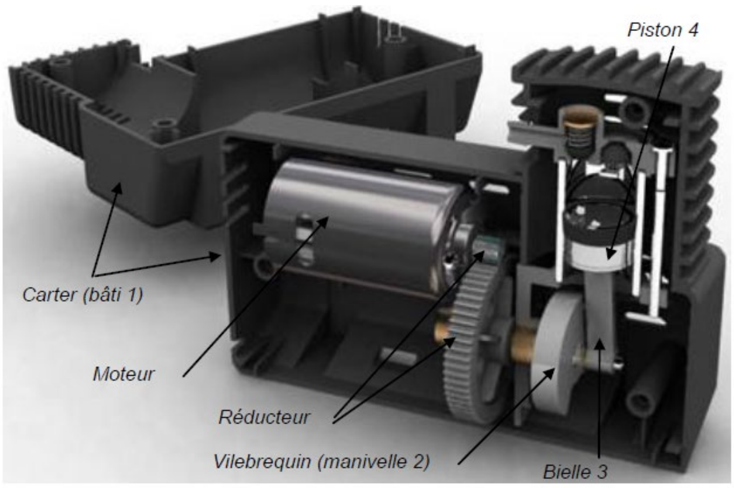
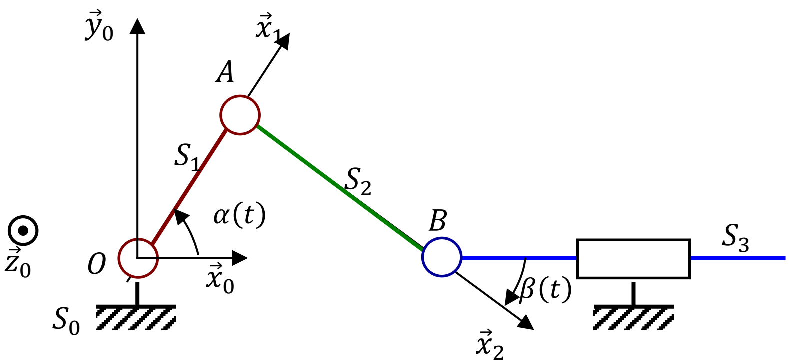
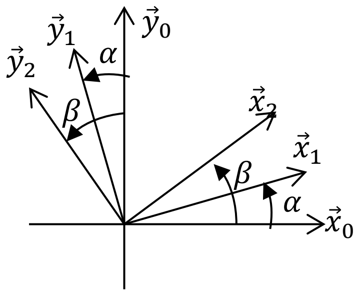
Science de l'Ingénieur : Cinématique des systèmes mécaniques (révision)

Exercice 1: Mini-compresseur

Ce compresseur est utilisé pour gonfler une roue de voiture, une roue de vélo, un ballon, un matelas…
Il est vendu dans les réseaux de grande distribution de types supermarchés. Son fonctionnement utilise le principe de transformation de mouvement de rotation continu (de la manivelle 2 par rapport au bâti 1) en un mouvement de translation alternatif (du piston 4 par rapport au bâti 1).
La figure suivante correspond à son schéma cinématique.





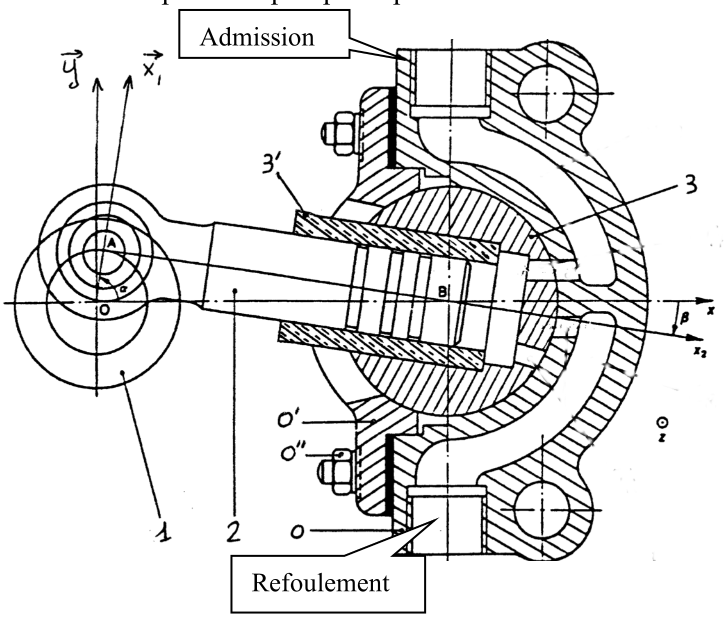


On donne : $\overrightarrow{OB} = \lambda(t)\vec{x}_0$, $OA = R, AB = d,\ R = 40mm, d = 100mm$

1. Donner le graphe de liaison de ce système.
2. Donner le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.
3. Déterminer la loi E/S en position du système à l'aide d'une fermeture géométrique.
4. On demande de déterminer la course C du piston sachant qu'on a : $C = \lambda_{max} - \lambda_{min}$.

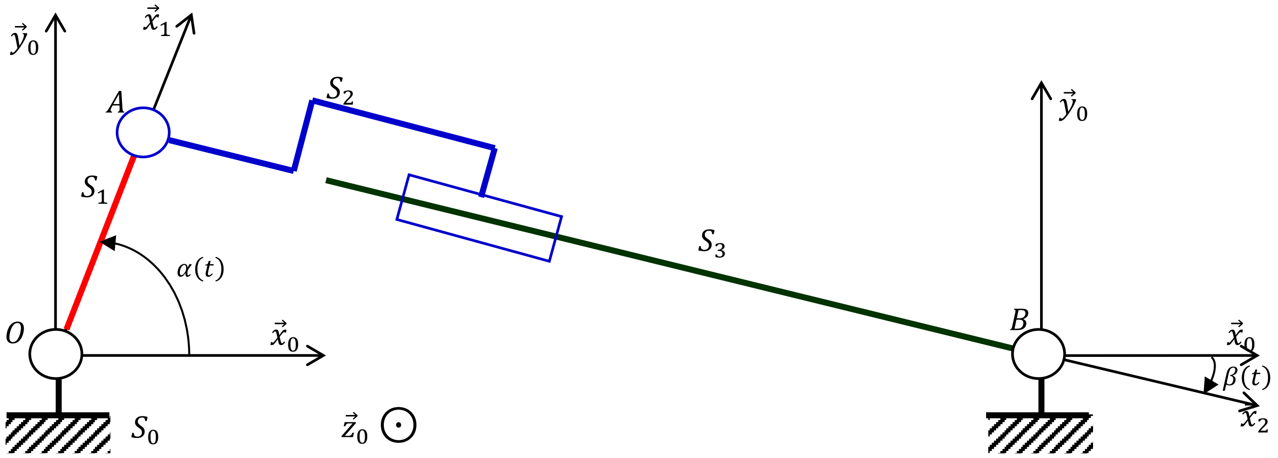
Exercice 2 : Pompe.

Le dessin suivant représente la vue en coupe d'une pompe en phase d'admission d'un fluide liquide.



Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com

Le schéma cinématique de cette pompe est également représenté ci-contre.



Cette pompe est constituée de différents éléments :

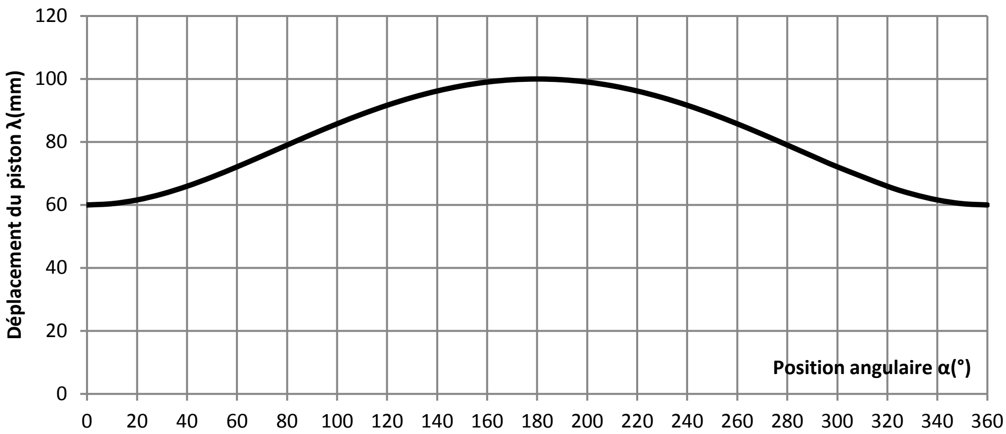
- Un bâti (S_0) constitué des éléments $(0 + 0' + 0'')$ auquel on attache un repère de référence $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- Un ensemble oscillant (S_3) constitué des éléments $(3 + 3')$ en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0). On attache à cet ensemble un repère $R_3(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.
- Une manivelle (S1) en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0). On attache à cette manivelle un repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$.
- Un piston (S_2) en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec (S_1) et en liaison pivot glissant d'axe $(A, \vec{x}_2)$ avec (S_3). On attache à ce piston un repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

On notera :

- $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ L'angle de rotation de la manivelle (S_1) par rapport au bâti (S_0).
- $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$ L'angle de rotation de (S_2) ou (S_3) par rapport au bâti (S_0).
- $\lambda(t)$ Le paramètre de translation de (S_2) par rapport à (S_3).

On pose : $\overrightarrow{OA} = R\vec{x}_1, \overrightarrow{OB} = L\vec{x}_0$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{x}_2$

La figure ci-dessous représente la loi entrée sortie de la pompe ($\lambda(t)$ en fonction de $\alpha(t)$) pour $R = 20mm$ et $L = 80mm$.



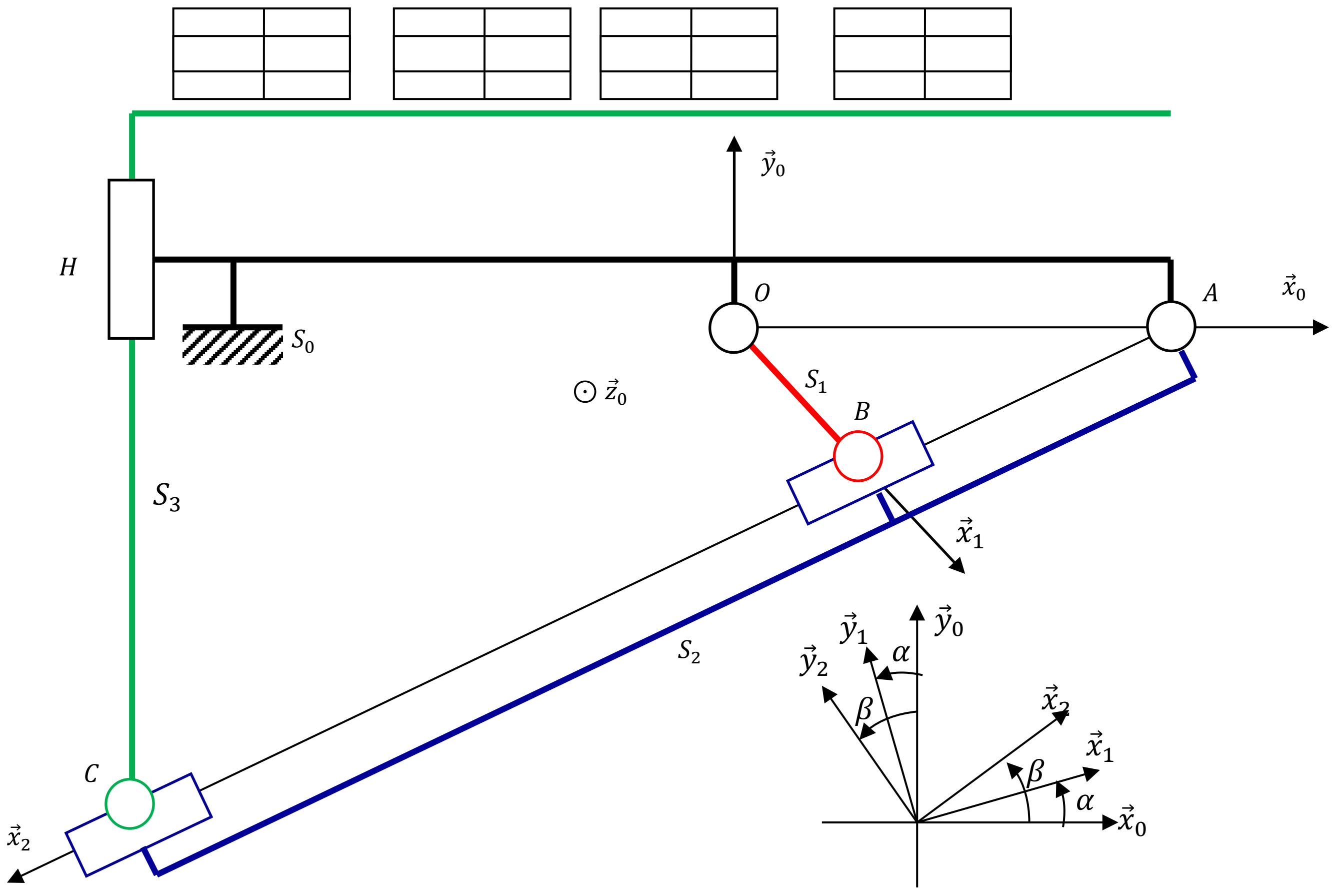
1. Donner le graphe de liaisons du mécanisme étudié et préciser les spécifications des différentes liaisons. Indiquer la nature de la chaine des solides.
2. Représenter les figures de changement de base.
3. Indiquer le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie.
4. Ecrire les équations qui découlent de la fermeture géométrique de la chaine des solides S0-S1-S2-S3.
5. Déduire la loi entrée-sortie de la pompe (exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\alpha(t)$).
6. Déterminer la course en mm du piston (S2).
7. Préciser par rapport à $\alpha(t)$ la phase d'aspiration et la phase de refoulement.
8. Sachant que la vitesse de rotation de la manivelle est de 1200tr/min et le diamètre du piston S2 est $d = 20mm$. Déterminer le débit moyen Q_m de la pompe en litre/min et en litre/s.
9. A votre avis, sur quel paramètre géométrique il faut agir afin d'augmenter le débit moyen Q_m.

Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com

Exercice 3 : Palettiseur pour l'industrie laitière

Les briques de lait de 1L sont stockées par groupe de 6, et déposée sur des palettes (ce qui facilite leur transport dans les camions). Dans une chaîne de conditionnement de briques de lait, on utilise souvent des poussoirs qui poussent tout un lot de 6 briques de lait. On se propose d'étudier un de ces poussoirs dont on donne le modèle ci-dessous ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. L'objectif d'étude est de vérifier si le système permet d'atteindre l'exigence demandée.

Exigence technique	Critère	Niveau
1.2	Amplitude de déplacement	50cm mini



Le bâti (S_0) est fixe. Un motoréducteur anime en rotation la manivelle (S_1). Par l'intermédiaire d'une liaison linéaire annulaire d'axe $(B, \vec{x}_2)$, la manivelle (S_1) déplace la tige (S_2) en rotation autour de l'axe $(A, \vec{z}_0)$ qui déplace elle même le poussoir (S_3) en translation suivant l'axe $(H, \vec{y}_0)$.

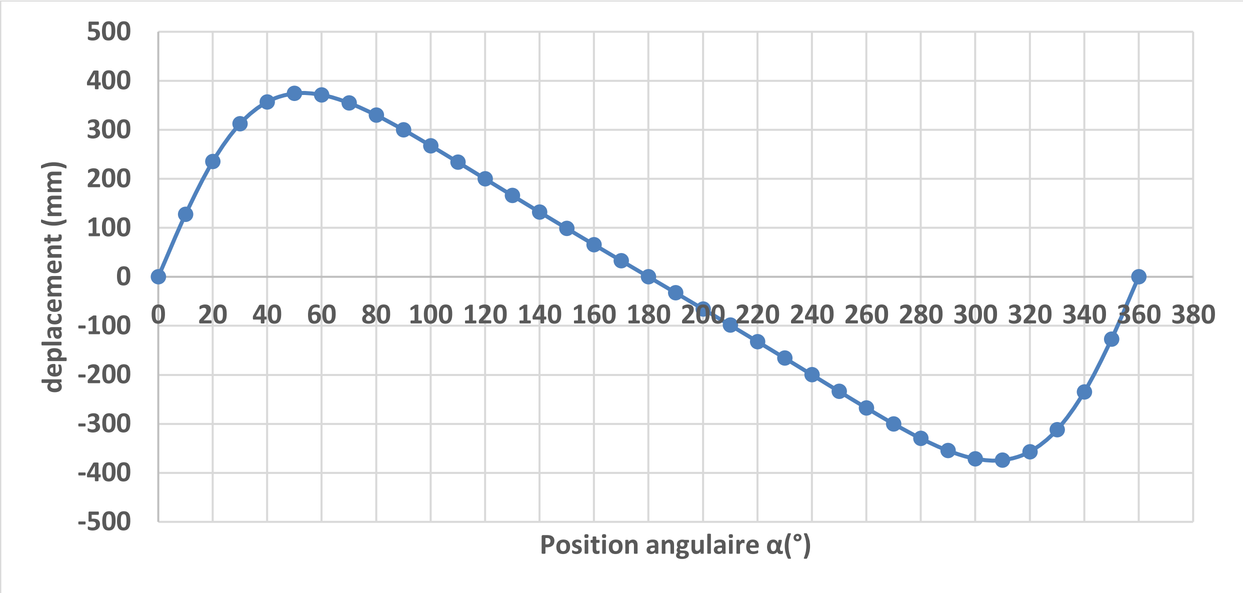
Données :

$\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$, $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$, $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{x}_2$, $\overrightarrow{AC} = d(t)\vec{x}_2$, $\overrightarrow{HC} = y(t)\vec{y}_0$, $\overrightarrow{OB} = R\vec{x}_1$, $\overrightarrow{HA} = L_0\vec{x}_0$, $\overrightarrow{OA} = L_1\vec{x}_0, R = 0{,}15m\ et\ L_0 = 2L_1 = 0{,}5m.$

1. Donner le graphe de liaisons. Préciser les spécifications nécessaires pour chaque liaison.
2. Déterminer les trajectoires suivantes : $T(B \in S_1/S_0), T(B \in S_2/S_0), T(C \in S_2/S_0)\ et\ T(C \in S_3/S_0)$
3. Écrire les équations de la fermeture géométrique de la chaine des solides $(S_0 - S_1 - S_2)$ en projection dans la base du repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
4. Écrire les équations de la fermeture géométrique de la chaine des solides $(S_0 - S_2 - S_3)$ en projection dans la base du repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
5. Déduire la loi entrée-sortie du système : $y(t) = f\big(\alpha(t)\big)$.

On donne ci-après la courbe qui représente la loi entrée sortie pour un tour de S_1 par rapport à S_0.

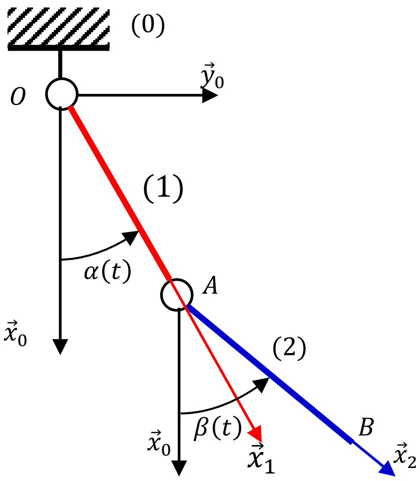
Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com



6. Déterminer l'amplitude de déplacement du poussoir $\Delta y = y_{max} - y_{min}$.
7. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Exercice 4: Pendule double

On considère le système de pendule double composé de deux tiges. La tige 1 est articulée au bâti (0) au point O. Les deux tiges sont de longueurs identiques L. Le bâti (0) est lié au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. La tige (1) est liée au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ et la tige (2) est liée au repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

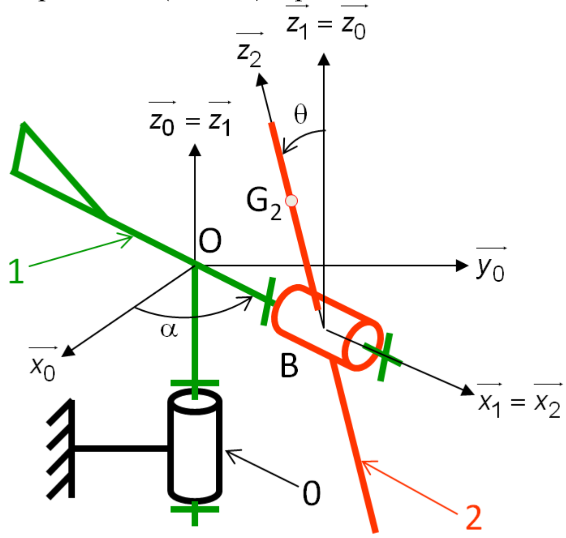


1. Déterminer par dérivation (méthode directe) :
   - ✓ $\vec{V}(A, 1/0)$
   - ✓ $\vec{V}(B, 2/1)$
   - ✓ $\vec{V}(B, 2/0)$
   - ✓ $\vec{\Gamma}(A, 1/0)$
   - ✓ $\vec{\Gamma}(B, 2/0)$
2. Déterminer par la méthode de champ des vecteurs vitesses :
   - ✓ $\vec{V}(A, 1/0)$
   - ✓ $\vec{V}(B, 2/1)$
3. Déterminer les torseurs cinématiques suivants :
   - ✓ $\{\vartheta(1/0)\}_O$ et $\{\vartheta(1/0)\}_A$
   - ✓ $\{\vartheta(2/1)\}_A$ et $\{\vartheta(2/1)\}_B$
4. Déterminer par la méthode de composition de mouvement :
   - ✓ $\vec{V}(A, 2/0)$
   - ✓ $\vec{V}(B, 2/0)$

Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com

Exercice 5 : Eolienne

On s'intéresse à une éolienne de petite puissance (18 KW) représentée sous forme de schéma cinématique ci-dessous :



Ce système est constitué de trois solides :

- Le mât 0, de repère associé $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, fixe par rapport au sol tel que l'axe $(O,\vec{z}_0)$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- Le corps 1, de repère associé $R_1(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$, en mouvement de rotation d'axe $(O,\vec{z}_0)$ par rapport au mât 0 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $(\vec{x}_0,\vec{x}_1) = \alpha$.
- Les pâles 2, de repère associé $R_2(B,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe $(B,\vec{x}_1)$ par rapport au corps 1 tel que $\overrightarrow{OB} = b.\vec{x}_1$ (b constant), $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ et $(\vec{y}_1,\vec{y}_2) = \theta$.

Si un corps étranger percute une pale au point de l'endommager et de créer un « balourd » (centre de gravité G_2 des pâles qui n'est plus sur l'axe de rotation des pâles), des effets dynamiques (vibrations) peuvent apparaitre et être à l'origine d'efforts qui vont user anormalement certaines pièces du système.

Dans ce cas, la position du centre de gravité G_2 des pâles 2 est défini par : $\overrightarrow{BG_2} = c.\vec{z}_2$ (c constant).

1. Donner les deux figures de changement de bases.
2. Déterminer les torseurs cinématiques suivants :

- $\{\vartheta(1/0)\}_O$
- $\{\vartheta(2/0)\}_B$
- Déterminer $\vec{V}(G_2 \in 2/0)$ par dérivation, par composition de mouvement et par champ de vitesse
- Déterminer $\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/0)$

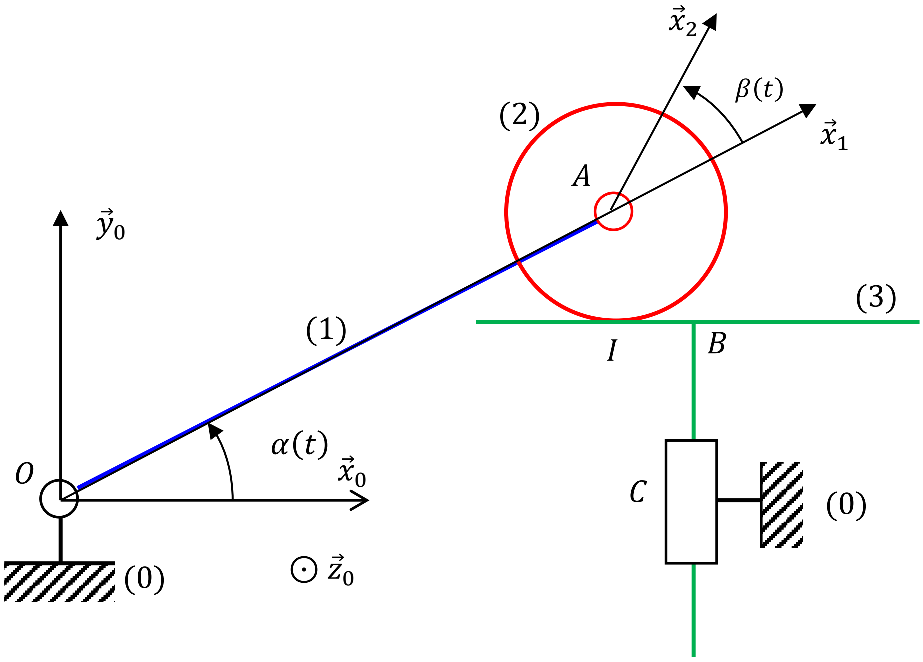
Exercice 6 : Mécanisme d'ouverture automatique

L'exercice porte sur l'étude d'un mécanisme d'ouverture d'une trappe. Ce mécanisme est composé de :

- Un bâti (0) lié au repère $R_0(0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$
- Un bras (1), en liaison pivot d'axe $(O,\vec{z}_0)$ avec le bâti (0), lié au repère $R_1(0,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$ tel que $\alpha(t) = (\vec{x}_0,\vec{x}_1) = (\vec{y}_0,\vec{y}_1)$
- Une roulette (2), assimilée à un disque de rayon R et de centre A, en liaison picot d'axe $(A,\vec{z}_0)$ avec le bras (1) et lié au repère $R_2(0,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_0)$ tel que $\beta(t) = (\vec{x}_1,\vec{x}_2) = (\vec{y}_1,\vec{y}_2)$
- Un plateau (3), en liaison glissière d'axe $(C,\vec{y}_0)$ avec le bat (0) et en liaison ponctuelle de normale $(I,\vec{y}_0)$ au point de contact I avec la roulette (2). Le contact au point I est maintenu avec un ressort non représenté.

On donne : $\overrightarrow{OA} = L\vec{x}_1$, $\overrightarrow{OC} = L\vec{x}_0$, $\overrightarrow{IB} = \mu(t)\vec{x}_0$, $\overrightarrow{CB} = \lambda(t)\vec{y}_0$ et $\overrightarrow{IA} = R\vec{y}_0$

Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com



1. Déterminer $\vec{\Omega}(1/0), \vec{\Omega}(2/0), \vec{\Omega}(3/0)$
2. Déterminer $\vec{\Omega}(2/3)$. Déduire le vecteur vitesse de roulement $\overrightarrow{\Omega_r}(2/3)$ et le vecteur vitesse de pivotement $\overrightarrow{\Omega_p}(2/3)$.
3. Déterminer le vecteur vitesse de glissement au point I de la roulette 2 par rapport au plateau 3.
4. Déterminer la condition de roulement sans glissement au point I.

Exercice 8. Système élévateur

L'étude porte sur un système utilisé pour soulever une charge. Ce système est composé de :

- Un bâti (S_0) lié au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- Une tige (S_1), liée au repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti (S_0). Soit $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- Un disque (S_2), lié au repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec la tige S_1 et en liaison ponctuelle de normale $(I, \vec{x}_1)$ avec (S_0). Soit $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$;
- Un disque (S_3), lié au repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec la tige S_1 et en liaison ponctuelle de normale $(J, \vec{y}_0)$ avec le piston (S_4). Soit $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$;
- Un piston S_4, lié au repère $R_4(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est en liaison glissière d'axe $(D, \vec{y}_0)$;

On donne ci-dessous les données géométriques nécessaires au calcul cinématique.
$\overrightarrow{OI} = -R\vec{x}_1$, $\overrightarrow{OB} = 2R\vec{x}_1$, $\overrightarrow{OA} = -(R-r)\vec{x}_1$, $\overrightarrow{AI} = -r\vec{x}_1$, $\overrightarrow{BJ} = r\vec{y}_0$, $\overrightarrow{OC} = \lambda(t)\vec{Y}_0$

1. Déterminer les vecteurs vitesses instantanées de rotation $\vec{\Omega}(S_1/0), \vec{\Omega}(S_2/0), \vec{\Omega}(S_3/0)$

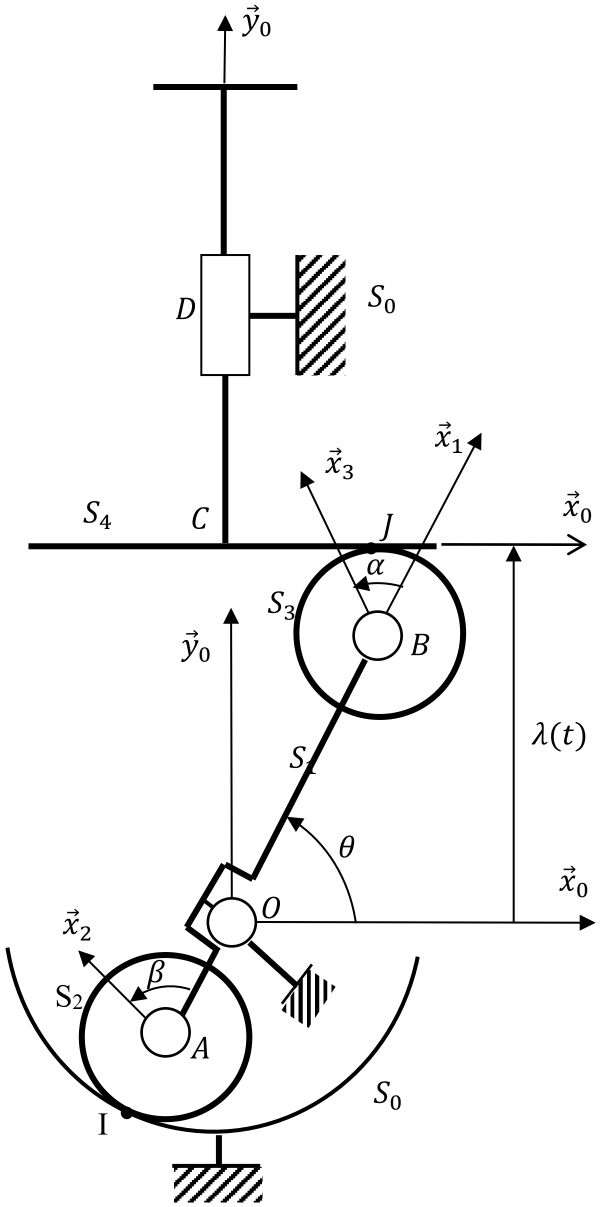
2. Déterminer les éléments de réduction du torseur cinématique de la tige S_1 dans son mouvement par rapport au repère R_0 au point A puis au point B ;

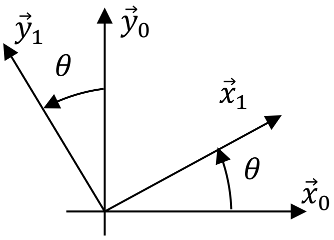
3. Déterminer le torseur cinématique du piston S_4 dans son mouvement par rapport au bâti, au point C.

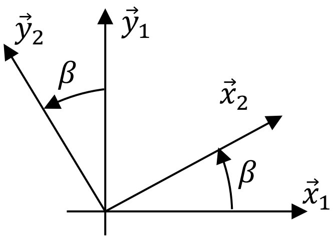
4. Calculer la vitesse de glissement au point I du mouvement de (S_2) par rapport à (S_0). En déduire la condition de roulement sans glissement ;

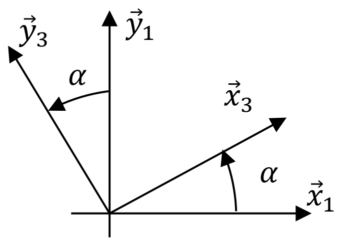
5. Calculer la vitesse de glissement au point J du mouvement de (S_3) par rapport au piston S_4. En déduire la condition de roulement sans glissement.

Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com









Lefi Abdellaoui
E-mail: lefiabdellaoui@yahoo.fr
Blog: https://lefiabdellaoui.wordpress.com