 45$ avec $\arg\left(H_5(j\omega)\right) = -90 - \arctan\omega_1$ ➔ $\arctan\omega_1 = 45°$

Soit finalement : $\omega_1 = 1rad/s$

$|H_5(j\omega_1)| = 1$ soit $K_i = \frac{\sqrt{2}}{100}$

5. Tracer dans le plan de BODE l'allure des diagrammes d'amplitude et de phase de $H_5(p)$, en précisant sur les diagrammes les asymptotes et leurs pentes, l'allure réelle de la fonction et les valeurs particulières.