Principe fondamental de la dynamique

Prérequis :
- ✓ *Savoir déterminer le torseur des actions mécaniques extérieures*
- ✓ *Savoir déterminer le torseur dynamique*

1. Principe fondamental de la dynamique

Il existe au moins un repère galiléen R_g, tel que pour tout système matériel E en mouvement par rapport à R_g, le torseur dynamique de E dans son mouvement par rapport à R_g soit égal au torseur des actions mécaniques extérieures à E.

$$\{D(E/R_g)\}_A = \{F(\bar{E} \longrightarrow E)\}_A \text{ avec } \bar{E} \text{ est l'extérieur à } E$$

2. Théorèmes généraux de la dynamique

Soient m, la masse, et G, le centre d'inertie, du système matériel E qui est en mouvement par rapport au repère R_g supposé galiléen. En un point A quelconque, le torseur dynamique de E dans son mouvement par rapport à R_g est donné par le torseur suivant :

$$\{D(E/R_g)\}_A = \begin{Bmatrix} m\vec{\Gamma}(G/R_g) \\ \vec{\delta}_A(E/R_g) \end{Bmatrix}$$

Et le torseur des actions mécaniques extérieures à E est donné par le torseur suivant :

$$\{F(\bar{E} \longrightarrow E)\}_A = \begin{Bmatrix} \{\vec{R}(\bar{E} \longrightarrow E)\} \\ \vec{M}_A(\bar{E} \longrightarrow E) \end{Bmatrix}$$

2.1. Théorème de la résultante dynamique

Pour tout système matériel E en mouvement par rapport à un repère Galiléen R_g, la résultante dynamique de E dans son mouvement par rapport au repère R_g est égale à la résultante du torseur des actions mécaniques extérieures à E.

$$\vec{R}(\bar{E} \longrightarrow E) = m\vec{\Gamma}(G/R_g)$$

C'est une équation vectorielle à partir de laquelle découlent trois équations scalaires.

$$\begin{cases} \vec{x}.\vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{x}.m\vec{\Gamma}(G/R_g) & (1) \\ \vec{y}.\vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{y}.m\vec{\Gamma}(G/R_g) & (2) \\ \vec{z}.\vec{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{z}.m\vec{\Gamma}(G/R_g) & (3) \end{cases}$$

- L'équation (1) est le théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe $\vec{x}$
- L'équation (2) est le théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe $\vec{y}$
- L'équation (3) est le théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe $\vec{z}$

2.2. Théorème du moment dynamique

Pour tout système matériel E en mouvement par rapport au repère Galiléen R_g, le moment dynamique de E dans son mouvement par rapport au repère R_g est égal au moment du torseur des actions mécaniques extérieures à E.

$$\vec{M}_A(\bar{E} \longrightarrow E) = \vec{\delta}_A(E/R_g)$$

C'est une équation vectorielle à partir de laquelle découlent trois équations scalaires.

$$\begin{cases} \vec{x}.\vec{M}_A(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{x}.\vec{\delta}_A(E/R_g) & (4) \\ \vec{y}.\vec{M}_A(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{y}.\vec{\delta}_A(E/R_g) & (5) \\ \vec{z}.\vec{M}_A(\bar{E} \rightarrow E) = \vec{z}.\vec{\delta}_A(E/R_g) & (6) \end{cases}$$

- L'équation (4) est le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe $\vec{x}$
- L'équation (5) est le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe $\vec{y}$
- L'équation (6) est le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe $\vec{z}$

2.3. Equation de mouvement

2.3.1. Définition 1

Une équation de mouvement est une équation différentielle de second ordre, déterminée à partir du principe fondamental de la dynamique, dans laquelle ne figure aucune inconnue d'action mécanique.

2.3.2. Définition 2

Une intégrale première de mouvement est une équation différentielle de premier ordre obtenue par intégration de l'équation de mouvement.