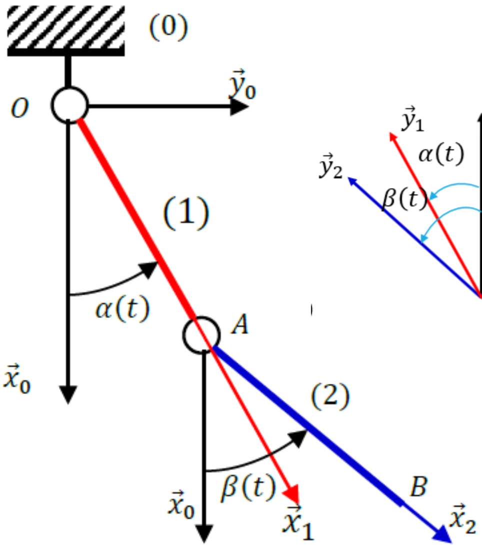
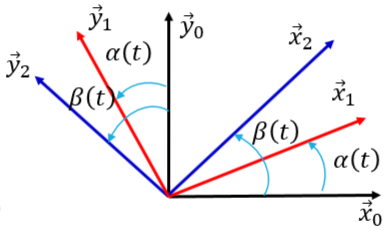
Cinétique des solides indéformables

Exercice 1. Robot à deux bras

L'exercice porte sur un robot à deux bras articulés SCARA de Genesis Robotics. On donne le schéma cinématique qui modélise ce système. Comme première approche, les deux bras sont supposés identiques et sont modélisés par deux tiges homogènes dont chacune est de masse m et de longueur l.

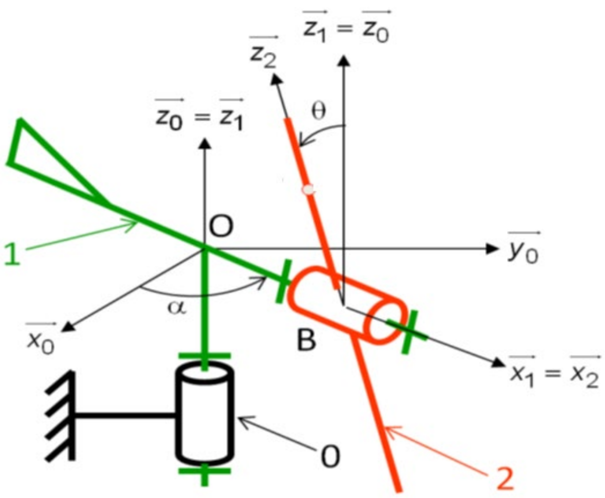




1. Déterminer la matrice d'inertie du bras 1 au point O dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$;
2. Déterminer le torseur cinématique, au point O, du bras 1 dans son mouvement par rapport à R_O. Déduire $\vec{V}(G_1 \in 1/R_O)$;
3. Déterminer le torseur cinématique, au point A, du bras 2 dans son mouvement par rapport à R_O. Déduire $\vec{V}(G_2 \in 2/R_O)$;
4. Déterminer le torseur cinétique, au point O, du bras 1 dans son mouvement par rapport à R_O.
5. Déterminer le torseur cinétique, au point A, du bras 2 dans son mouvement par rapport à R_O.
6. Déduire, au point O, le moment cinétique de l'ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.
7. Déterminer, au point O, le moment dynamique de l'ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.
8. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.

Exercice 2 : Eolienne à deux pales

L'éolienne donnée par la figure suivante est constituée d'une girouette 1 et d'une hélice 2. La girouette 1 a une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti. L'hélice 2, constituée de deux pales, a une liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_1)$ avec la girouette 1.



Caractéristiques géométriques et d'inertie :
Girouette 1 :

- Le moment d'inertie par rapport à $(O,\vec{z}_0)$ est noté par C_1. L'axe $(O,\vec{z}_0)$ est supposé principal d'inertie.

Hélice 2 :

- De centre d'inertie B avec $\overrightarrow{OB} = a\vec{x}_1$
- De masse m_2
- De matrice d'inertie centrale donnée par le constructeur de la forme : $[I_B(2)] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$

Etude cinématique :

1- Déterminer le torseur cinématique de la girouette 1 au point O dans son mouvement par rapport au bâti.
2- Déterminer le torseur cinématique de l'hélice 2 au point B dans son mouvement par rapport au bâti.

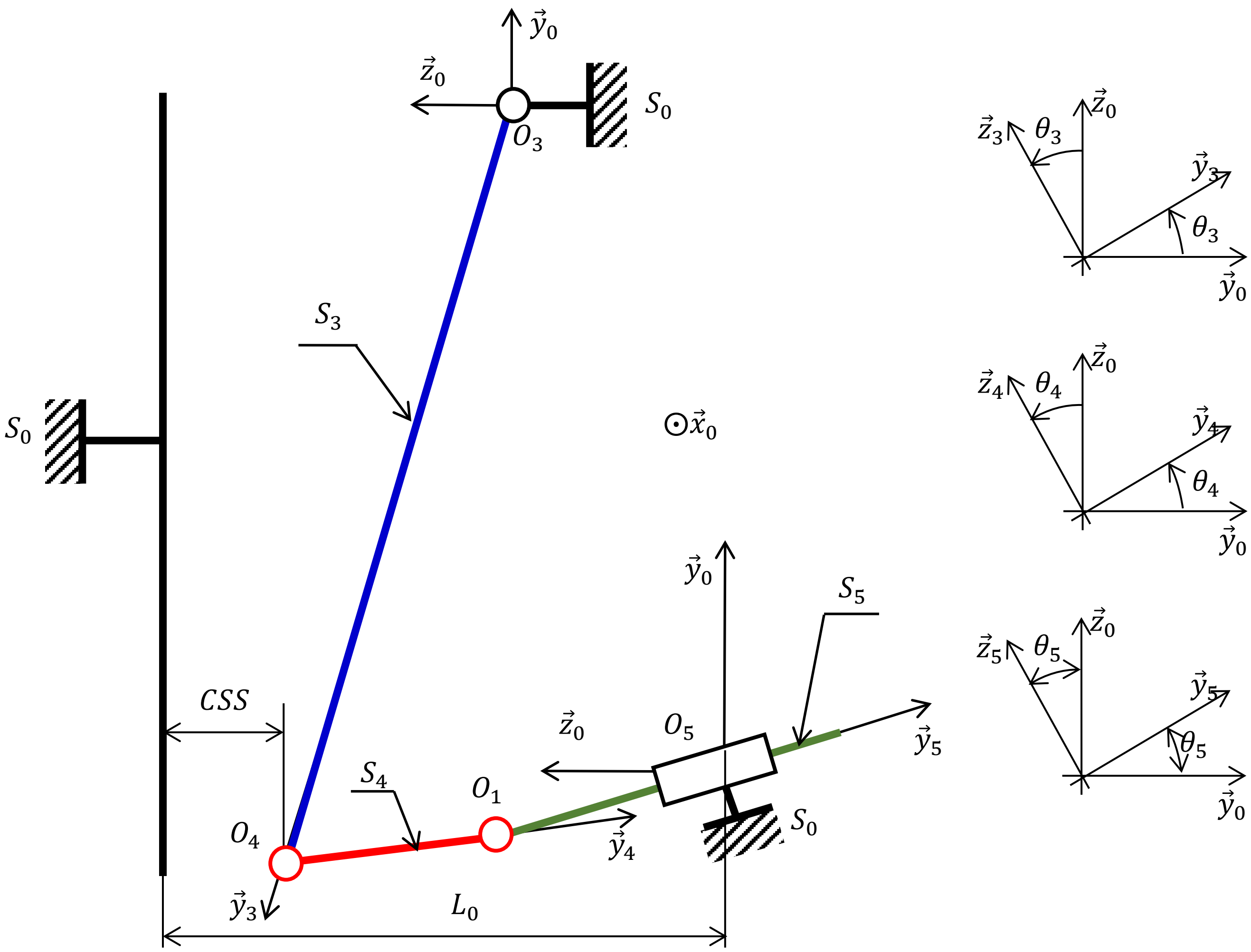
Etude cinétique :

1- Déterminer le moment cinétique au point O de la girouette 1 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
2- Déterminer le moment cinétique au point O de l'hélice 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
3- Déterminer la projection sur l'axe $\vec{z}_0$ du moment dynamique au point O de l'hélice 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.
4- Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport au bâti.

Exercice 3 : Concasseur à mâchoire mobile (cnim2017 : https://lefiabdellaoui.files.wordpress.com/2018/05/cnim_si_2018_e.pdf**)**

Phase de réglage de l'écartement : Closed Side Set (CSS)

Dans cette phase, l'excentrique (S_2) est bloquée. Pour cela, le point O_3, centre de la liaison pivot entre (S_2) et (S_3) est supposé fixe dans le bâti (S_0).



Données :

$\overrightarrow{O_5O_3} = a_0\vec{y}_0 + b_0\vec{z}_0$ $\quad\overrightarrow{O_3O_4} = r_3\vec{y}_3$ $\quad\overrightarrow{O_4O_1} = r_4\vec{y}_4$ $\quad\overrightarrow{O_1O_5} = y(t)\vec{y}_5$

Pour un concasseur de type PE 400×600, les données numériques sont résumées dans le tableau suivant :

a_0(mm)	b_0(mm)	L_0(mm)	r_3(mm)	r_4(mm)	θ_5(°)
760	245	840	1085	455	290

Afin de vérifier les performances d'asservissement de position du vérin, il est utile de déterminer la masse équivalente M_{eq} du système (S_3, S_4 et S_5) ramenée sur l'axe du vérin $(O_5, \vec{y}_5)$. Pour cela, on rajoute les données et les hypothèses suivantes :

- La tige du vérin S_5 est de masse m_5 avec $m_5 = 178Kg$;
- La table basculante S_4 est de masse m_4, de centre d'inertie G_4 tel que $\overrightarrow{O_1G_4} = -y_{G4}\vec{y}_4$ et de matrice d'inertie suivante :

$$[I_{G_4}(S_4)] = \begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & -D_4 \\ 0 & -D_4 & C_4 \end{bmatrix}_{R_4} \text{ avec } \begin{cases} m_4 = 143Kg \\ y_{G4} = 216mm \\ A_4 = 2{,}41Kgm^2 \end{cases}$$

- La mâchoire mobile S_3 est de masse m_3 et de matrice d'inertie suivante :

$$[I_{O_3}(S_3)] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & -D_3 \\ 0 & -D_3 & C_3 \end{bmatrix}_{R_3} \text{ avec } \begin{cases} m_3 = 776{,}7Kg \\ A_3 = 295{,}50Kgm^2 \end{cases}$$

- Les positions angulaires $\theta_3(rad)$ et $\theta_4(rad)$ varient linéairement en fonction de l'allongement $y(m)$ du vérin et elles sont données par :

$$\begin{cases} \theta_3(rad) = a_3 y(m) + b_3 \\ \theta_4(rad) = a_4 y(m) + b_4 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} a_3 = 0{,}87rad/m \\ b_3 = 3{,}17rad \\ a_4 = 2rad/m \\ b_4 = 4{,}94rad \end{cases}$$

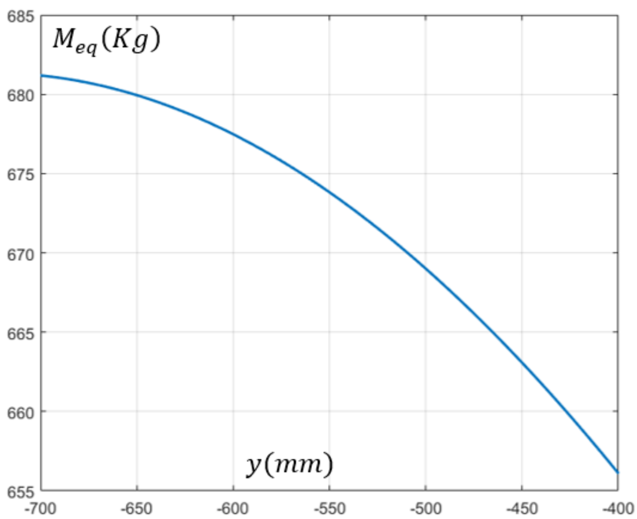
1. Déterminer le torseur cinématique de la table basculante S_4 au point G_4 dans son mouvement par rapport à R_0.
2. Déterminer le torseur cinétique de la table basculante S_4 au point G_4 dans son mouvement par rapport à R_0.
3. Déterminer l'énergie cinétique du système Σ, formé par les solides : S_3, S_4 et S_5, dans son mouvement par rapport à R_0. Déduire la masse équivalente M_{eq} du système Σ ramenée sur l'axe du vérin.

L'équation suivante représente l'équation de la masse équivalente $M_{eq}(Kg)$ en fonction de l'allongement de la tige du vérin $y(mm)$.

$$M_{eq}(Kg) = 557{,}84 + 123{,}5\sin(0{,}12 - 0{,}002y(mm))$$

La courbe donnée par la figure suivante correspond à l'évolution de $M_{eq}(Kg)$ en fonction de $y(mm)$ dans la plage de fonctionnement du vérin.

4. Déterminer la variation de la masse équivalente $\Delta M_{eq}(Kg)$ pour la plage de fonctionnement du vérin. A votre avis, est ce que l'hypothèse d'un système invariant est valable ? Justifier votre réponse.



*** FIN ***