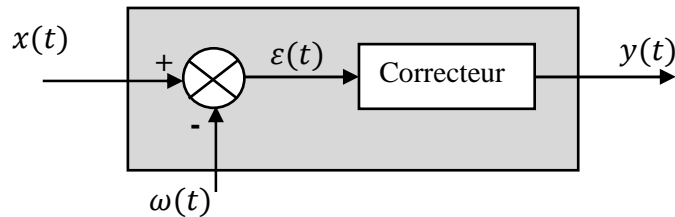


# Fiche 9 : Régulateur industriel

## 1. Introduction

Un régulateur est composé d'un comparateur et d'un correcteur (figure suivante). La loi qui permet d'élaborer le signal de commande dépend de la structure interne du correcteur.



Avec :

- $x(t)$ : consigne
- $\omega(t)$ : mesure
- $\varepsilon(t) = x(t) - \omega(t)$ : écart
- $y(t)$ : commande du procédé (non représenté)

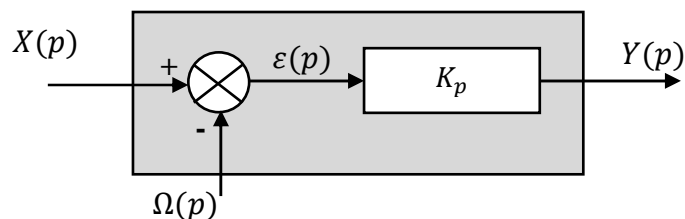
## 2. Actions élémentaires

### 2.1. Action proportionnelle

1

Equation temporelle :  $y(t) = K_p \varepsilon(t)$  avec  $K_p$  : gain

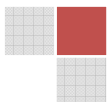
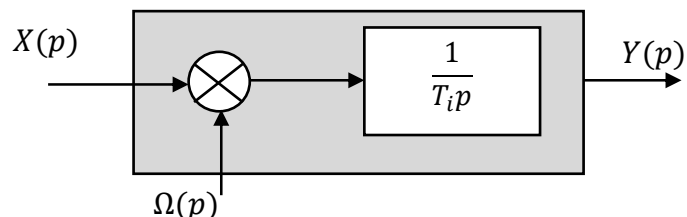
Fonction de transfert :  $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = K_p$



### 2.2. Action intégrale

Equation temporelle :  $y(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt$  avec  $T_i$  : constante de temps d'action d'intégration

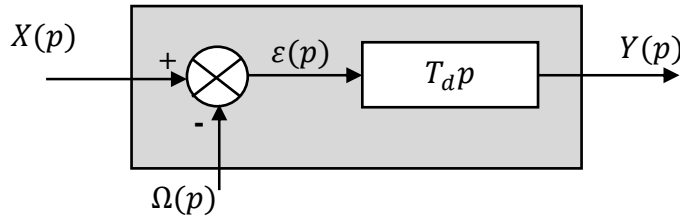
Fonction de transfert :  $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{T_i p}$



### 2.3. Action dérivée

Equation temporelle :  $y(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$  avec  $T_d$  : constante d'action d'intégration

Fonction de transfert :  $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = T_d p$



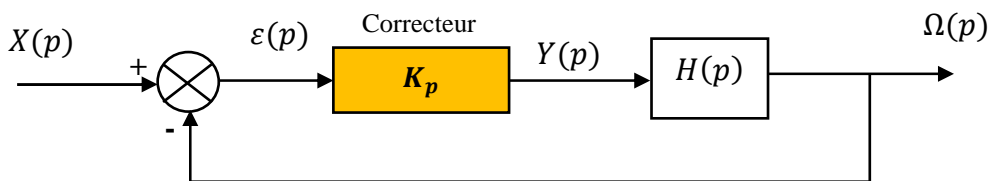
### 3. Différents types de correcteurs

On distingue :

- les correcteurs de type proportionnel : P
- les correcteurs de type proportionnel-intégral: P-I
- les correcteurs de type proportionnel -dérivé: P-D
- les correcteurs de type proportionnel-intégral-dérivé : P-I-D.

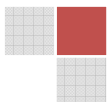
#### 3.1. Correcteur proportionnel

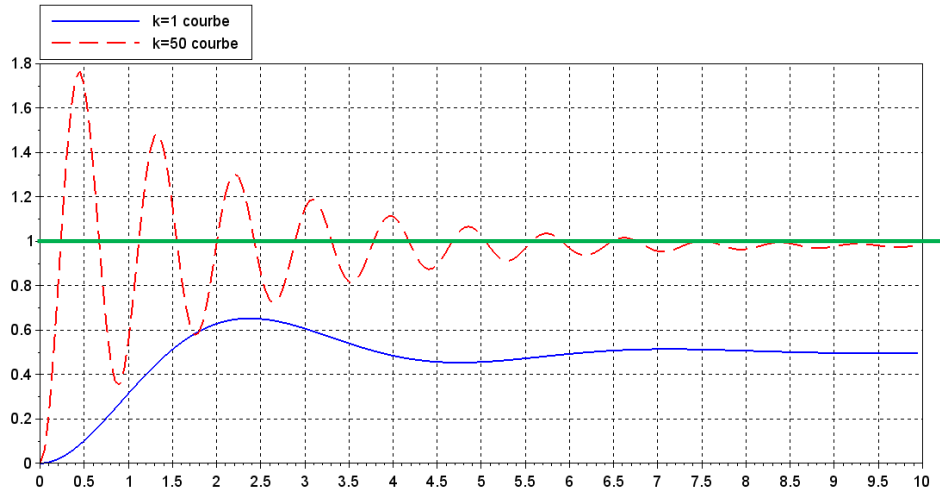
2



Prenons  $H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$

La figure suivante présente la réponse indicielle unitaire pour deux valeurs de  $K_p$ . Pour  $K_p = 1$ , le système est plus stable (faible oscillation) mais moins précis (écart statique important). En prenant  $K_p = 50$ , le système devient moins stable mais plus précis. Assurer simultanément la stabilité et la précision avec la correction à action proportionnelle est difficile.





### 3.2. Correcteur proportionnel-Intégral (PI)

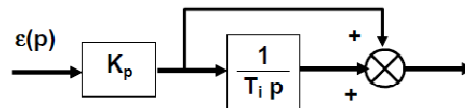
La fonction de transfert de ce correcteur est donnée par :

$$C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \frac{K_p(1 + T_i p)}{T_i p}$$

Avec :

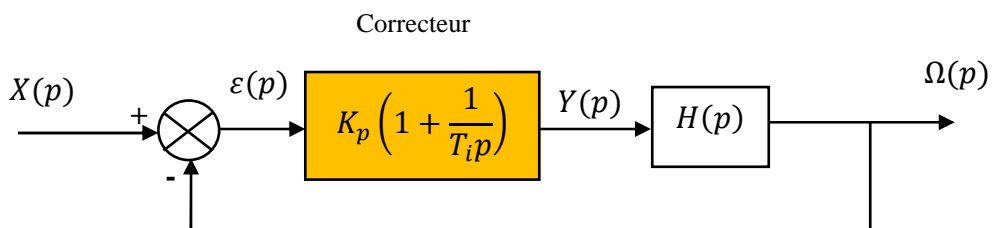
$K_p$  : Gain réglable

$T_i$  : Constante de temps réglable

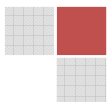


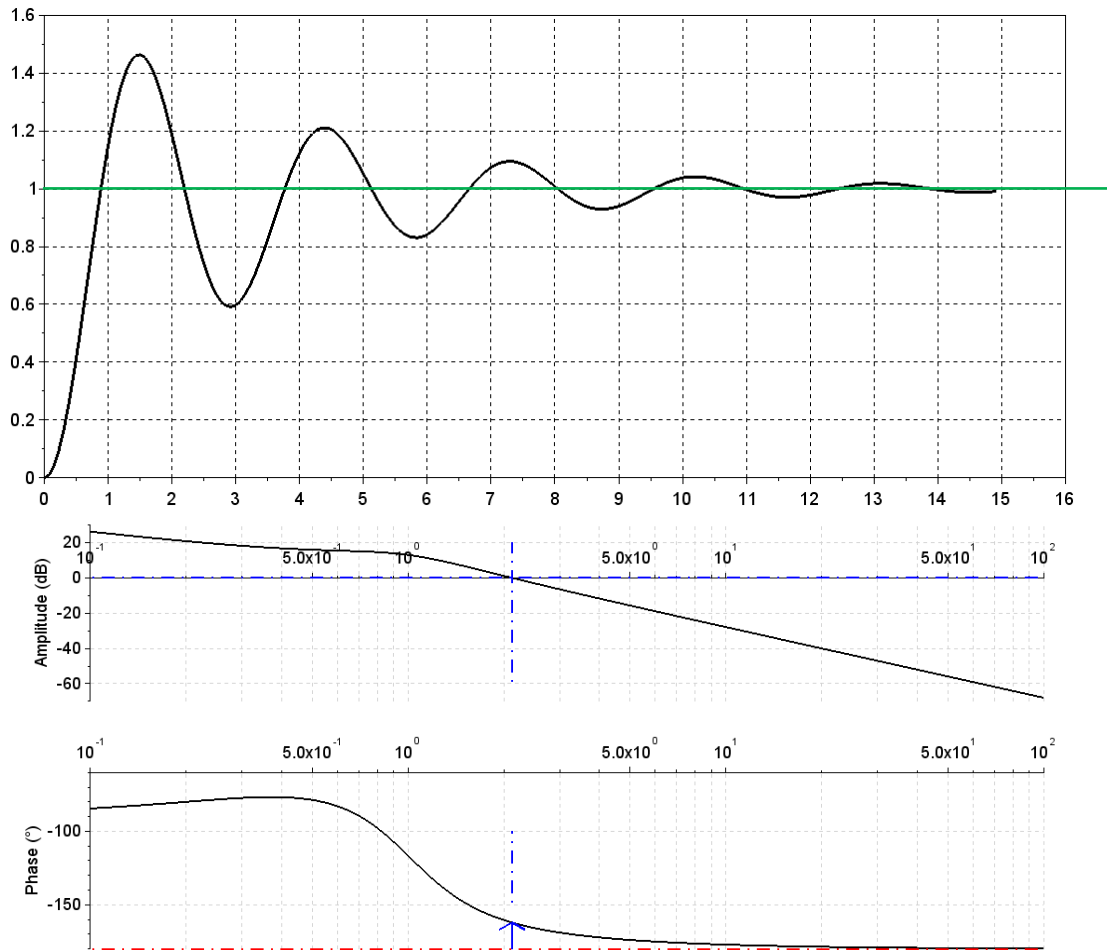
3

La figure suivante représente une chaîne d'asservissement en utilisant un correcteur PI. Prenons la même fonction de transfert que précédemment  $H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$ .



1. Etudier la stabilité en fonction de  $K_p$  et  $T_i$  (critère de Routh)
2. Les figures suivantes représentent la réponse indicielle unitaire du système corrigé et le diagramme de bode de la FTBO ( $K_p = 4$  et  $T_i = 2s$ ). Interpréter vis-à-vis les performances du système.





4

### 3.3. Correcteur proportionnel-Dérivé (PD)

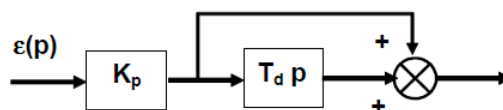
La fonction de transfert de ce correcteur est donnée par :

$$C(p) = K_p(1 + T_d p)$$

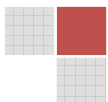
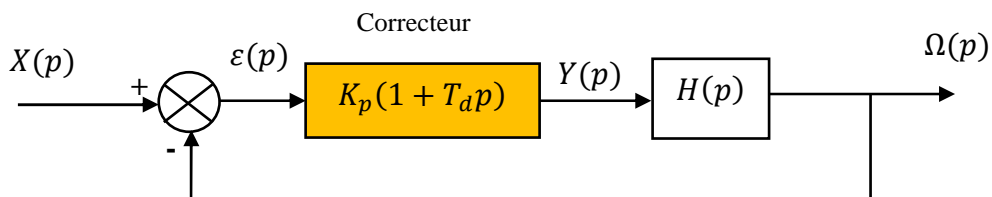
Avec :

$K_p$  : Gain réglable

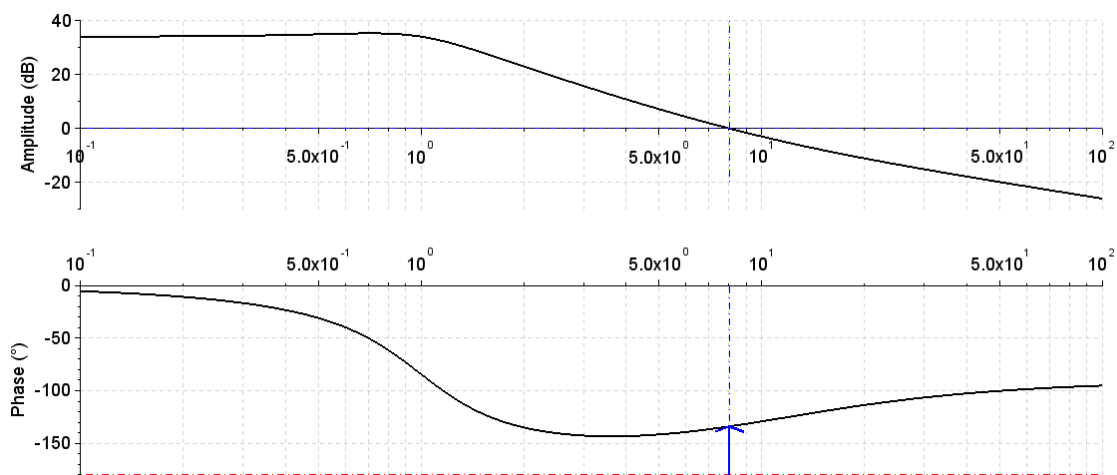
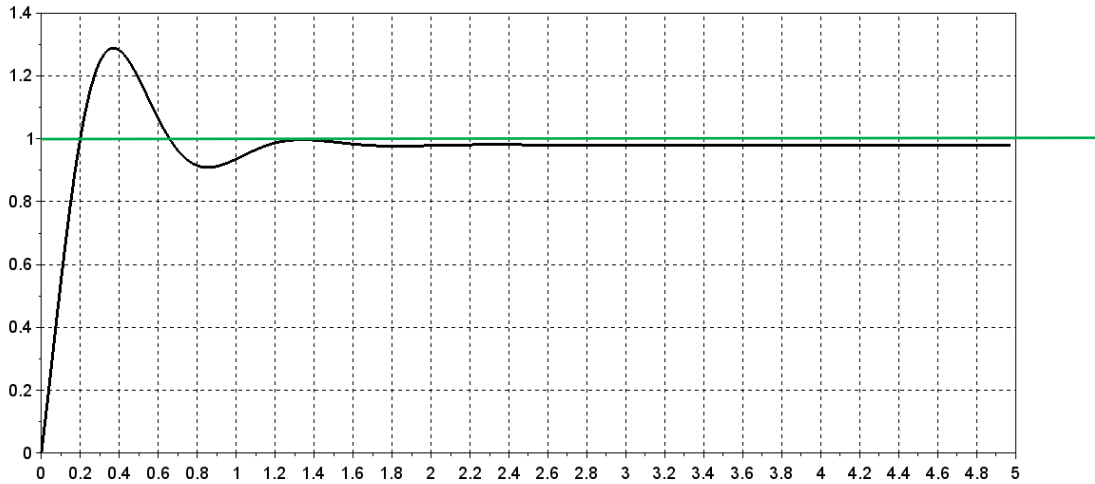
$T_d$  : Constante de temps réglable



La figure suivante représente une chaîne d'asservissement en utilisant un correcteur PI. Prenons la même fonction de transfert que précédemment  $H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$ .



1. Etudier la stabilité en fonction de  $K_p$  et  $T_d$  (critère de Routh)
2. Les figures suivantes représentent la réponse indicielle unitaire du système corrigé et le diagramme de bode de la FTBO ( $K_p = 50$  et  $T_d = 0,1s$ ). Interpréter vis-à-vis les performances du système.

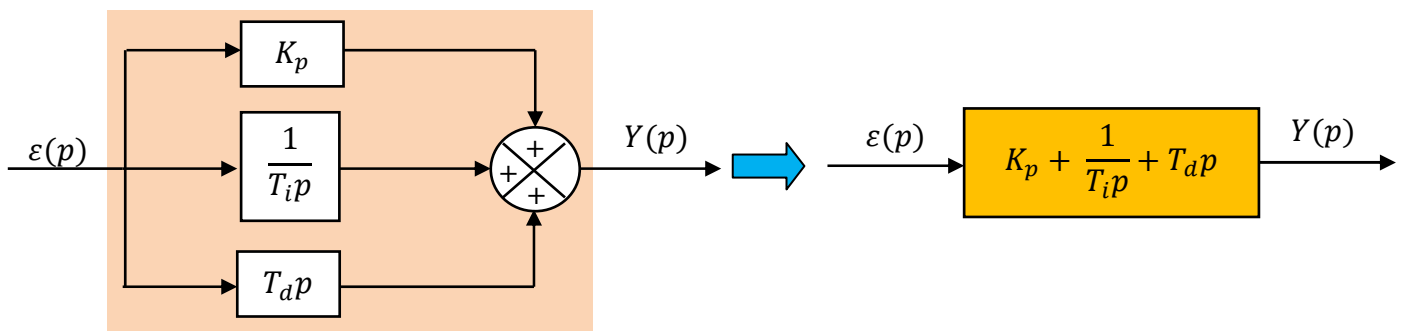


5

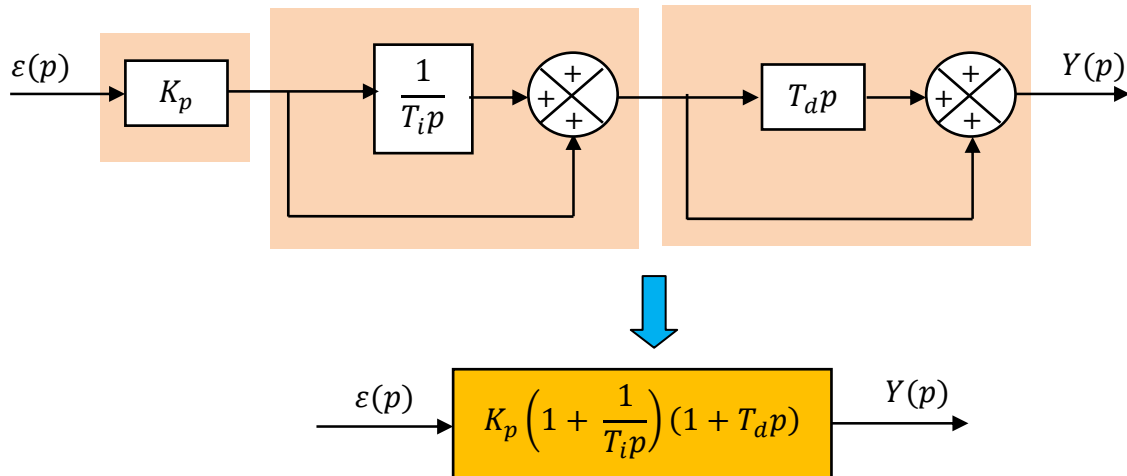
### 3.4. Correcteur proportionnel-Intégral-Dérivé (PID)

Les actions élémentaires peuvent être associées de plusieurs façons.

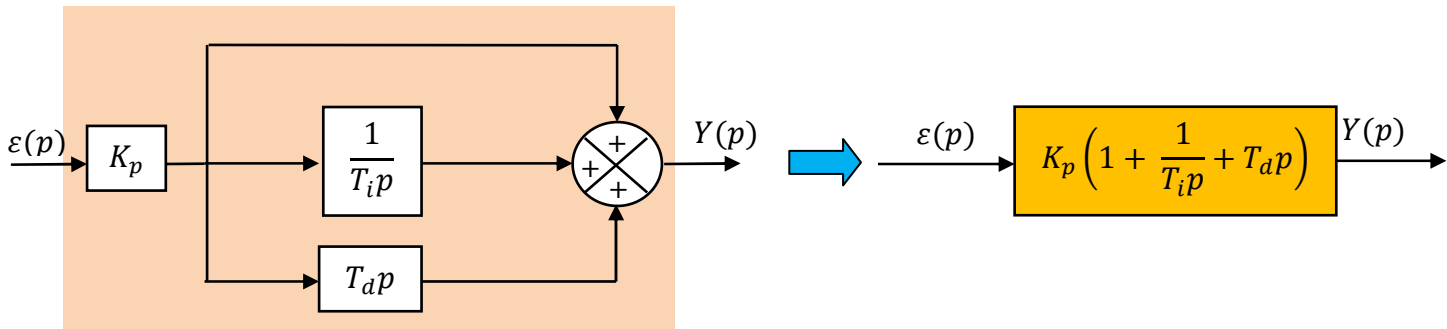
#### 3.4.1. Structure en parallèle



3.4.2. Structure en série

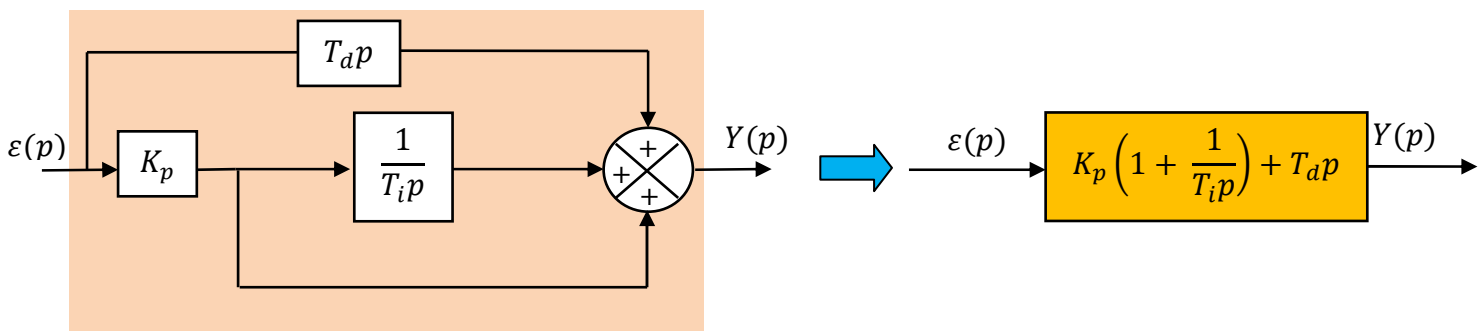


3.4.3. Structure mixte (variante 1)



6

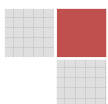
3.4.4. Structure mixte (variante 2)



3.5. Correcteur à avance de phase

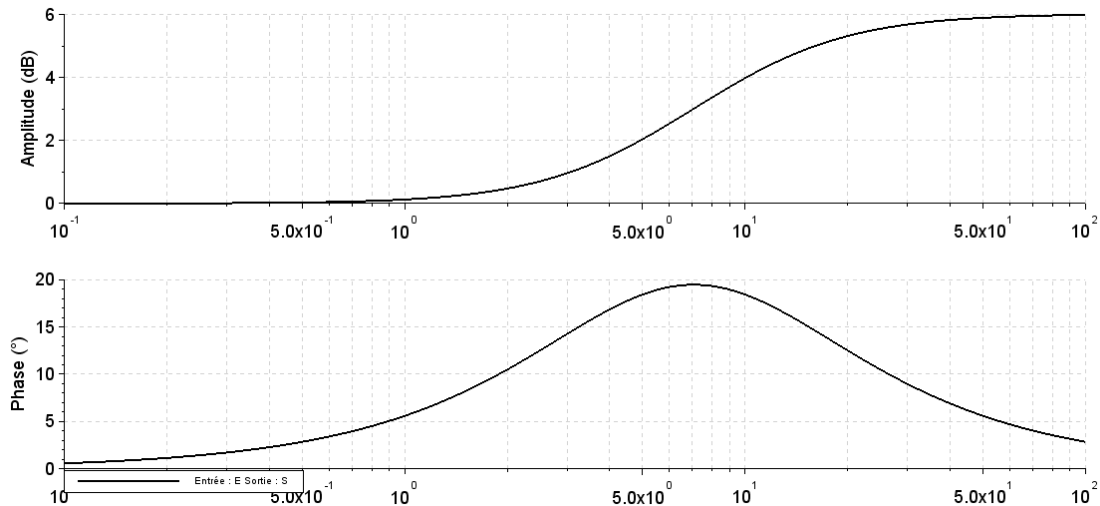
Un correcteur à avance de phase est de la forme :

$$C(p) = \frac{1+a\tau p}{1+\tau p} \text{ avec } a>1$$



L'intérêt de ce type de correcteur est de peu modifier le comportement du système aux basses et hautes fréquences mais de rajouter une phase positive autour du point critique de fonctionnement (résonance). Il permet d'améliorer la stabilité sans changer les autres paramètres.

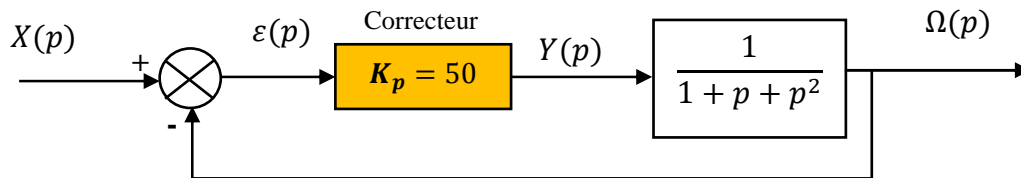
La figure suivante représente le diagramme de bode de ce type de correcteur pour  $a=2$  et  $\tau = 0,1s$ .



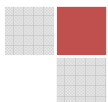
Le déphasage maximal est obtenu pour la pulsation :  $\omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$

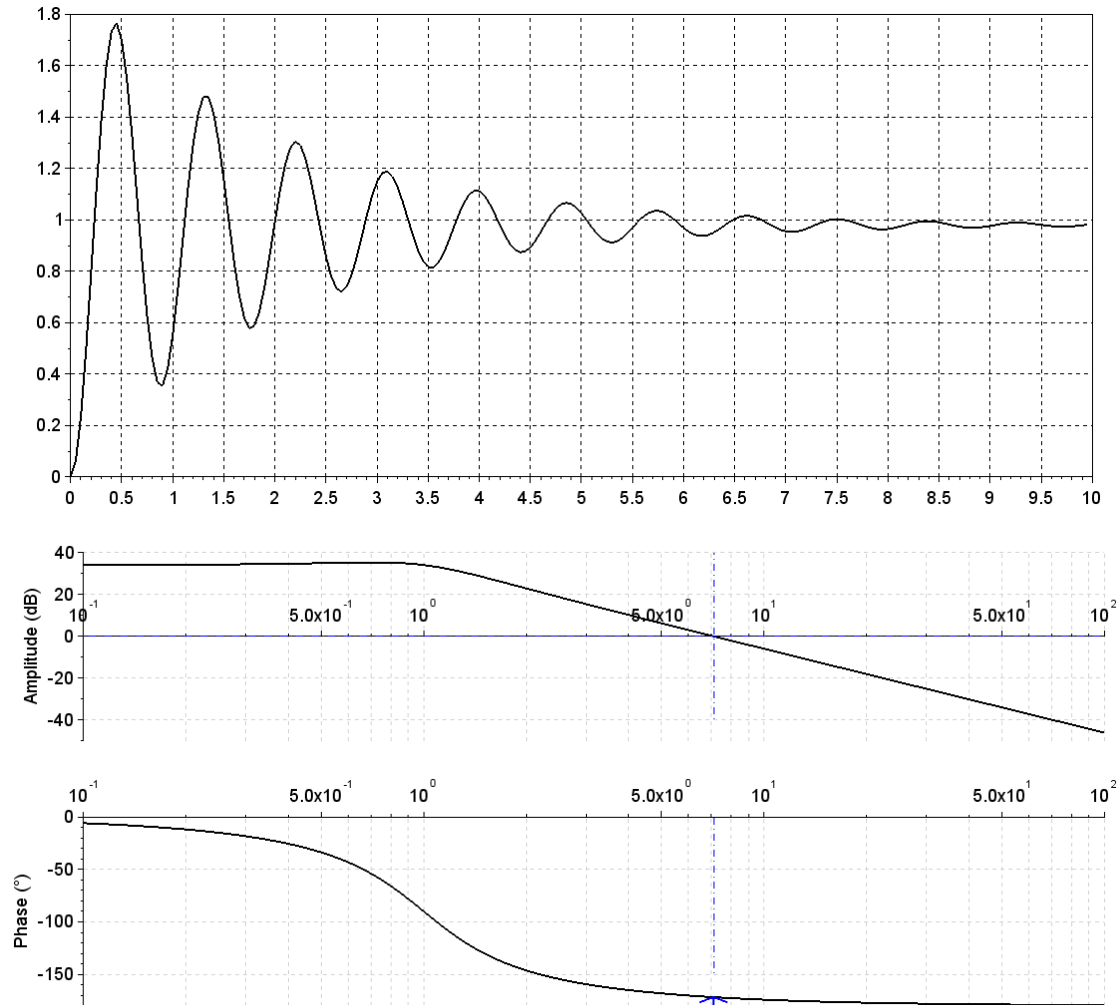
Le déphasage maximal correspond à :  $\sin \varphi_m = \frac{a-1}{a+1}$

7 Reprenons le même exemple traité précédemment et présenté par la figure suivante :



Les figures suivantes présentent respectivement la réponse indicielle unitaire du système et le diagramme de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte. On remarque que le système est mal amorti (marge de phase très faible et réponse temporelle présente plusieurs oscillations). La pulsation pour laquelle le gain s'annule est de l'ordre de  $\omega_m = 7rad/s$ .





8

La valeur de  $\omega_m = 7 \text{ rad/s}$  est utile pour le calcul des paramètres du correcteur à avance de phase dont la fonction de transfert est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$$

Si nous voulons une marge de phase de  $45^\circ$ . Nous supposons  $\varphi_m = 45^\circ$

$$\begin{cases} 7 = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \\ \sin \varphi_m = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a-1}{a+1} \end{cases}$$

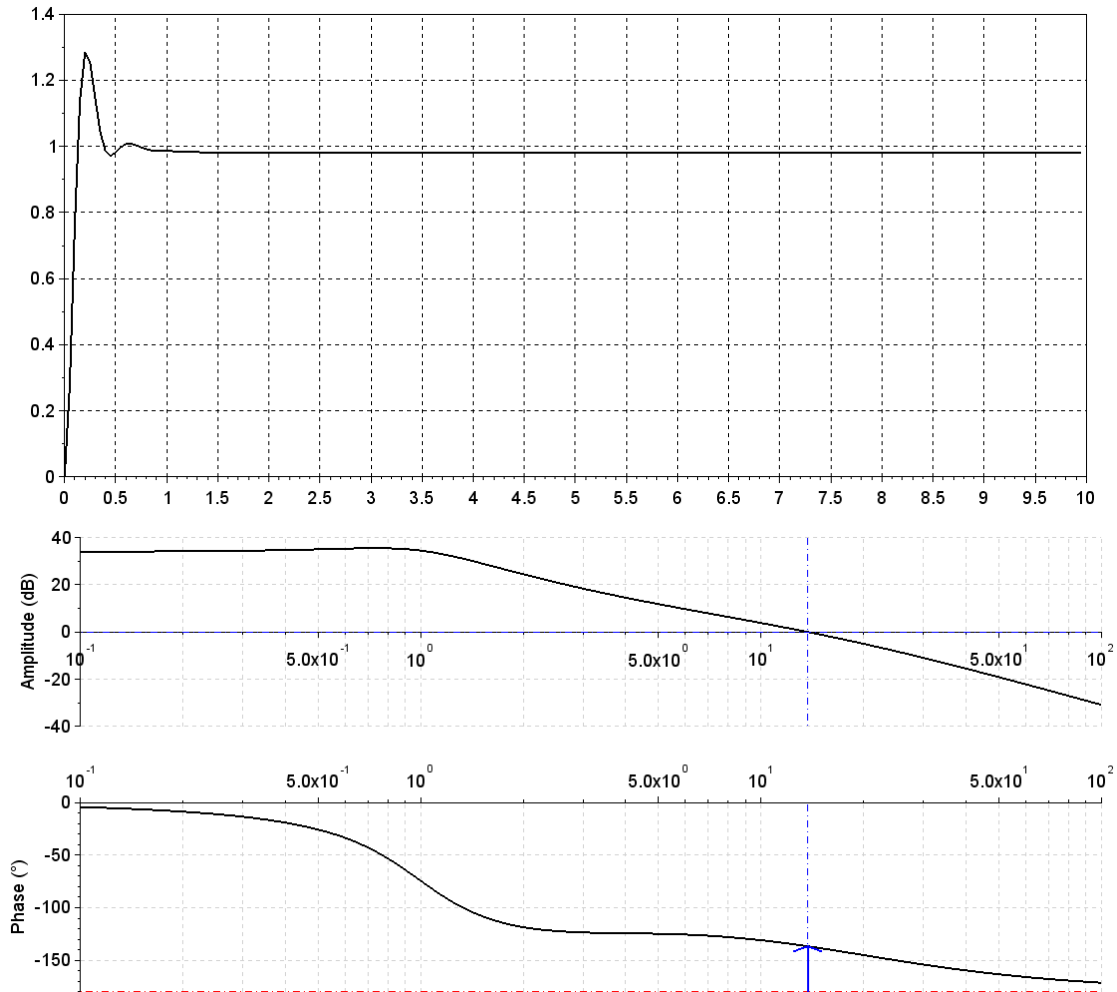
Soient :  $a=5,835$  et  $\tau = 0,059s$

$$C(p) = \frac{1 + 0,344p}{1 + 0,059p}$$

Les figures suivantes correspondent respectivement à la réponse indicielle unitaire et au diagramme de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte. On remarque que la marge de phase est  $> 45^\circ$  et le système devient plus stable.





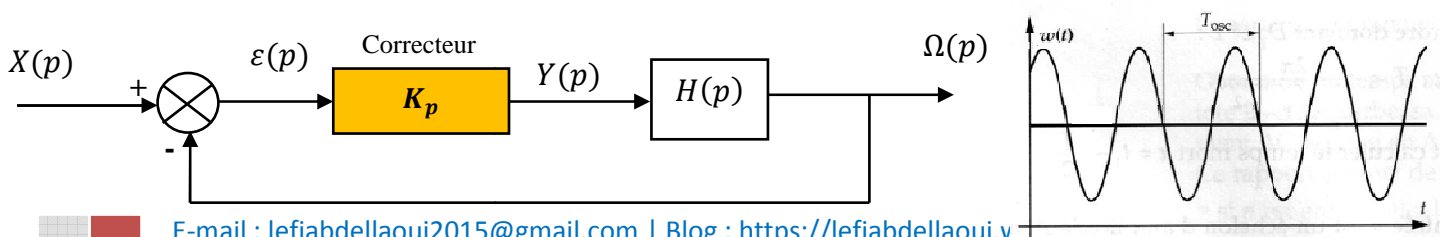


9

#### 4. Réglage du PID par la méthode de Ziegler et Nichols

Cette méthode, mise au point en 1942, est la plus connue des méthodes pratiques de réglage des boucles de régulation. Elle s'applique à un procédé à condition qu'il soit possible de le mettre en pompage (oscillations juste entretenues).

Après avoir porté la mesure près du point de consigne désiré, le régulateur est réglé en action proportionnelle seule. Le gain  $K_p$  est alors augmenté progressivement jusqu'à obtention d'oscillations juste entretenues. Le gain critique  $K_{pc}$  du régulateur est le plus petit gain qui permet l'entretien des oscillations. La période d'oscillation est mesurée sur l'enregistrement.



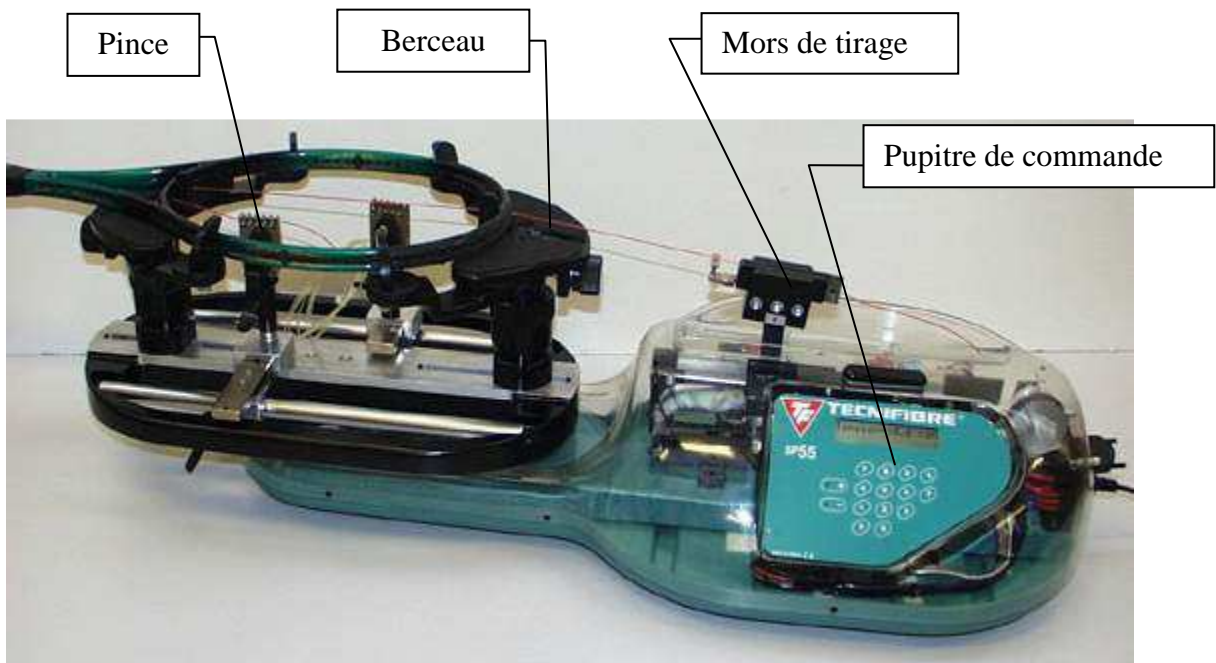
Les réglages préconisés par Ziegler et Nichols, en fonction de la structure du régulateur utilisé, sont résumés dans le tableau suivant :

	P	PI	PI parallèle	PID série	PID parallèle	PID mixte
$K_p$	$\frac{K_{pc}}{2}$	$\frac{K_{pc}}{2,2}$	$\frac{K_{pc}}{2,2}$	$\frac{K_{pc}}{3,3}$	$\frac{K_{pc}}{1,7}$	$\frac{K_{pc}}{1,7}$
$K_i$	0	$\frac{1,2}{T_{osc}}$	$\frac{K_{pc}}{2T_{osc}}$	$\frac{4}{T_{osc}}$	$\frac{K_{pc}}{0,85T_{osc}}$	$\frac{2}{T_{osc}}$
$K_d$	0	0	0	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{K_{pc}T_{osc}}{13,3}$	$\frac{T_{osc}}{8}$

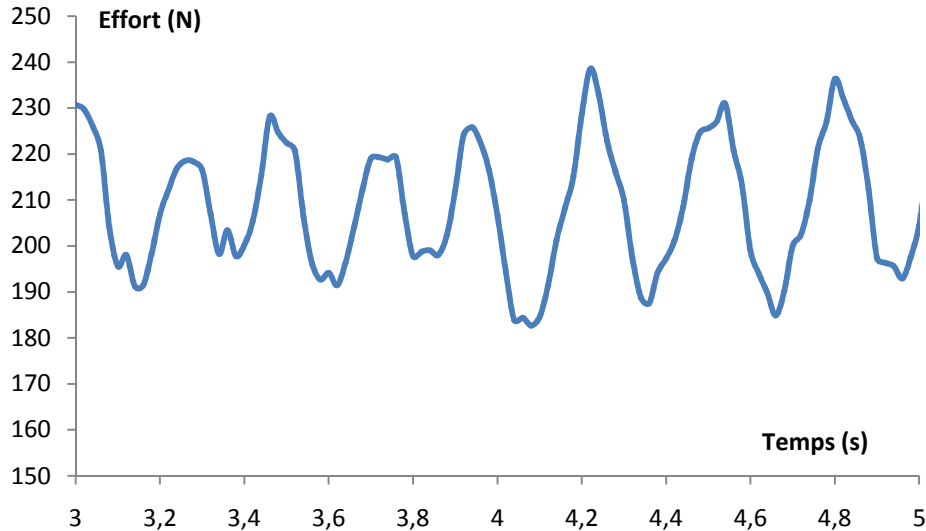
Ces valeurs peuvent ne pas convenir au cahier des charges, le dépassement pouvant être trop important ; il faut alors modifier légèrement ces réglages (par exemple en diminuant  $K_p$ ).

### Exemple : Cordeuse de raquette SP55

Le cordage d'une raquette de tennis nécessite de nombreuses manipulations manuelles. La partie automatisée de la machine permet d'assurer la réalisation précise de la tension de chaque brin. La figure ci-dessous met en évidence les éléments de la structure de la machine (modèle SP55). Le berceau reçoit le cadre de la raquette. L'extrémité de la corde est attachée sur le cadre puis glissée dans le mors de tirage. L'opérateur met la machine sous tension électrique. Celle-ci, asservie en effort, ajuste la valeur de la tension, pré-réglée sur le pupitre de commande. Des pinces maintiennent la corde pendant que l'opérateur la retire du mors, la glisse au travers des œillets du cadre et retourne le berceau pour pouvoir la saisir à nouveau et la tendre.



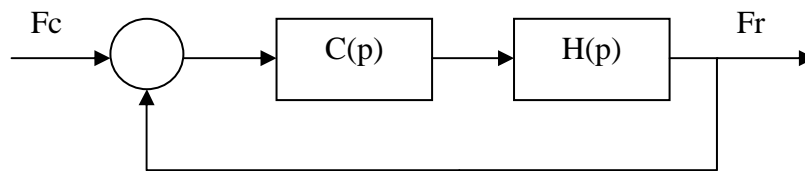
Un essai de mesure avec  $K_p=45$ ,  $K_i=0$ ,  $K_d=0$  et une consigne 20daN est enregistré sur la figure ci dessous. Interpréter l'état du système. Déterminer la période d'oscillation  $T_{osc}$ , la pulsation d'oscillation  $\omega_{osc}$ .



- Rappeler l'expression de la marge de phase  $M\phi$  et la marge de gain  $Mg$  dans le cas général et dans le cas particulier  $K_p=45$ .

11

Le schéma bloc représentant le système de la cordeuse de raquette est le suivant :



- Sachant que la fonction de transfert du système est représentée par :  $H(p) = \frac{K}{(1+Tp)^3}$  et  $K_p=K_{pc}=45$  est le gain proportionnel critique permettant de rendre le système oscillant. Déterminer les valeurs de  $K$  et  $T$ .
- Sachant que la structure adoptée pour la cordeuse est PID parallèle, déduire les valeurs du correcteur ( $K_p$ ,  $K_i$  et  $K_d$ ).

