Cinétique des solides indéformables

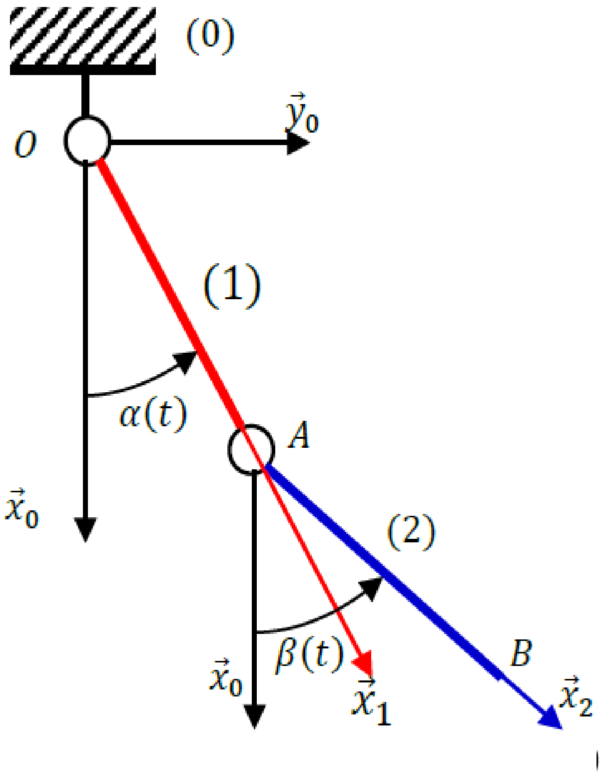
LEFI ABDELLAOUI: INGÉNIEUR DOCTEUR AGRÉGÉ EN GÉNIE MÉCANIQUE

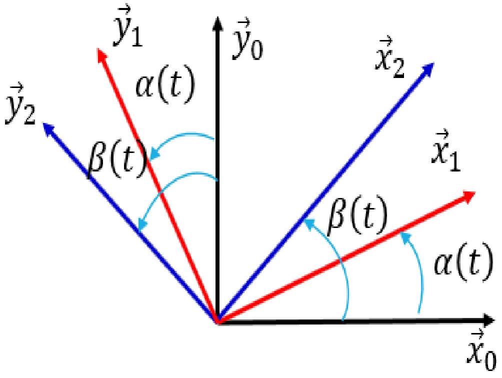
IPEIB 2020

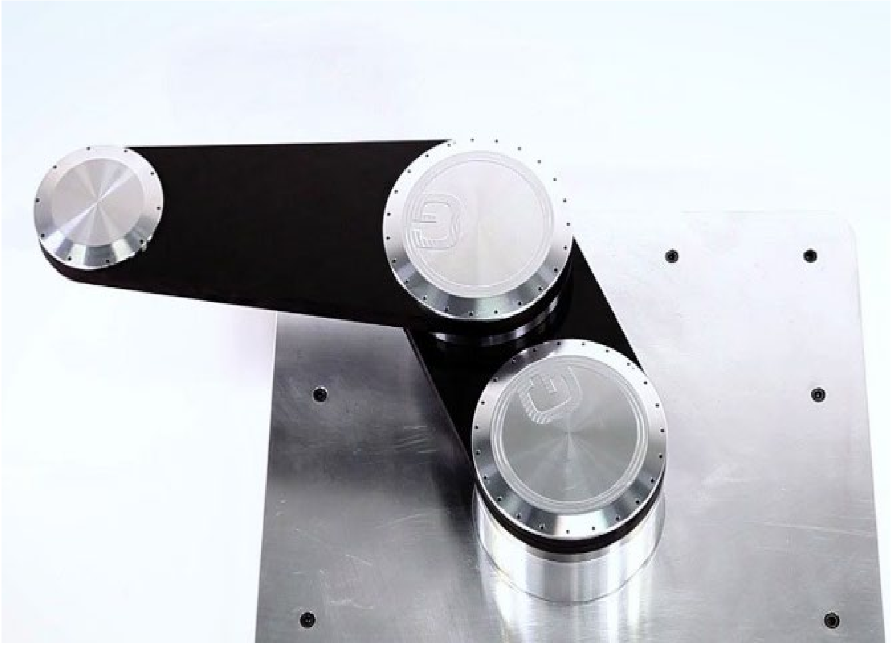
BLOG: http://lefiabdellaoui.wordpress.com

E-mail: lefiabdellaoui@yahoo,fr

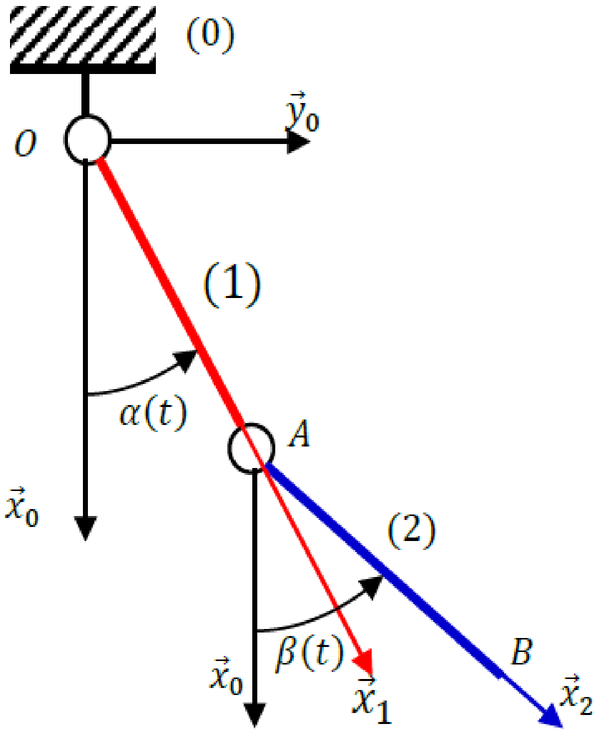
Exercice 1. Robot à deux bras



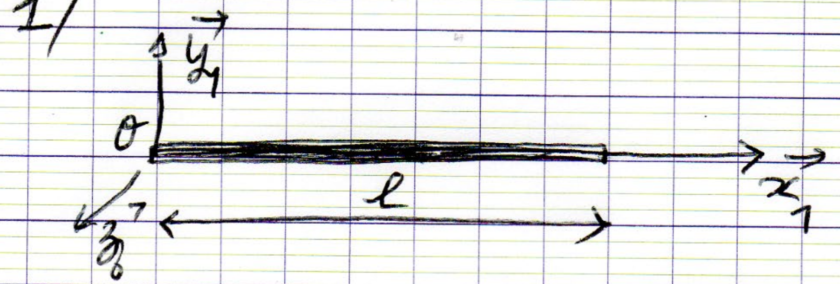




Déterminer la matrice d'inertie du bras 1 au point O dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$;



1°/



- $y = z = 0 \Rightarrow D = E = F = 0$
- $(O, \vec{y}_1)$ et $(O, \vec{z}_0)$ jouent le même rôle

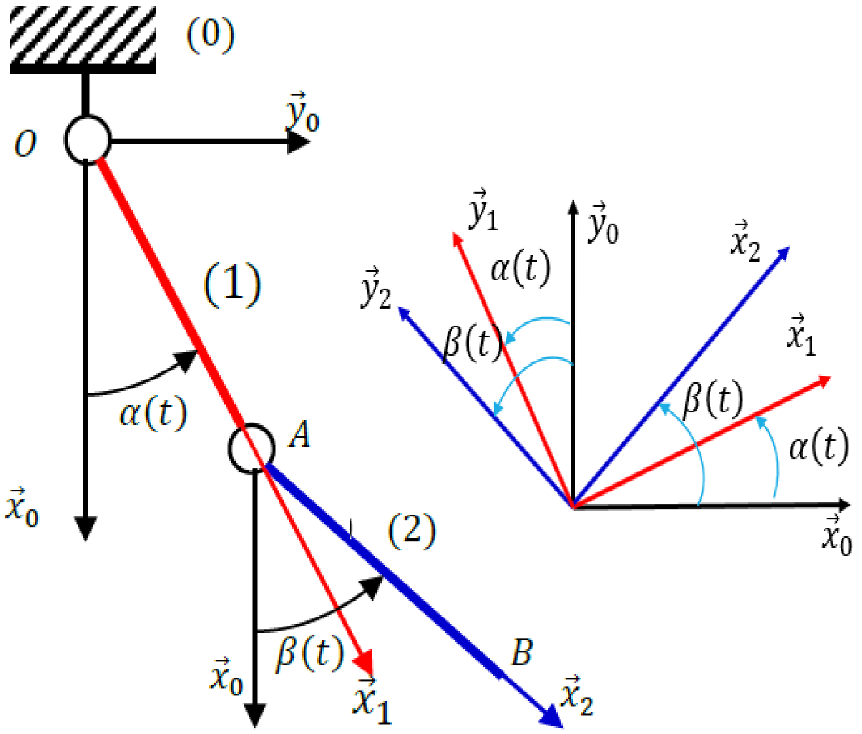
$\Rightarrow B = C$

$$A = \int (y^2 + z^2)\,dm = 0 \;;\quad B = C = \int x^2\,dm = \frac{m}{\ell}\int_0^{\ell} x^2\,dx$$

$$B = C = \frac{m\ell^2}{3}$$

D'où
$$[I_O(S_1)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m\ell^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m\ell^2}{3} \end{bmatrix}_{R_1}$$

Déterminer le torseur cinématique, au point O, du bras 1 dans son mouvement par rapport à R_O. Déduire $\vec{V}(G_1 \in 1/R_O)$;



2°/

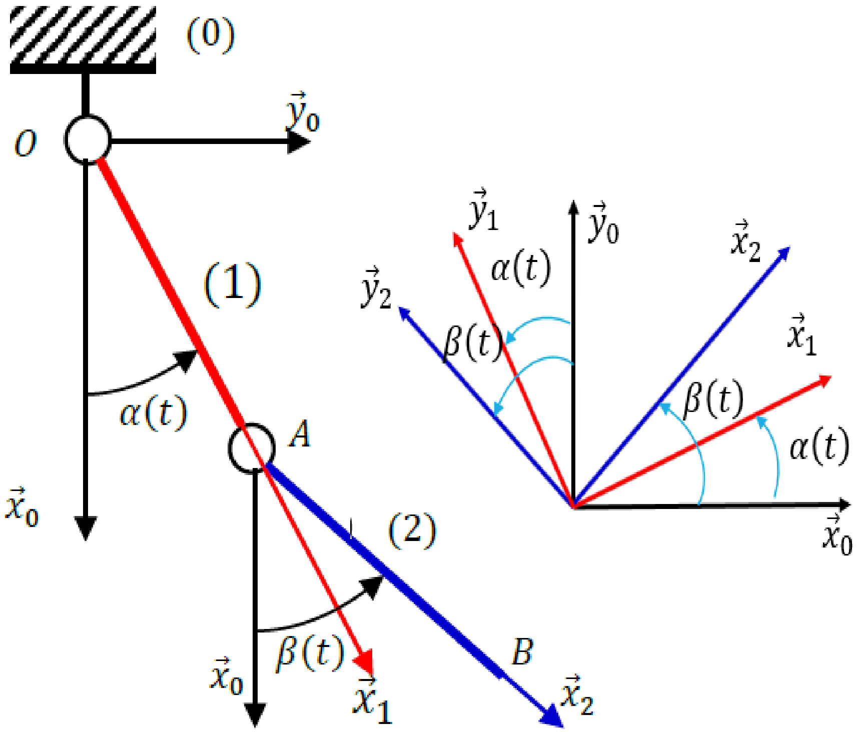
$$\{\mathcal{V}(1/R_0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(1/R_0) \\ \vec{V}(O \in 1/R_0) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}(t)\,\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$\vec{V}(G_1 \in 1/R_0) = \cancel{\vec{V}(O \in 1/R_0)}^{\vec{0}} + \vec{\Omega}(1/R_0) \wedge \vec{OG_1}$$

$$= \dot{\alpha}(t)\,\vec{z}_0 \wedge \frac{\ell}{2}\vec{x}_1 = \frac{\ell}{2}\dot{\alpha}\,\vec{y}_1$$

ENSEIGNANT: LEFI ABDELLAOUI, EMAIL: LEFIABDELLAOUI@YAHOO.FR, BLOG: HTTP://LEFIABDELLAOUI.WORDPRESS.COM

Déterminer le torseur cinématique, au point A, du bras 2 dans son mouvement par rapport à R_O. Déduire $\vec{V}(G_2 \in 2/R_O)$;



3°/ $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}(2/R_0) \\ \vec{V}(A \in 2/R_0) \end{matrix} \right\}_A$

- $\vec{\Omega}(2/R_0) = \dot{\beta}(t)\,\vec{z}_0$
- $\vec{V}(A \in 2/R_0) = \overbrace{\cancel{\vec{V}(A \in 2/1)}}^{\vec{0}} + \vec{V}(A \in 1/R_0)$

$= \underbrace{\cancel{\vec{V}(O \in 1/R_0)}}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(1/R_0) \wedge \vec{OA}$

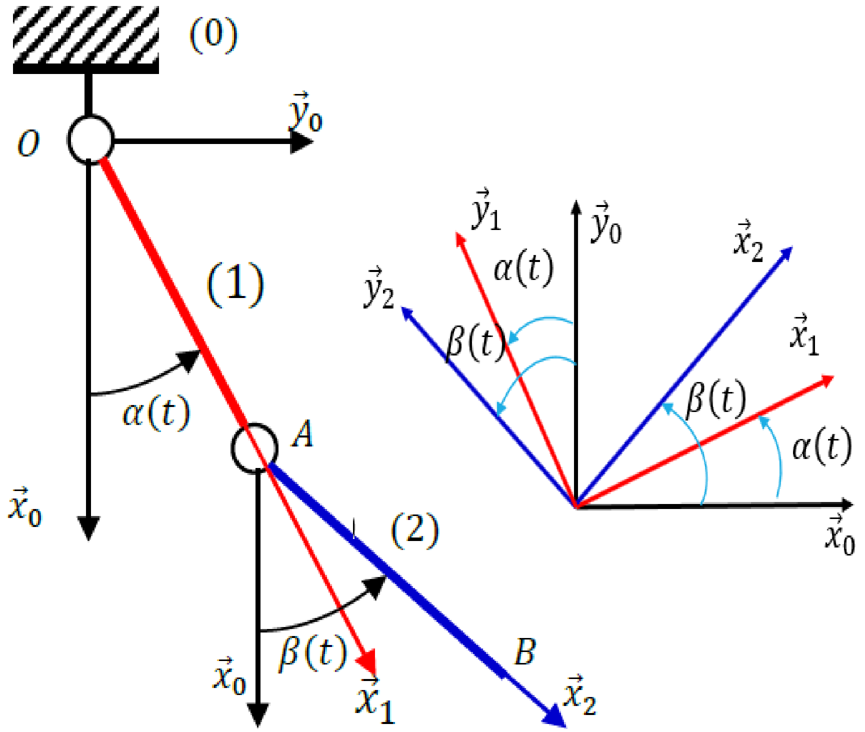
$= \ell\dot{\alpha}\,\vec{y}_1$

- $\vec{V}(G_2 \in 2/R_0) = \vec{V}(A \in 2/R_0) + \vec{\Omega}(2/R_0) \wedge \vec{AG_2}$

$= \ell\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 + \dot{\beta}\,\vec{z}_0 \wedge \frac{\ell}{2}\,\vec{x}_2$

$= \ell\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 + \frac{\ell}{2}\,\dot{\beta}\,\vec{y}_2$.

Déterminer le torseur cinétique, au point O, du bras 1 dans son mouvement par rapport à R_O.



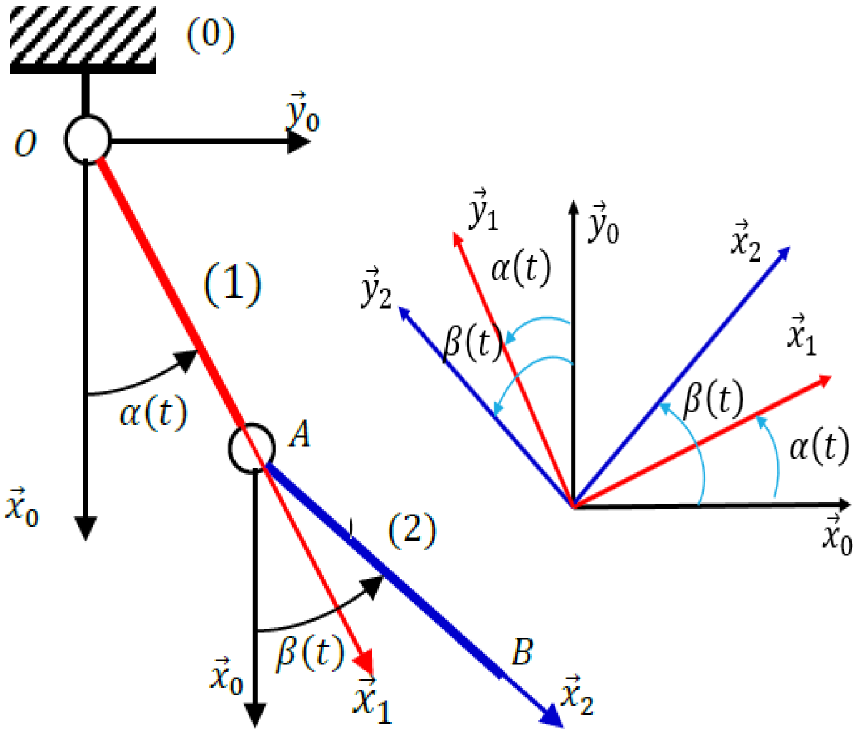
4/ $$\{C(1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} m\,\vec{V}(G_1 \in 1/R_0) \\ \vec{\sigma}_0(1/R_0) \end{matrix} \right\}_O$$

• $$\vec{\sigma}_0(1/R_0) = [I_0(1)]\,\vec{\Omega}(1/R_0)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ml^2}{3} \end{bmatrix}_{R_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}_{R_1} = \frac{ml^2}{3}\dot{\alpha}\,\vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \{C(1/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} m\frac{l}{2}\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 \\ \frac{ml^2}{3}\dot{\alpha}\,\vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_O$$

Déterminer le torseur cinétique, au point A, du bras 2 dans son mouvement par rapport à R_O.



5/ $$\{C(2/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} m\vec{V}(G_2 \in 2/R_0) \\ \vec{\sigma}_A(2/R_0) \end{matrix} \right\}_A$$

$$\vec{\sigma}_A(2/R_0) = m\vec{AG_2} \wedge \vec{V}(A \in 2/R_0) + [I_A(2)]\vec{\Omega}(2/R_0)$$

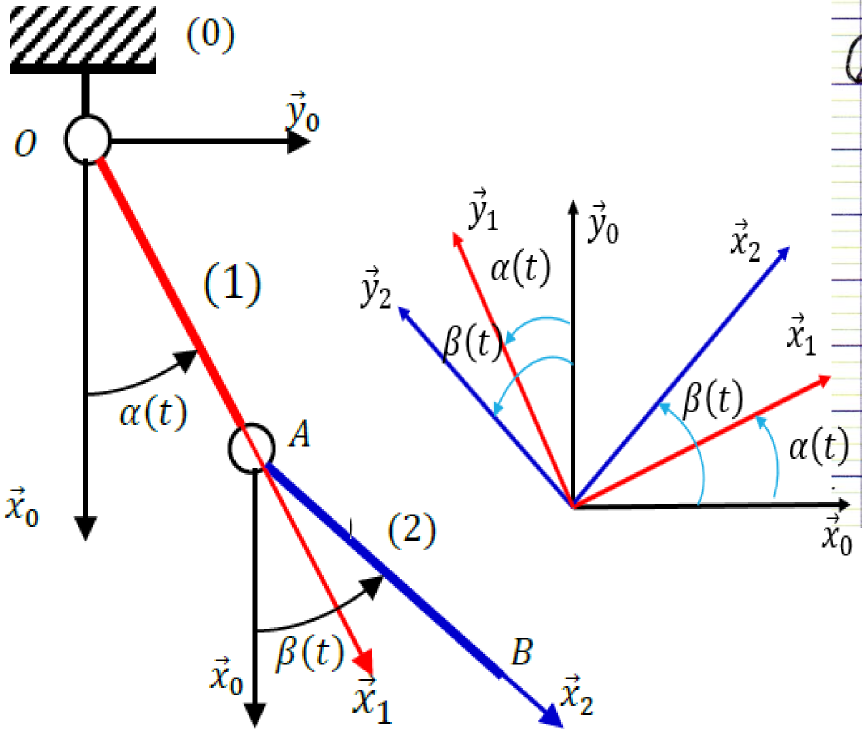
• $$m\vec{AG_2} \wedge \vec{V}(A \in 2/R_0) = m\frac{\ell}{2}\vec{x}_2 \wedge \ell\dot{\alpha}\vec{y}_1 = \frac{m\ell^2}{2}\dot{\alpha}\cos(\beta-\alpha)\vec{z}_0$$

• $$[I_A(2)]\vec{\Omega}(2/R_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m\ell^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m\ell^2}{3} \end{bmatrix}_{R_2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta}(t) \end{pmatrix}_{R_2} = \frac{m\ell^2}{3}\dot{\beta}\vec{z}_0$$

$$\vec{\sigma}_A(2/R_0) = m\ell^2\left(\frac{\dot{\alpha}}{2}\cos(\beta-\alpha) + \frac{1}{3}\dot{\beta}\right)\vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \{C(2/R_0)\} = \left\{ \begin{matrix} m\ell\dot{\alpha}\vec{y}_1 + m\frac{\ell}{2}\dot{\beta}\vec{y}_2 \\ m\ell^2\left(\frac{\dot{\alpha}}{2}\cos(\beta-\alpha) + \frac{\dot{\beta}}{3}\right)\vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_A$$

Déduire, au point O, le moment cinétique de l’ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.



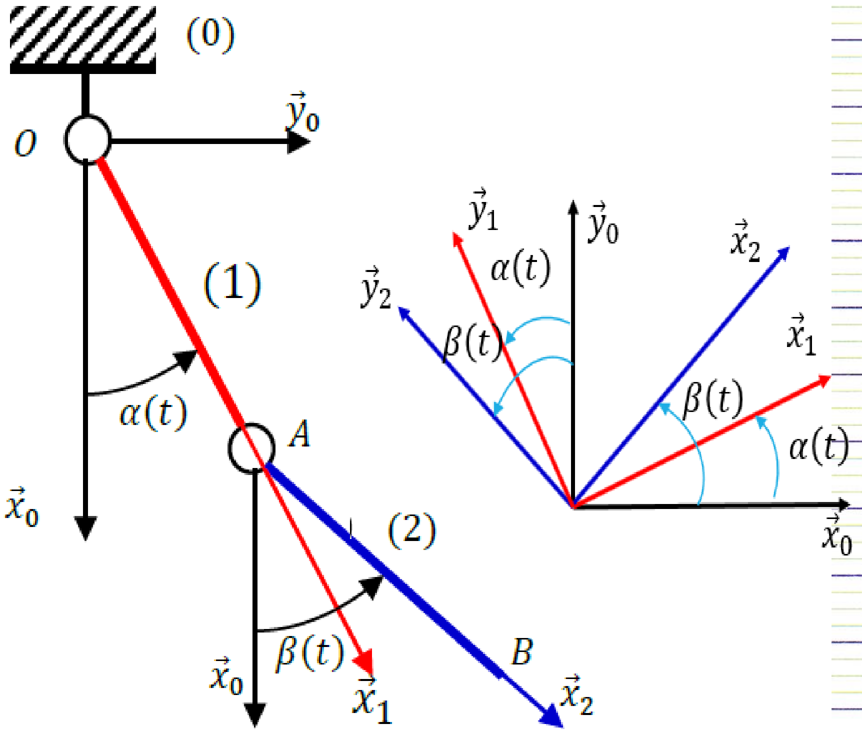
6°/

$$\vec{\sigma}_0(E/R_0) = \vec{\sigma}_0(1/R_0) + \vec{\sigma}_0(2/R_0)$$

$$\vec{\sigma}_0(1/R_0) = \frac{ml^2}{3}\dot{\alpha}\,\vec{z}_0$$

$$\vec{\sigma}_0(2/R_0) = \vec{\sigma}_A(2/R_0) + m\vec{V}(G_2 \in 2/R_0) \wedge \vec{AO}$$

Déduire, au point O, le moment cinétique de l'ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.



le,..

• $\vec{\sigma}_A(2/R_0) = m\ell^2\left(\frac{\dot{\alpha}}{2}\cos(\beta-\alpha) + \frac{\dot{\beta}}{3}\right)\vec{z}_0$

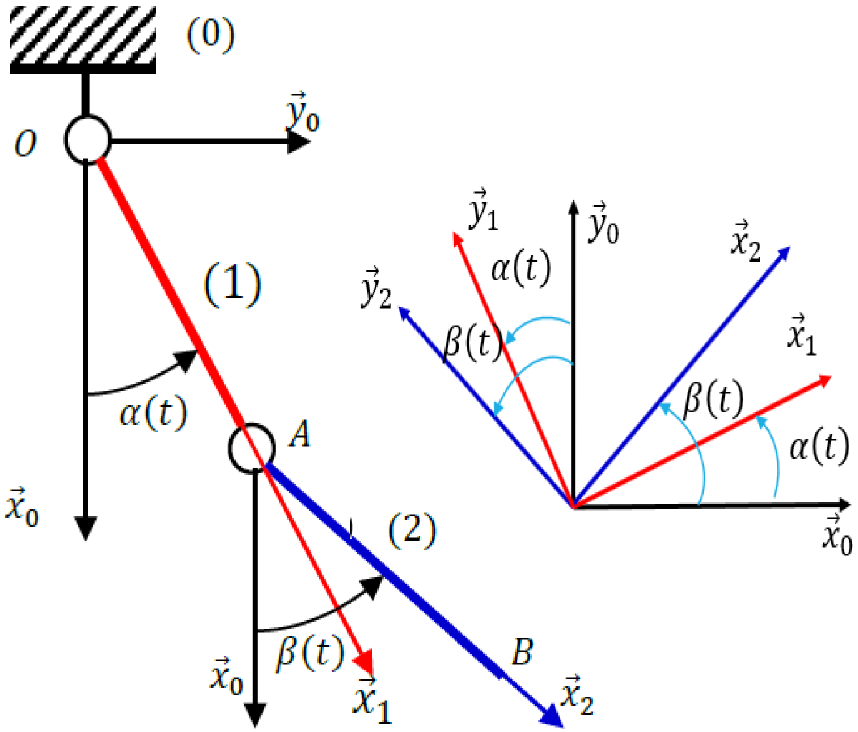
• $m\vec{V}(G_2 \in 2/R_0) \wedge \vec{AO} = m\left(\ell\dot{\alpha}\vec{y}_1 + \frac{\ell}{2}\dot{\beta}\vec{y}_2\right) \wedge -\ell\vec{x}_1$

$= m\ell^2\dot{\alpha}\vec{z}_0 + m\frac{\ell^2}{2}\dot{\beta}\cos(\beta-\alpha)\vec{z}_0$

$= m\ell^2\left(\dot{\alpha} + \frac{\dot{\beta}}{2}\cos(\beta-\alpha)\right)\vec{z}_0$

$\Rightarrow \vec{\sigma}_0(E/R_0) = m\ell^2\left[\frac{4}{3}\dot{\alpha} + \frac{\dot{\beta}}{3} + \frac{(\dot{\beta}+\dot{\alpha})}{2}\cos(\beta-\alpha)\right]\vec{z}_0$

Déterminer, au point O, le moment dynamique de l'ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.

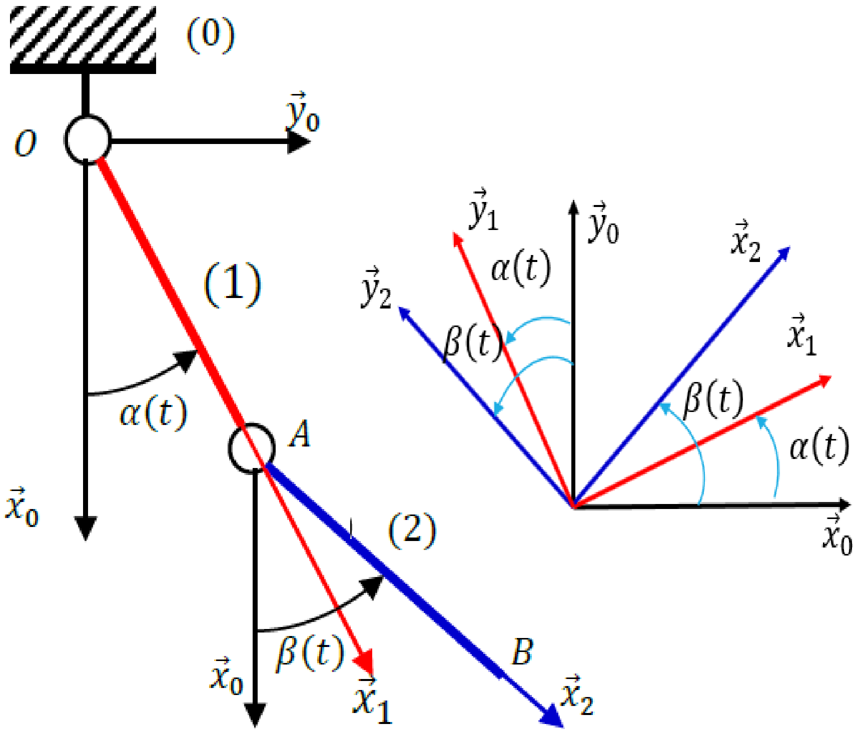


7° $\vec{\delta}_O(E/R_0) = \dfrac{d}{dt}\vec{\sigma}_O(E/R_0)\Big]_{R_0}$

$$= m\ell^2\left[\frac{4}{3}\ddot{\alpha} + \frac{\ddot{\beta}}{3} + \frac{(\dot{\beta}^2 - \dot{\alpha}^2)}{2}\sin(\beta-\alpha) + \frac{(\ddot{\beta}+\ddot{\alpha})}{2}\cos(\beta-\alpha)\right]\vec{z}_0$$

ENSEIGNANT: LEFI ABDELLAOUI, EMAIL: LEFIABDELLAOUI@YAHOO.FR, BLOG: HTTP://LEFIABDELLAOUI.WORDPRESS.COM

Déterminer l’énergie cinétique de l’ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à R_O.



8°

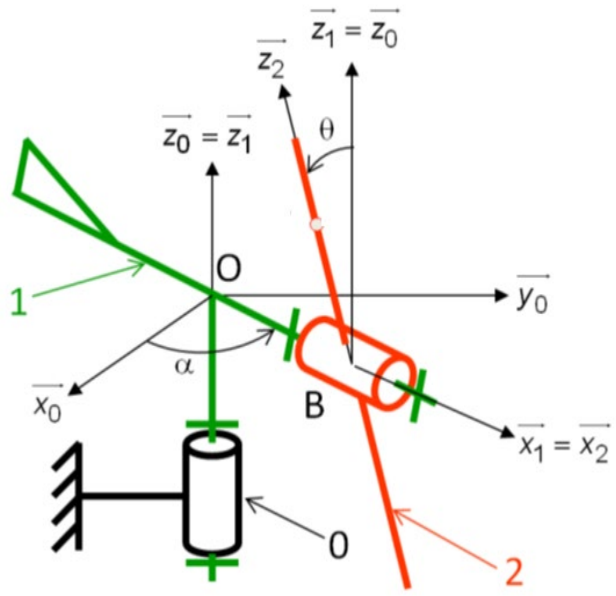
$$E_c(E/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0)$$

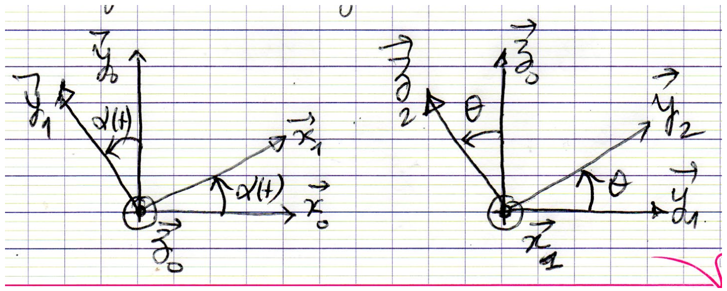
- $E_c(1/R_0) = \frac{1}{2}\left(\frac{m\ell^2}{3}\right)\dot{\alpha}^2$
- $E_c(2/R_0) = \frac{1}{2}\left\{\mathcal{V}(2/R_0)\right\}_A \otimes \left\{C(2/R_0)\right\}_A$

$$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \dot{\beta}\vec{z}_0 \\ \ell\dot{\alpha}\vec{y}_1 \end{Bmatrix}_A \otimes \begin{Bmatrix} m\ell\dot{\alpha}\vec{y}_1 + m\frac{\ell}{2}\dot{\beta}\vec{y}_2 \\ m\ell^2\left(\frac{\dot{\alpha}}{2}\cos(\beta-\alpha)+\frac{\dot{\beta}}{3}\right)\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_A$$

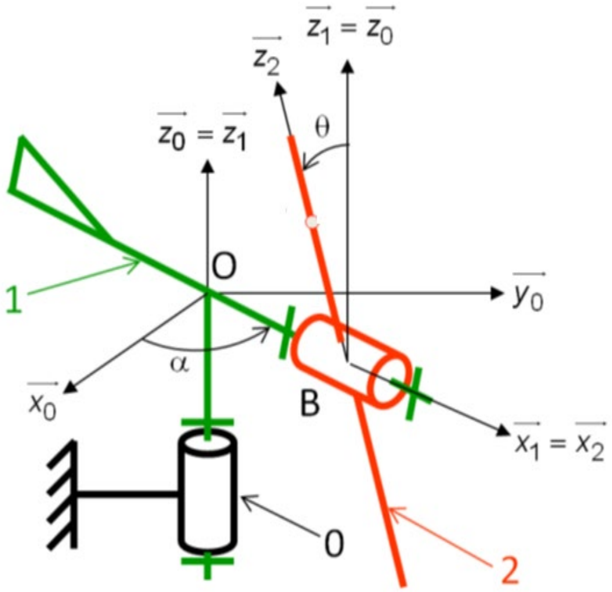
$$E_c(E/R_0) = \frac{1}{2}\, m\ell^2\dot{\beta}\left(\frac{\dot{\alpha}}{2}\cos(\beta-\alpha) + \frac{\dot{\beta}}{3}\right) + m\ell^2\dot{\alpha}^2 + \frac{m\ell^2}{2}\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos(\beta-\alpha)$$

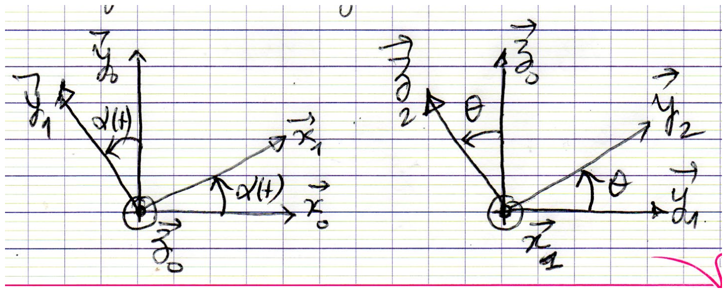
Exercice 2. Eolienne à deux pales





Déterminer le torseur cinématique de la girouette 1 au point O dans son mouvement par rapport au bâti.



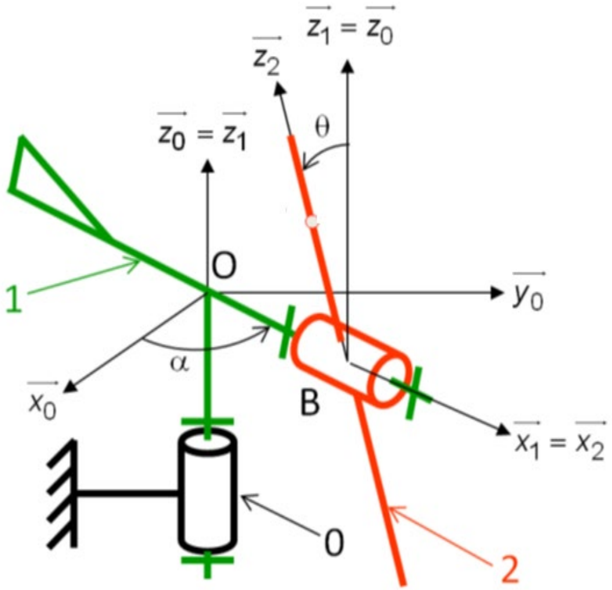


1°/

$$\{\mathcal{V}(1/R_0)\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(1/R_0) \\ \vec{V}(O\in 1/R_0) \end{Bmatrix}$$

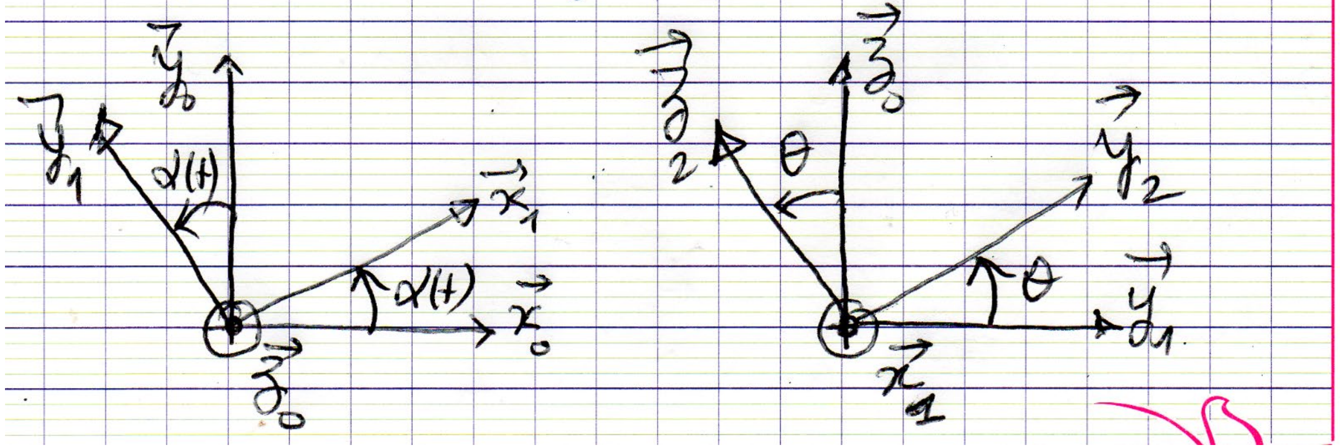
- $\vec{\Omega}(1/R_0) = \dot{\alpha}\,\vec{z}_0$
- $\vec{V}(O\in 1/R_0) = \vec{0}$

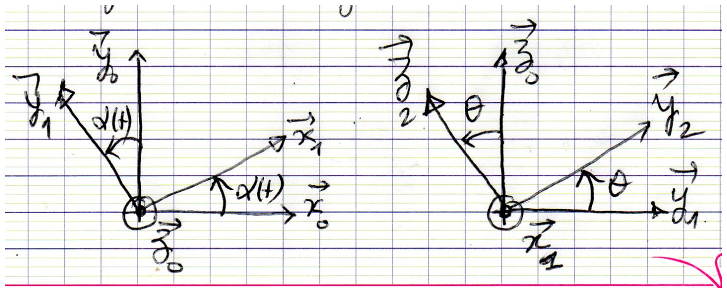
Déterminer le torseur cinématique de l'hélice 2 au point B dans son mouvement par rapport au bâti.



2°/ $\{\mathcal{V}(2/R_0)\} = {}_B\begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/R_0) \\ \vec{V}(B\in 2/R_0) \end{Bmatrix}$

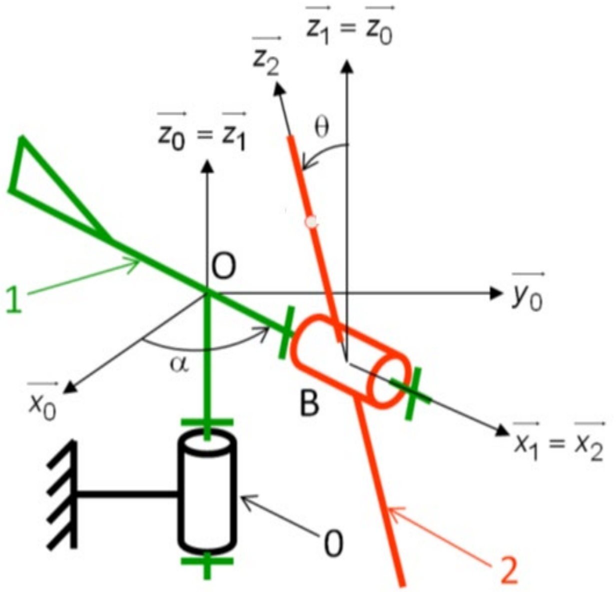
Figure de changement de base:

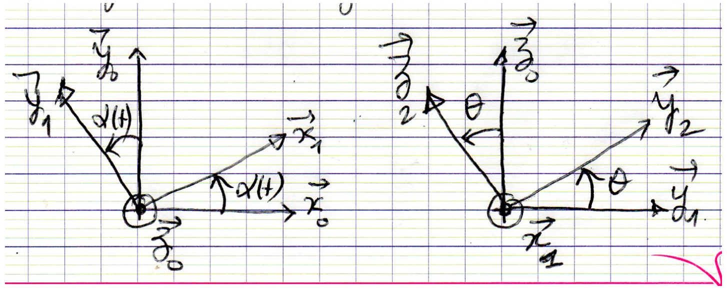




ENSEIGNANT: LEFI ABDELLAOUI, EMAIL: LEFIABDELLAOUI@YAHOO.FR, BLOG: HTTP://LEFIABDELLAOUI.WORDPRESS.COM

Déterminer le torseur cinématique de l’hélice 2 au point B dans son mouvement par rapport au bâti.





$$\vec{\Omega}(2/R_0) = \vec{\Omega}(2/1) + \vec{\Omega}(1/R_0)$$

$$= \dot{\alpha}\,\vec{z_0} + \dot{\theta}\,\vec{x_1}$$

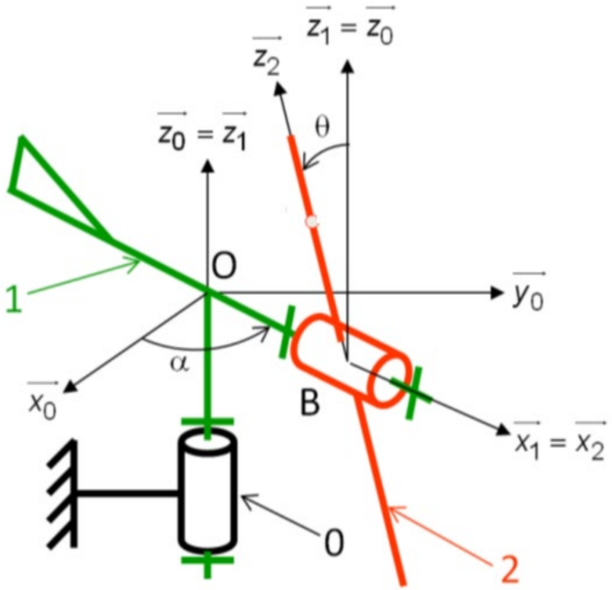
$$\vec{V}(B\in 2/R_0) = \cancel{\vec{V}(B\in 2/1)}^{\vec{0}} + \vec{V}(B\in 1/R_0)$$

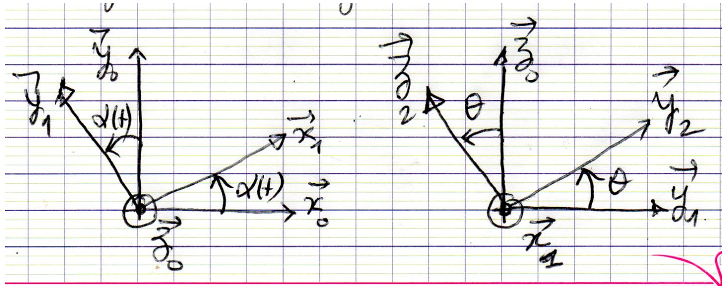
$$= \cancel{\vec{V}(O\in 1/R_0)}^{\vec{0}} + \vec{\Omega}(1/R_0)\wedge\vec{OB}$$

$$= \dot{\alpha}(t)\,\vec{z_0}\wedge a\,\vec{x_1} = a\dot{\alpha}\,\vec{y_1}$$

$$\{\mathcal{V}(2/R_0)\} = \left\{\begin{matrix} \dot{\alpha}\,\vec{z_0} + \dot{\theta}\,\vec{x_1} \\ a\dot{\alpha}\,\vec{y_1} \end{matrix}\right\}_A$$

Déterminer le moment cinétique au point O de la girouette 1 dans son mouvement par rapport au bâti 0.





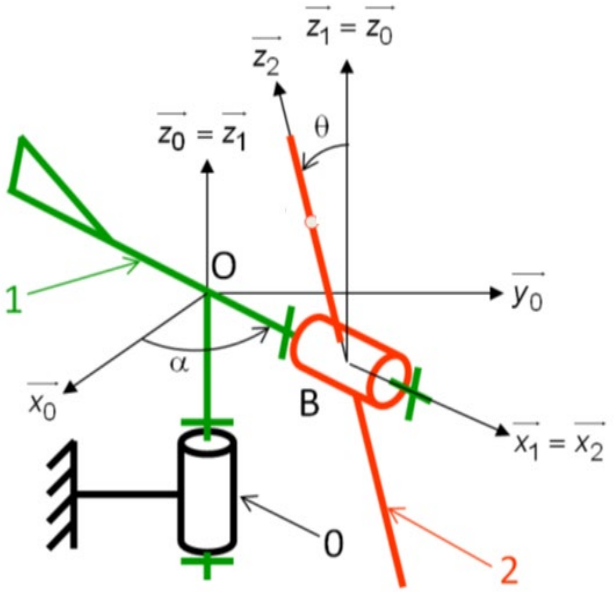
1°- $\vec{\sigma}_O(1/R_0) = [I_O(1)]\,\vec{\Omega}(1/R_0) = C_1\dot{\alpha}\,\vec{z}_0$

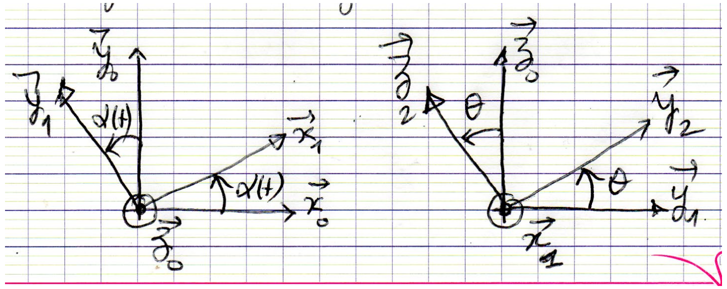
En effet : $[I_O(1)]\,\vec{\Omega}(1/R_0) =$

$$\begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & 0 \\ -F_1 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{R_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}_{R_1} = C_1\dot{\alpha}\,\vec{z}_0$$

forme de la matrice car $(O, \vec{z}_0)$ est supposé un axe principal d'inertie

Déterminer le moment cinétique au point O de l'hélice 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.





2°

$$\vec{\sigma}_O(2/R_0) = \vec{\sigma}_B(2/R_0) + m\vec{V}(B\in 2/R_0)\wedge \vec{BO}$$

• $\vec{\sigma}_B(2/R_0) = [I_B(2)]\,\vec{\Omega}(2/R_0)$

• $\vec{\Omega}(2/R_0) = \dot{\alpha}\,\vec{z}_0 + \dot{\theta}\,\vec{x}_1$

$= \dot{\alpha}\,\cancel{\vec{z}_0}(\cos\theta\,\vec{z}_2 + \sin\theta\,\vec{y}_2)$

$$\Rightarrow \vec{\sigma}_B(2/R_0) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha}\sin\theta \\ \dot{\alpha}\cos\theta \end{pmatrix}_{R_2}$$

$$= A\dot{\theta}\,\vec{x}_1 + B\dot{\alpha}\sin\theta\,\vec{y}_2 + C\dot{\alpha}\cos\theta\,\vec{z}_2$$

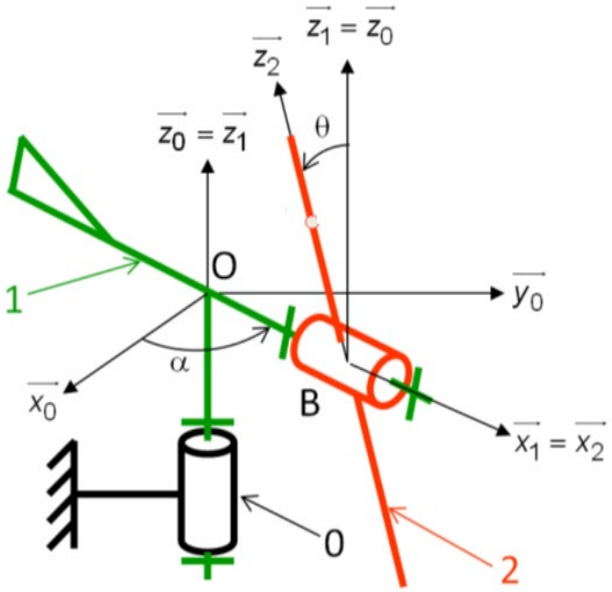
• $m_2\vec{V}(B\in 2/R_0)\wedge\vec{BO} = m_2 a\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 \wedge -a\,\vec{x}_1$

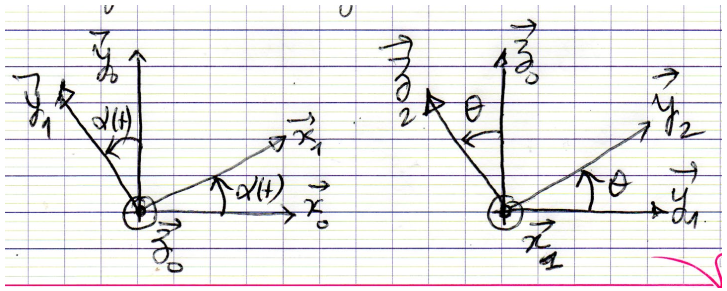
$$= m_2 a^2 \dot{\alpha}\,\vec{z}_0$$

D'où $\vec{\sigma}_O(2/0) = m_2 a^2\dot{\alpha}\,\vec{z}_0 + A\dot{\theta}\,\vec{x}_1 + B\dot{\alpha}\sin\theta\,\vec{y}_2$

$+\, C\dot{\alpha}\cos\theta\,\vec{z}_2$

Déterminer la projection sur l'axe $\vec{z}_0$ du moment dynamique au point O de l'hélice 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0.





3°–

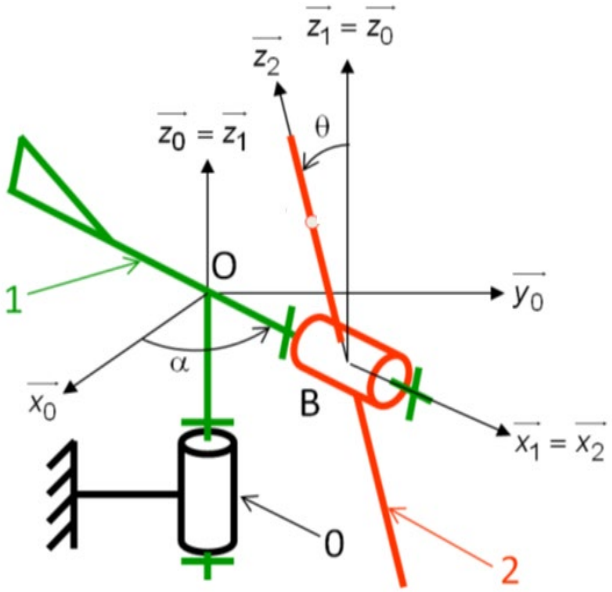
$$\vec{z}_0 \cdot \vec{\delta}_0(2/R_0) = \vec{z}_0 \cdot \frac{d\vec{\sigma}_0(2/R_0)}{dt}\Big|_{R_0}$$

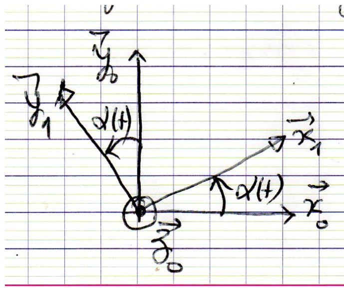
$$= \frac{d}{dt}\left[\vec{z}_0 \cdot \vec{\sigma}_0(2/R_0)\right] - \overbrace{\vec{\sigma}_0(2/R_0) \cdot \frac{d\vec{z}_0}{dt}\Big|_{R_0}}^{0}$$

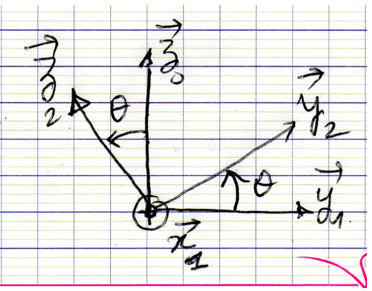
$$= \frac{d}{dt}\left(m_2 d^2 \dot{\alpha} + B\dot{\alpha}\sin^2\theta + C\dot{\alpha}\cos^2\theta \right)$$

ENSEIGNANT: LEFI ABDELLAOUI, EMAIL: LEFIABDELLAOUI@YAHOO.FR, BLOG: HTTP://LEFIABDELLAOUI.WORDPRESS.COM

Déterminer l’énergie cinétique de l’ensemble $E = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport au bâti.







4° $E = \{1, 2\}$

$$E_c(E/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0)$$

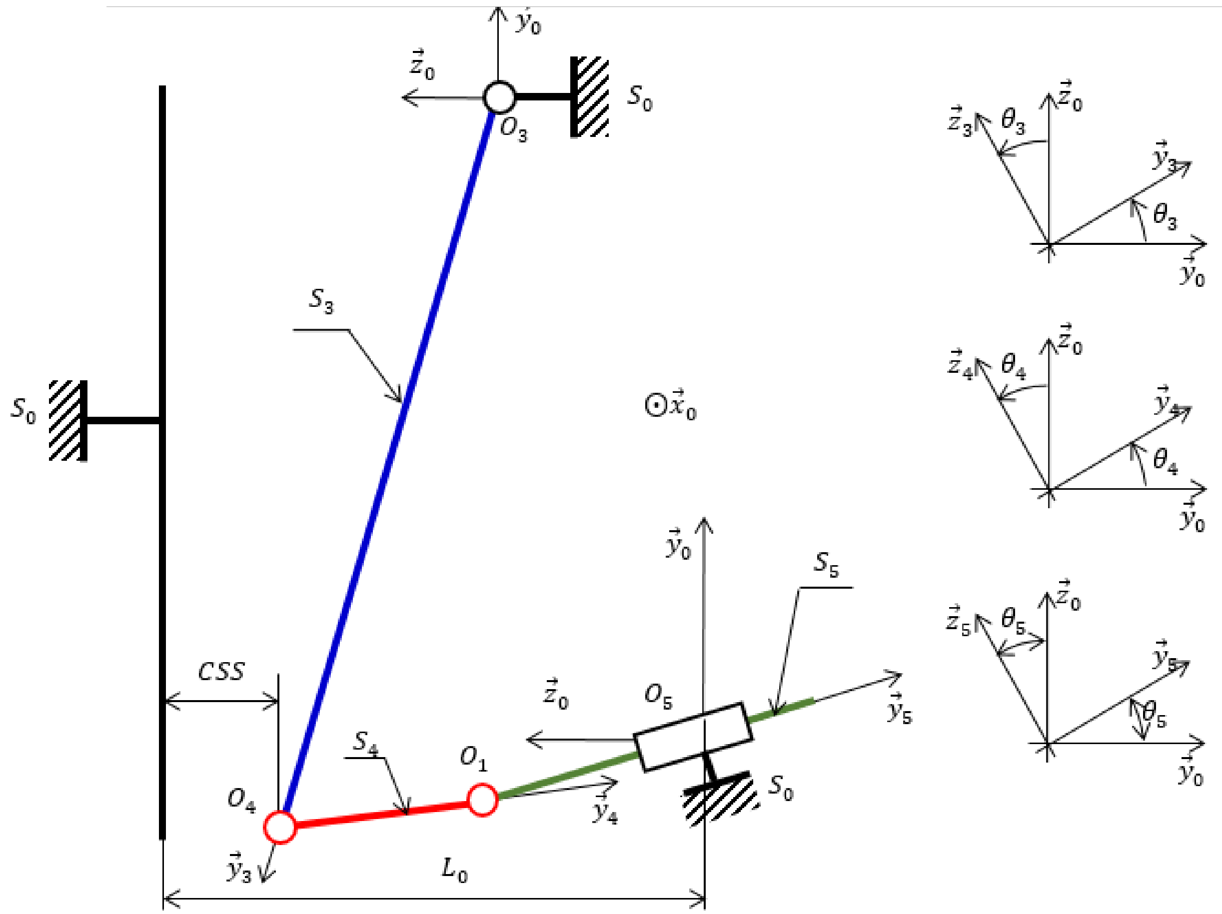
- $E_c(1/R_0) = \frac{1}{2} C_1 \dot{\alpha}^2$
- $E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \{\mathcal{V}(2/R_0)\}_B \otimes \{C(2/R_0)\}_B$

$$= \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}\vec{z}_0 + \dot{\theta}\vec{x}_1 \\ a\dot{\alpha}\vec{y}_1 \end{Bmatrix}_B \otimes \begin{Bmatrix} m_2 a \dot{\alpha}\vec{y}_1 \\ A\dot{\theta}\vec{x}_1 + B\dot{\alpha}\sin\theta\,\vec{y}_2 + C\dot{\alpha}\cos\theta\,\vec{z}_2 \end{Bmatrix}_B$$

$$E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} m_2 a \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} B\dot{\alpha}^2 \sin^2\theta + \frac{1}{2} C\dot{\alpha}^2\cos^2\theta + \frac{1}{2} A\dot{\theta}^2$$

$$E_c(E/R_0) = \frac{1}{2}\left\{ (C_1 + m_2 a + B\sin^2\theta + C\cos^2\theta)\dot{\alpha}^2 + A\dot{\theta}^2 \right\}$$

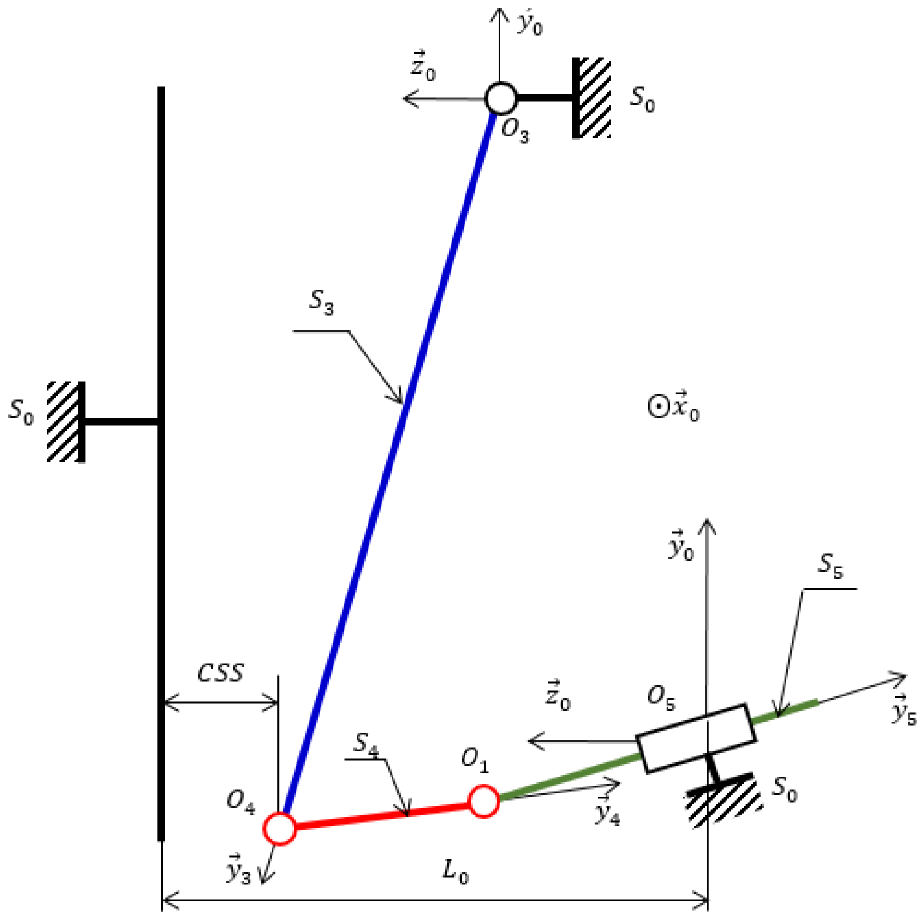
Exercice 3. Concasseur à mâchoire



Données :

$$\overrightarrow{O_5O_3} = a_0\vec{y}_0 + b_0\vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{O_3O_4} = r_3\vec{y}_3$$
$$\overrightarrow{O_4O_1} = r_4\vec{y}_4$$
$$\overrightarrow{O_1O_5} = y(t)\vec{y}_5$$

Déterminer le torseur cinématique de la table basculante S_4 au point G_4 dans son mouvement par rapport à R_0.



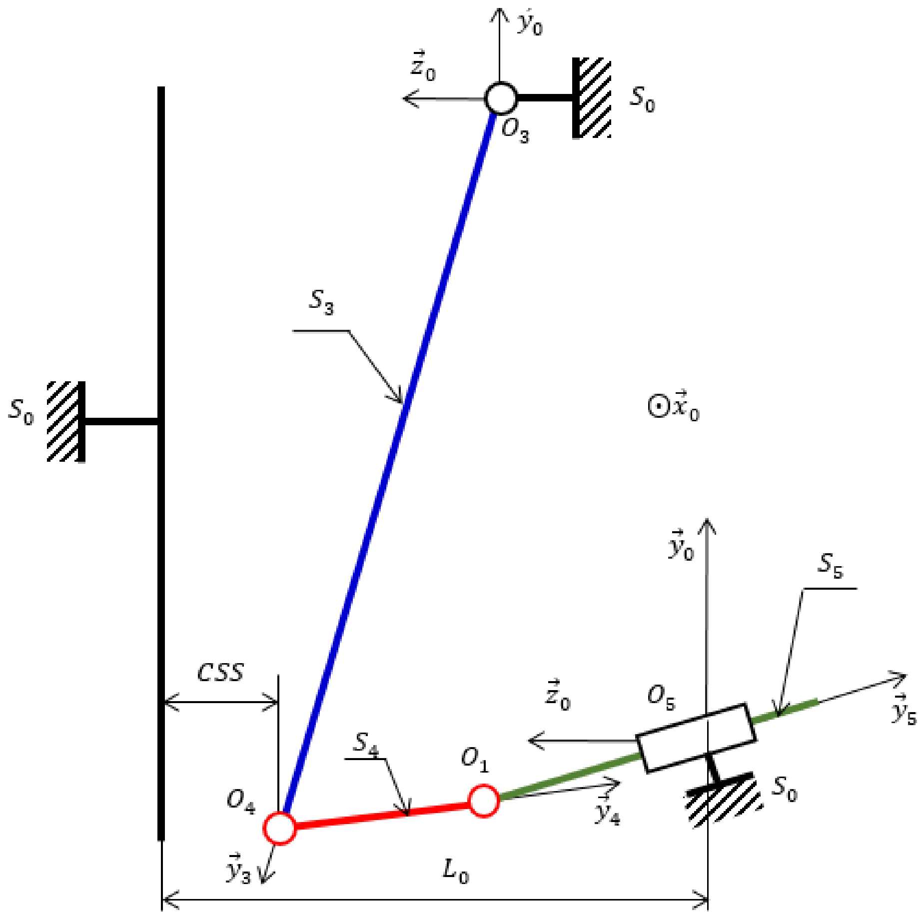
$$\{\vartheta(S_4/R_0)\}_{G_4} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_4/R_0) \\ \vec{V}(G_4 \in S_4/R_0) \end{Bmatrix}$$

$$\vec{\Omega}(S_4/R_0) = \dot{\theta}_4\vec{x}_0$$

$$\vec{V}(G_4 \in S_4/R_0) = \vec{V}(O_1 \in S_4/R_0) + \vec{\Omega}(S_4/R_0) \wedge \overrightarrow{O_1G_4} = -\dot{y}(t)\overrightarrow{y_5} + \dot{\theta}_4\vec{x}_0 \wedge -y_{G4}\overrightarrow{y_4} = -\dot{y}(t)\overrightarrow{y_5} - y_{G4}\dot{\theta}_4\overrightarrow{z_4}$$

$$\{\boldsymbol{\vartheta}(\boldsymbol{S_4}/\boldsymbol{R_0})\}_{\boldsymbol{G_4}} = \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_4\overrightarrow{\boldsymbol{x}_0} \\ -\dot{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{t})\overrightarrow{\boldsymbol{y_5}} - \boldsymbol{y_{G4}}\dot{\boldsymbol{\theta}}_4\overrightarrow{\boldsymbol{z_4}} \end{Bmatrix}$$

Déterminer le torseur cinétique de la table basculante S_4 au point G_4 dans son mouvement par rapport à R_0.



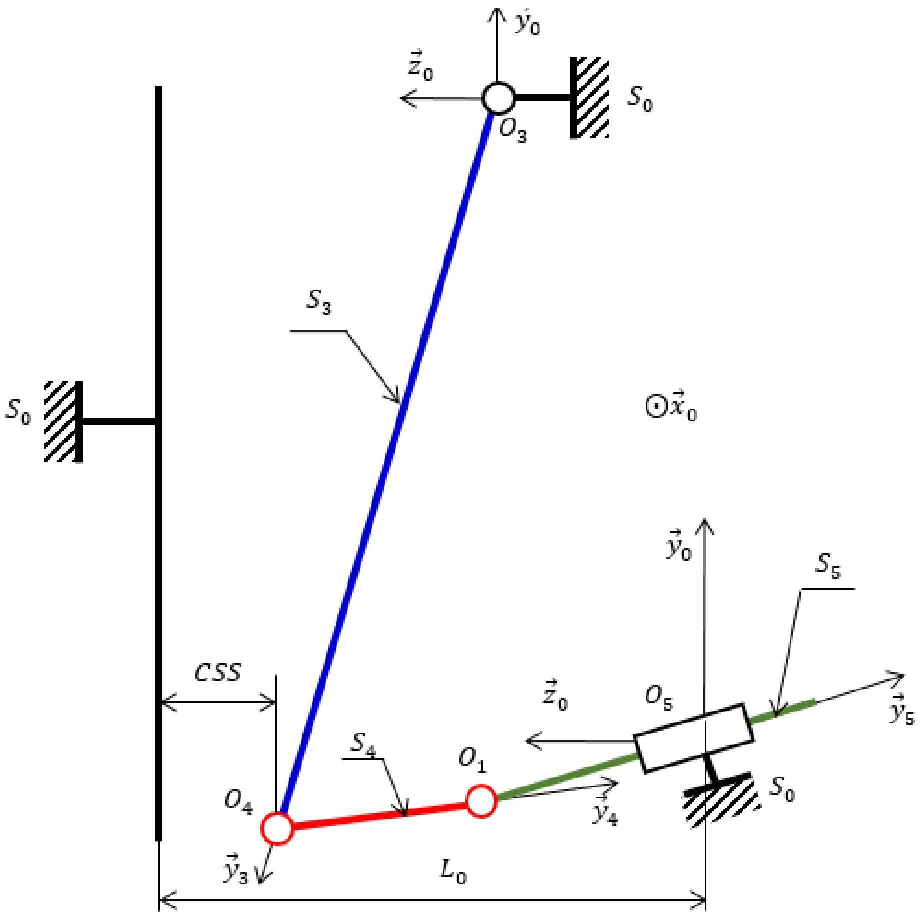
$$\{C(S_4/R_0)\}_{G_4} = \begin{Bmatrix} m_4\vec{V}(G_4 \in S_4/R_0) \\ \vec{\sigma}_{G4}(S_4/R_0) \end{Bmatrix}$$

$$\vec{\sigma}_{G4}(S_4/R_0) = [I_{G4}]\vec{\Omega}(S_4/R_0) = A_4\dot{\theta}_4\vec{x}_0$$

$$m_4\vec{V}(G_4 \in S_4/R_0) = \boldsymbol{-m_4\left(\dot{y}(t)\overrightarrow{y_5} + y_{G4}\dot{\theta}_4\overrightarrow{z_4}\right)}$$

$$\boldsymbol{\{C(S_4/R_0)\}_{G_4} = \begin{Bmatrix} -m_4\left(\dot{y}(t)\overrightarrow{y_5} + y_{G4}\dot{\theta}_4\overrightarrow{z_4}\right) \\ A_4\dot{\theta}_4\vec{x}_0 \end{Bmatrix}}$$

Déterminer l'énergie cinétique du système Σ, formé par les solides : S_3, S_4 et S_5, dans son mouvement par rapport à R_0. Déduire la masse équivalente M_{eq} du système Σ ramenée sur l'axe du vérin.

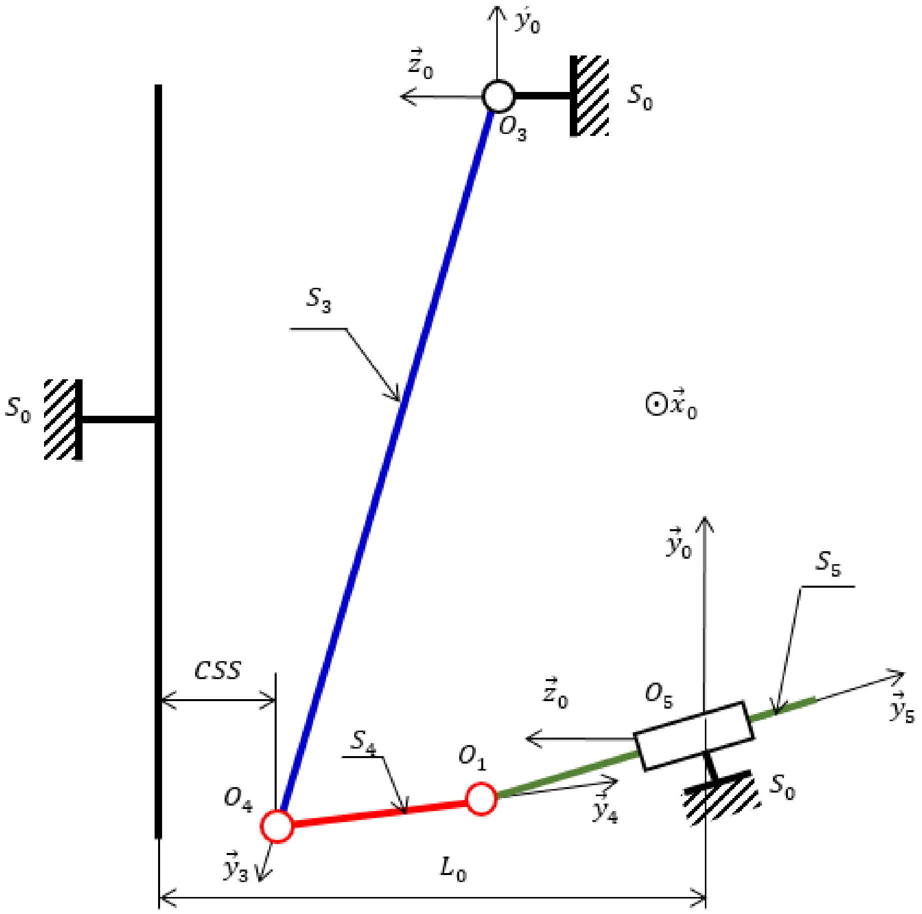


$$E_c(\Sigma/R_0) = E_c(S_3/R_0) + E_c(S_4/R_0) + E_c(S_5/R_0)$$

$$E_c(S_3/R_0) = \frac{1}{2} A_3 \dot{\theta}_3^2$$

$$E_c(S_5/R_0) = \frac{1}{2} m_5 \dot{y}(t)^2$$

Déterminer l’énergie cinétique du système Σ, formé par les solides : S_3, S_4 et S_5, dans son mouvement par rapport à R_0. Déduire la masse équivalente M_{eq} du système Σ ramenée sur l’axe du vérin.



$$E_c(S_4/R_0) = \frac{1}{2}\{\vartheta(S_4/R_0)\}_{G_4} \otimes \left\{C\left(\frac{S_4}{R_0}\right)\right\}_{G_4}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_4\vec{x}_0 \\ -\dot{y}(t)\overrightarrow{y_5} - y_{G4}\dot{\theta}_4\overrightarrow{z_4} \end{Bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} -m_4\left(\dot{y}(t)\overrightarrow{y_5} + y_{G4}\dot{\theta}_4\overrightarrow{z_4}\right) \\ A_4\dot{\theta}_4\vec{x}_0 \end{Bmatrix}$$

$$E_c(S_4/R_0) = \frac{1}{2}\Big(A_4\dot{\theta}_4{}^2 + m_4\left(\dot{y}(t)^2 + y_{G4}{}^2\dot{\theta}_4{}^2 + 2y_{G4}\dot{y}(t)\dot{\theta}_4\sin(\theta_5 - \theta_4)\right)\Big)$$

Déterminer l'énergie cinétique du système Σ, formé par les solides : S_3, S_4 et S_5, dans son mouvement par rapport à R_0. Déduire la masse équivalente M_{eq} du système Σ ramenée sur l'axe du vérin.

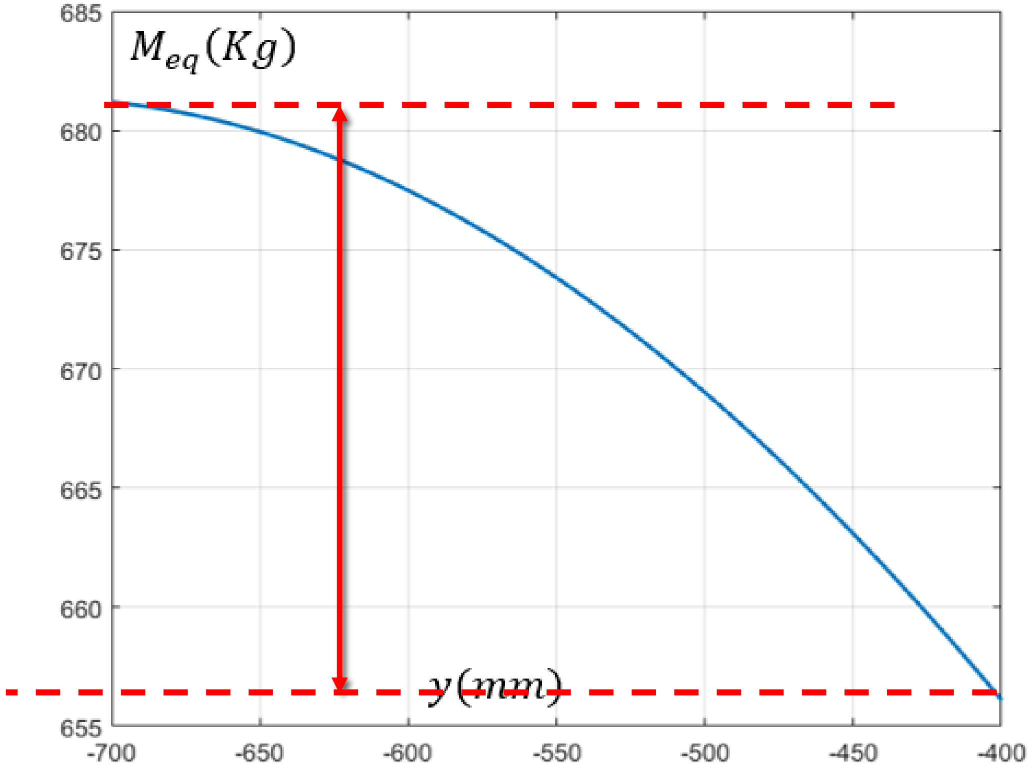
$$E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2}\left(m_5\dot{y}(t)^2 + A_3\dot{\theta}_3^2 + A_4\dot{\theta}_4{}^2 + m_4\left(\dot{y}(t)^2 + y_{G4}{}^2\dot{\theta}_4{}^2 + 2y_{G4}\dot{y}(t)\dot{\theta}_4\sin(\theta_5 - \theta_4)\right)\right)$$

Soit encore :

$$E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2}(m_5 + m_4 + A_4a_4{}^2 + A_3a_3^2 + m_4y_{G4}{}^2a_4{}^2 + 2m_4y_{G4}a_4\sin(\theta_5 - \theta_4))\dot{y}(t)^2$$

$$E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2}M_{eq}\dot{y}(t)^2$$

Avec : $\boldsymbol{M_{eq} = m_5 + m_4 + A_4a_4{}^2 + A_3a_3^2 + m_4y_{G4}{}^2a_4{}^2 + 2m_4y_{G4}a_4\sin(\theta_5 - \theta_4)}$, Déterminer la variation de la masse équivalente $\Delta M_{eq}(Kg)$ pour la plage de fonctionnement du vérin. A votre avis, est ce que l'hypothèse d'un système invariant est valable ? Justifier votre réponse.



$$\Delta M_{eq} = 681 - 651 = 30Kg$$

L'hypothèse d'un système invariant n'est plus valable car la masse équivalente varie dans le domaine de fonctionnement du vérin.

ENSEIGNANT: LEFI ABDELLAOUI, EMAIL: LEFIABDELLAOUI@YAHOO.FR, BLOG: HTTP://LEFIABDELLAOUI.WORDPRESS.COM

Merci pour votre attention