Fiche 6 : Identification d'un système de premier ordre

$$x(t) \longrightarrow \boxed{H(p)} \longrightarrow y(t)$$

Un système est dit de premier ordre si la relation entre son entrée et sa sortie est une équation différentielle du premier ordre.

$$y(t) + \tau\dot{y}(t) = Kx(t)$$

- K : Gain statique ;
- τ : Constante de temps du système

La fonction de transfert d'un système du premier ordre est de la forme :

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}$$

Identification temporelle :

Généralement, l'identification d'un système est expérimentale. L'identification temporelle veut dire identifier le système à partir de sa réponse en fonction du temps.

Prenons l'exemple d'un four électrique. En appliquant en entrée un échelon de température θ_c et en mesurant instantanément la température à l'intérieur du four à l'aide d'un thermocouple, on arrivera à déterminer la réponse indicielle. Dans ce cas, la réponse du four est une réponse temporelle dite indicielle et est déterminée expérimentalement.

Réponse indicielle :

Une réponse est dite indicielle si l'entrée est de type échelon.

Soit $x(t) = au(t)$ l'entrée du système.

$X(p) = L(x(t)) = \frac{a}{p}$

$Y(p) = H(p)X(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}\frac{a}{p} = Ka\left(\frac{1}{p} - \frac{\tau}{(1+\tau p)}\right)$

D'où :

$$y(t) = Ka\left(1 - exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right)$$

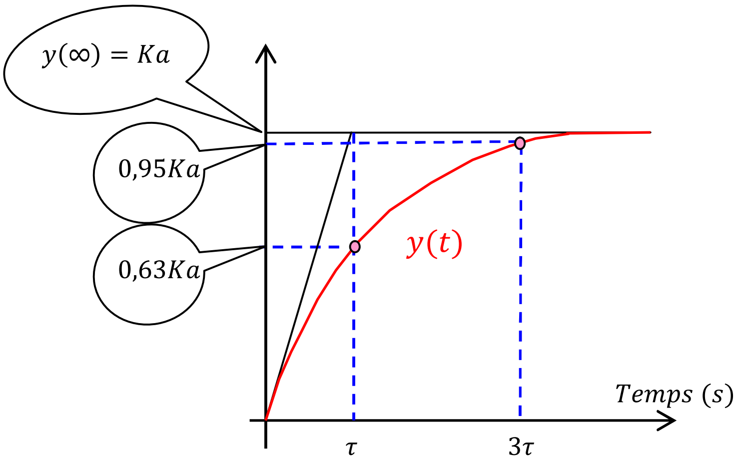
On note que : $\begin{cases} y(0) = 0 \\ y(\infty) = Ka \end{cases}$

On note $t_{r5\%}$: Le temps de réponse à 5%, c –à –d le temps nécessaire pour atteindre 95% de la valeur finale ($y(\infty) = Ka$). Soit :

$y(t_{r5\%}) = 0{,}95Ka = Ka(1 - exp(-t_{r5\%}/\tau))$ ➔ $t_{r5\%} = -\tau \ln 0.05 \approx 3\tau$

Soit encore : $y(\tau) = K(1 - exp(-1)) = 0{,}63K$

La figure suivante représente la réponse indicielle d'un système de premier ordre.



Réponse impulsionnelle :

Une réponse est dite impulsionnelle si l'entrée est de type impulsion de Dirac $\delta(t)$.

Soit : $x(t) = \delta(t), X(p) = 1$

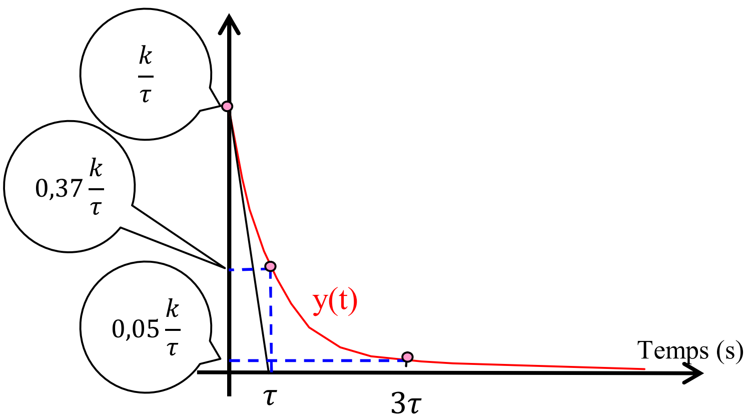
$Y(p) = H(p)X(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}$ ➔ $y(t) = \frac{k}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

On note que :

$$\begin{cases} y(0) = \frac{k}{\tau} \\ y(\infty) = 0 \end{cases}$$

La figure suivante représente la réponse

Impusionnelle.



E-mail : lefiabdellaoui2015@gmail.com | Bolg : https://lefiabdellaoui.wordpress.com

Réponse à une rampe :

L'entrée est de type rampe de pente a. soit $x(t) = atu(t)$.

$X(p) = \frac{a}{p^2}$,

$Y(p) = H(p)X(p) = \frac{Ka}{(1+\tau p)p^2} = \frac{Ka}{p^2} - \frac{Ka\tau}{p} + \frac{Ka\tau}{p+\frac{1}{\tau}}$

Soit :

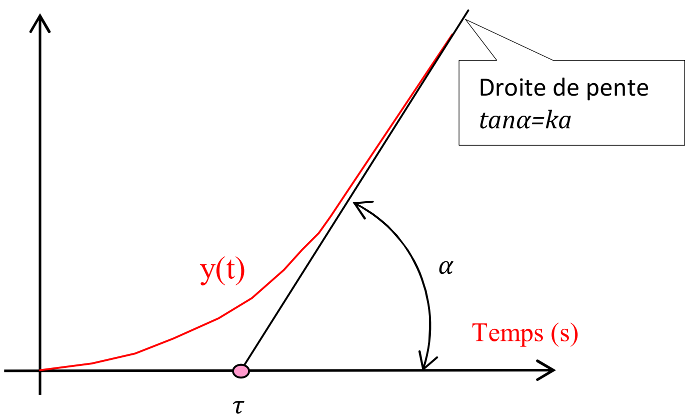
$$y(t) = Ka\left(t - \tau + \tau exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right)$$

On note :

$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y(\infty) \to Ka(t-\tau) \end{cases}$

A l'infini, $y(t)$ tend vers l'asymptote d'équation suivante : $Ka(t-\tau)$

La figure suivante représente la réponse à une rampe d'un système de 1er ordre.



Identification harmonique (fréquentielle) :

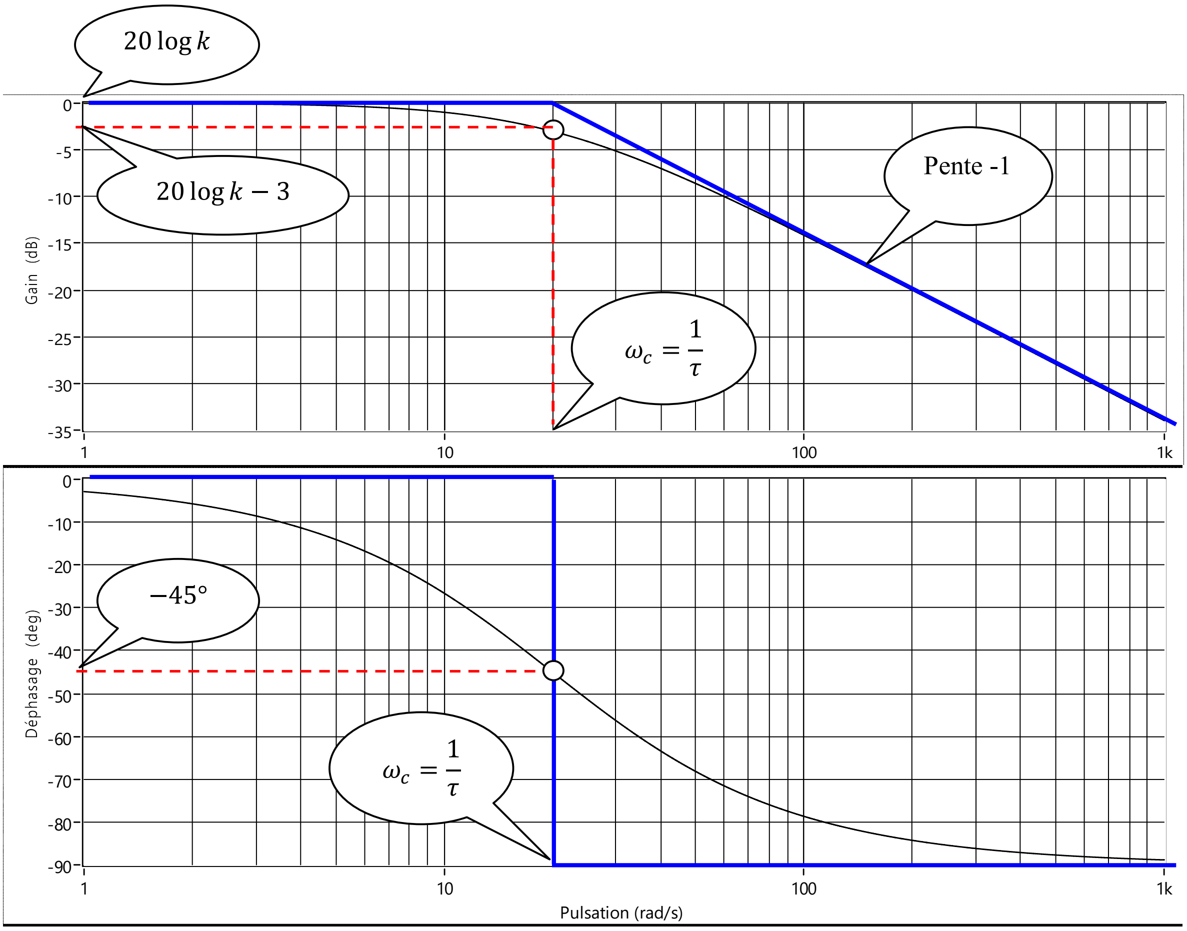
Généralement l'identification est expérimentale suite à une série de mesures du gain et de déphasage pour plusieurs valeurs de fréquence $f(Hz)$ (pulsation $\omega(rad/s)$).

Pour un système de premier ordre, la fonction de transfert est de la forme :

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}$$

E-mail : lefiabdellaoui2015@gmail.com | Bolg : https://lefiabdellaoui.wordpress.com

Le diagramme de Bode est donc le suivant :



*** Fin fiche 6 ***

E-mail : lefiabdellaoui2015@gmail.com | Bolg : https://lefiabdellaoui.wordpress.com