

Tome 2 :

Asservissement des systèmes mécaniques

Lefi ABDELLAOUI

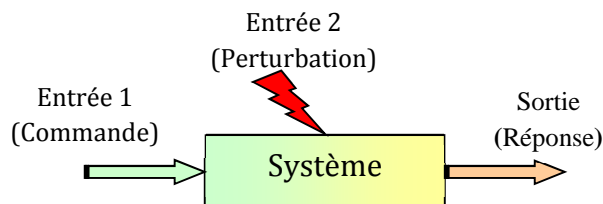


Introduction

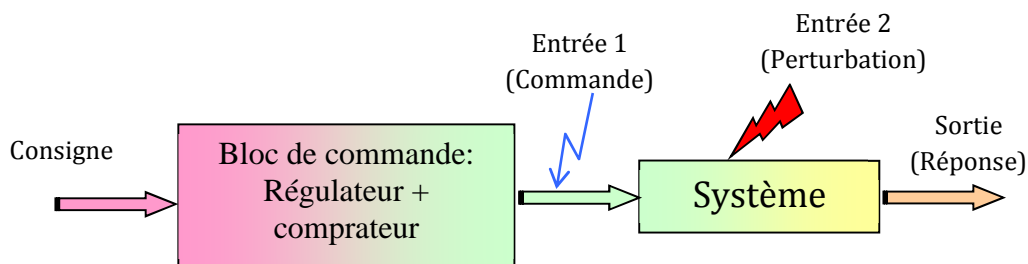
Définitions :

- Automatique: C'est la science qui étudie les automatismes;
- Automatisation: Un dispositif technologique qui remplace l'opérateur humain dans la conduite d'une machine, d'un processus, d'une installation industrielle;
- Processus (ou système) : C'est l'ensemble de l'installation que l'on doit piloter. Il est caractérisé par des signaux d'entrée et de sortie et des lois physiques et mathématiques reliant ces signaux.
- Un système est un ensemble de processus en évolution. Des **actions** sur le système (entrées, consignes, commandes) sont effectuées dans le but d'obtenir des **objectifs** donnés (sorties, réponses).
- Les **signaux** relatifs à un système sont de deux types :
 - Signaux d'entrées : Ils sont indépendants du système et peuvent être commandés (Consignes) ou non commandés (Perturbations).
 - Signaux de sorties : Ils sont dépendants du système et du signal d'entrée. Pour évaluer les objectifs, ces signaux doivent être observables par utilisation de capteurs.

Le schéma ci-dessous illustre un système à une entrée de commande, une sortie et une entrée de perturbation :



Le schéma ci-dessous illustre l'organisation de la commande :



Le bloc de commande : C'est l'organe permettant de traduire la consigne en une grandeur de commande compatible avec le système.

La commande : C'est la grandeur susceptible de changer l'état du système et en particulier l'état de la sortie.



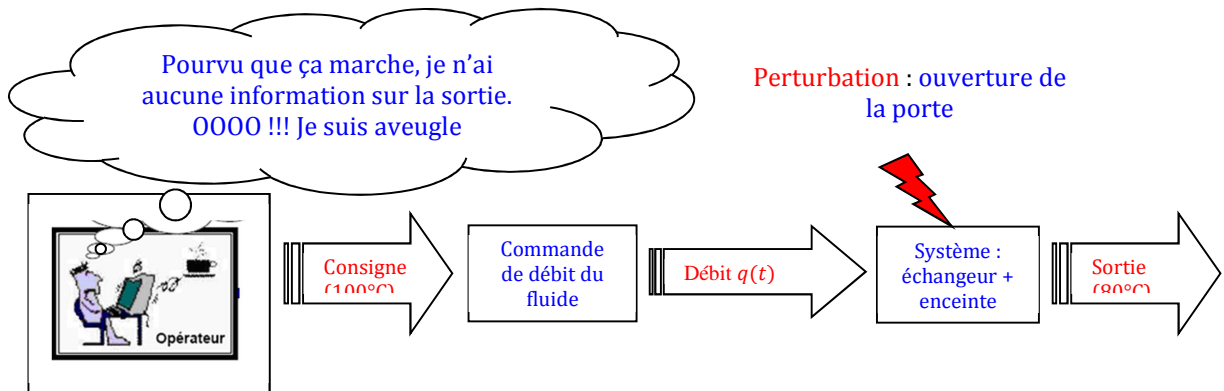
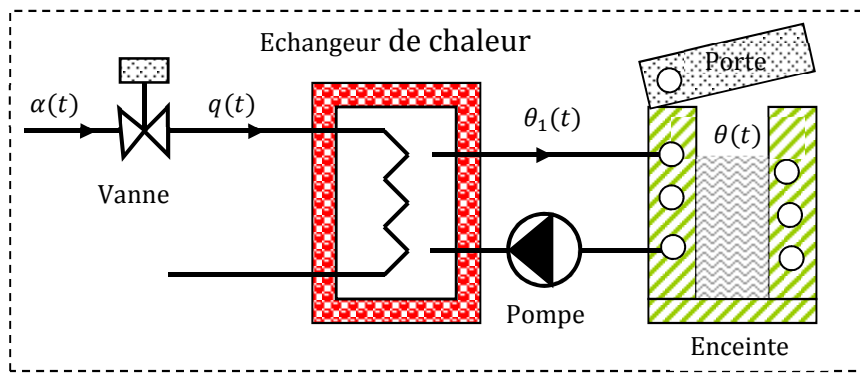
Système en boucle ouverte

Définition et commentaires

- Un système est en boucle ouverte lorsqu'on n'a aucune information sur la sortie. On n'a pas de *bouclage* entre la *sortie* et l'*entrée*.
- Du fait de l'existence de *perturbation*, il arrive souvent qu'on ne puisse pas garantir la *sortie souhaitée*.
- Correction impossible : N'ayant aucune information sur la sortie, l'opérateur ne peut élaborer aucune stratégie d'ajustement pour obtenir la sortie désirée.

Exemple :

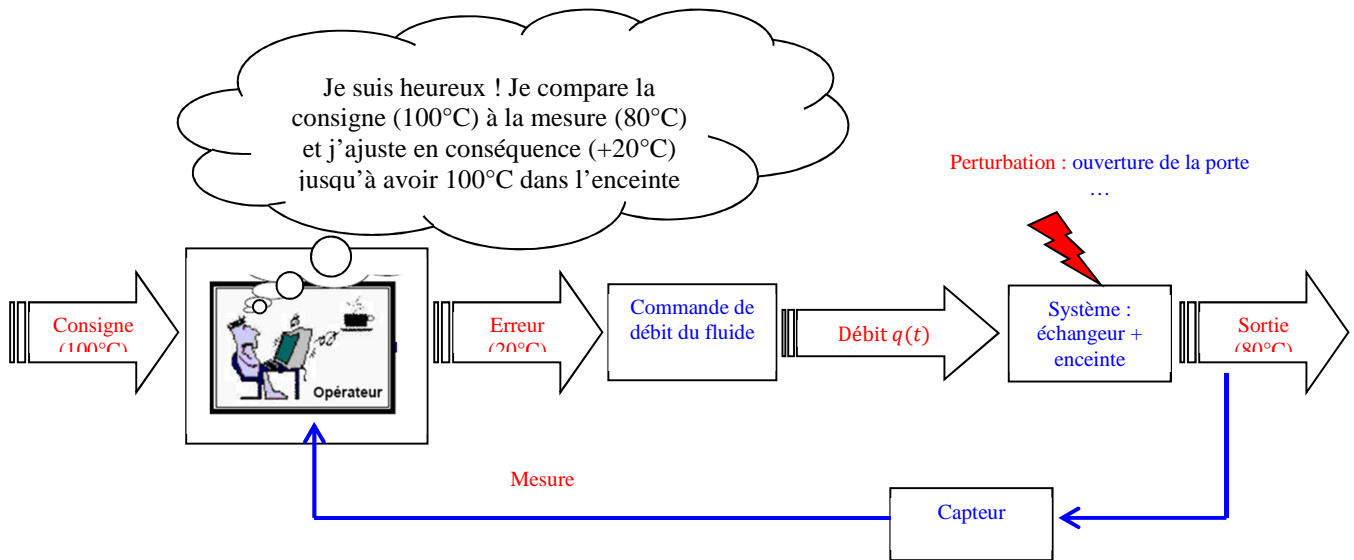
Le système représenté ci-dessous est chargé de maintenir la température d'une enceinte $\theta(t)$. Le chauffage est assuré par un échangeur de chaleur. La vanne permet de réguler le débit $q(t)$ du fluide calorifique dans l'échangeur et donc la température $\theta_1(t)$.



Système en boucle fermée

Reprenons l'exemple de l'enceinte chauffée. Nous allons donner une information supplémentaire à l'opérateur. Il s'agit de lui indiquer la température dans l'enceinte à chaque instant. L'opérateur compare la température désirée (consigne) avec la température réelle (mesure) pour évaluer l'écart (erreur) et ajuster en conséquence (commande). Le schéma suivant représente le système asservi :





Réalisation pratique :

Dans le but d'automatiser le système de régulation de la température dans l'enceinte, on choisit de motoriser la vanne et on installe un capteur dans l'enceinte qui permet de mesurer la température $\theta(t)$. Cette température est comparée à la température de la consigne θ_c à l'aide d'un comparateur (Amplificateur opérationnel).

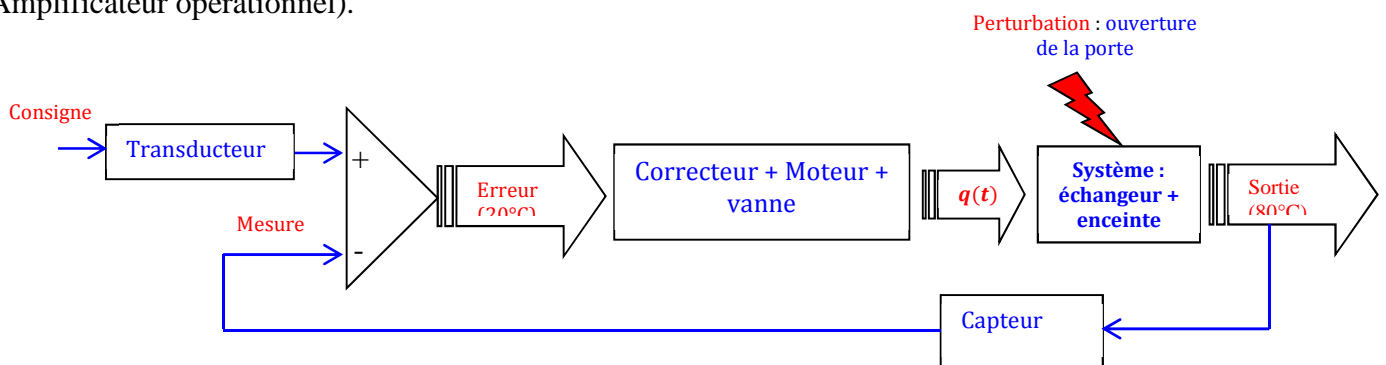
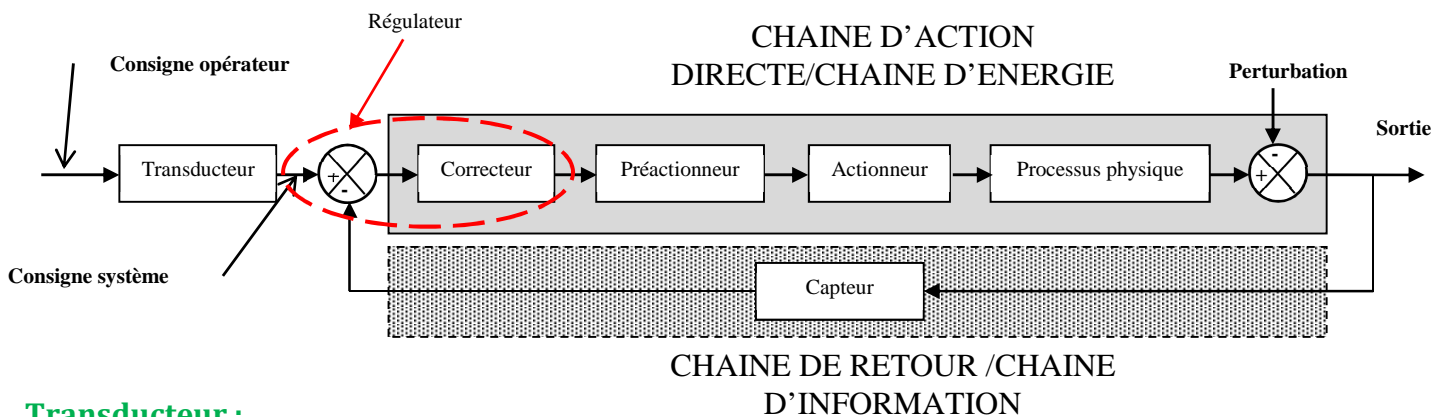


Schéma général :

Un système asservi est un système en **boucle fermée** que l'on peut décrire par le **schéma fonctionnel** (schéma bloc) suivant :



Transducteur :

Il permet de traduire la consigne opérateur (température, position, vitesse...) en une consigne système (signal électrique compréhensible par la machine).



Régulateur :

Le régulateur (comparateur + correcteur) est « *la partie pensante* » du système. Il élabore *l'ordre de commande* en tenant compte de *l'entrée et de la mesure de la sortie* réalisée par le capteur.

Préactionneur : (distributeur, contacteur...)

Il distribue de l'énergie afin de faire fonctionner l'actionneur.

Actionneur : (moteur, vérin...)

Il fournit la puissance nécessaire à la *réalisation du processus physique*.

Processus physique :

Il évolue suivant des lois physiques qui lui sont propre : lois de la dynamique, de l'électrocinétique,...

La sortie du processus physique peut être fluctuée par des perturbations extérieures.

Remarques :

1) La modélisation et l'étude des systèmes asservis seront facilitées par l'utilisation des outils suivants :

- La transformée de Laplace ;
- La détermination de la fonction de transfert ;
- La simplification des schémas blocs ;
- Le traçage et la lecture des diagrammes de Bode, Nyquist et Black.

2) Dans la suite, nous nous limiterons à l'étude des **Systèmes Linéaires Continus Invariants (SLCI)**

Exercices :

Objectifs :

- *Modéliser un système asservi avec un schéma bloc*
- *Comprendre la notion de la chaîne d'énergies et de la chaîne d'informations*

Exercice 1 :

L'exercice porte sur l'asservissement en vitesse d'un vérin hydraulique. La vitesse de sortie de ce vérin est notée $v(t)$. Une électrovanne (vanne pilotée électriquement considérée comme un distributeur hydraulique), délivre le débit $q(t)$ qui alimente le vérin. La consigne de vitesse $v_c(t)$ est transformée en tension $u_c(t)$ à l'aide d'un transducteur. Cette tension est comparée à la tension $u_{mes}(t)$, délivrée par un capteur de vitesse, puis corrigée par un correcteur.

1. Représenter le système asservi par un schéma bloc. Indiquer le nom des éléments constituant les blocs ainsi que les informations entre les blocs.
2. Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur et du capteur afin qu'il y ait asservissement de vitesse linéaire (l'écart $u_c(t) - u_{mes}(t)$ est l'image linéaire de l'erreur $v_c(t) - v(t)$).



Exercice 2 :

L'exercice porte sur l'asservissement en vitesse d'un axe tournant. L'entraînement est assuré par un moteur suivi d'un réducteur de vitesse. La consigne $\omega_c(t)$ est donnée au travers d'un potentiomètre angulaire. Une génératrice tachymétrique, placée après le réducteur, mesure la vitesse de sortie $\omega(t)$ de l'axe en question. Le signal délivré par la génératrice tachymétrique $u_{mes}(t)$ est comparé à celui délivré par le potentiomètre $u_c(t)$. Un amplificateur, placé après le comparateur, délivre un signal de commande au moteur.

1. Représenter le système asservi par un schéma bloc. Indiquer le nom des éléments constituant les blocs ainsi que les informations entre les blocs.
2. Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur et du capteur afin qu'il y aura asservissement de la vitesse angulaire (l'écart $u_c(t) - u_{mes}(t)$ est l'image linéaire de l'erreur $\omega_c(t) - \omega(t)$).

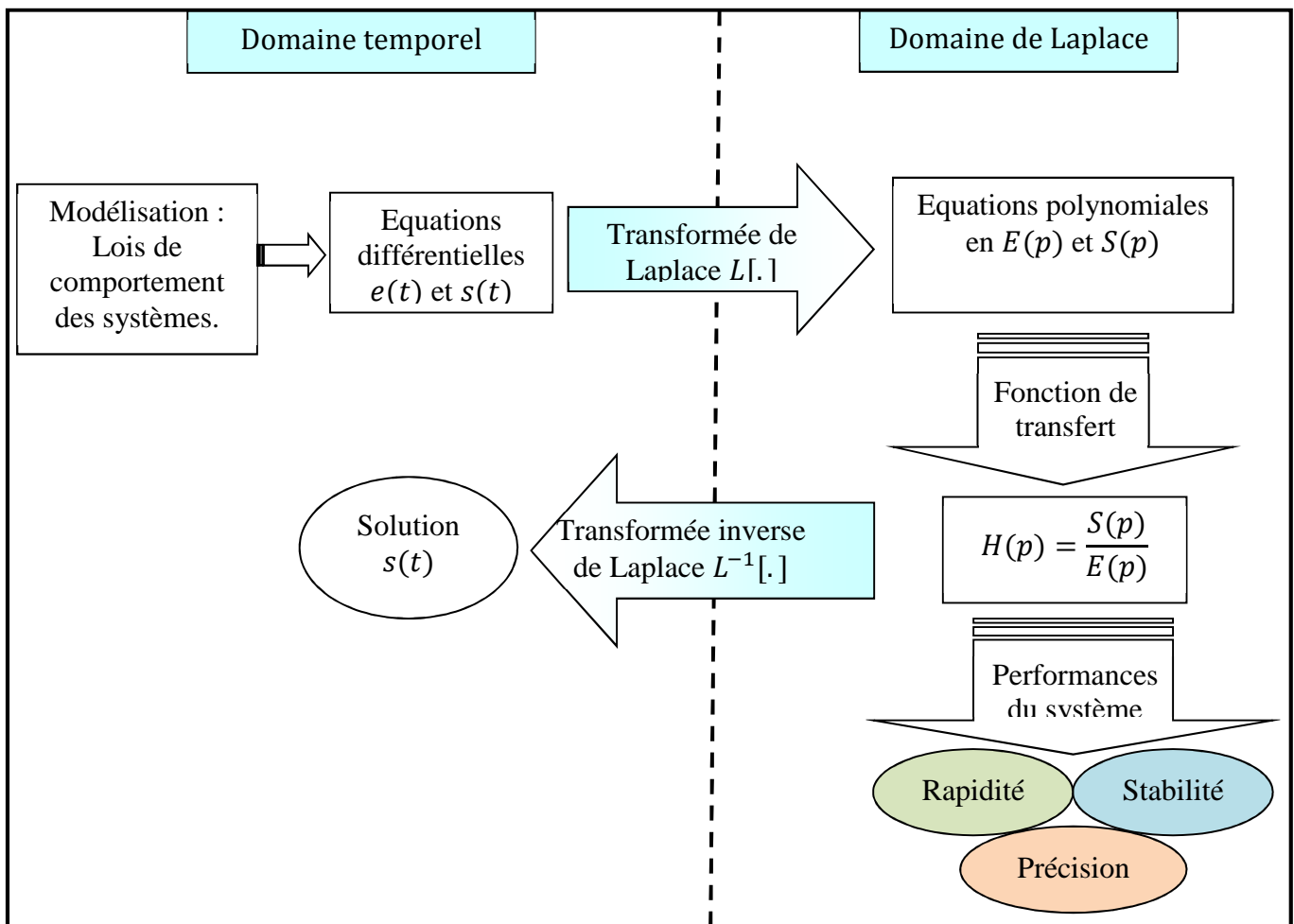


Transformée de Laplace

On suppose que les fonctions utilisées présentent toutes les propriétés de régularité nécessaires pour pouvoir leur appliquer la transformée de Laplace.

Nécessité :

La transformée de Laplace est un outil très puissant pour étudier les systèmes asservis. En effet, il permet de traduire les équations différentielles linéaires temporelles en des polynômes faciles à manipuler. Le diagramme suivant donne une idée sur globale sur l'apport de cet outil dans le cadre de l'étude et la modélisation des systèmes asservis.



Définition :

- La transformée de Laplace bilatérale d'une fonction $f: t \rightarrow f(t)$ est :

$$L[f(t)] = F(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad p \in \mathbb{C}$$

- Dans le cas où $f(t) = 0$ pour $t < 0$, on utilise la transformée de Laplace unilatérale :

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad p \in \mathbb{C}$$



Propriétés :

a. Linéarité

$$L[f(t) + g(t)] = L[f(t)] + L[g(t)]$$

$$L[\lambda f(t)] = \lambda L[f(t)]$$

$$L[0] = 0$$

b. Théorème de retard

$$L[f(t - T)] = e^{-Tp}F(p)$$

c. Théorème des valeurs initiales et finales

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$$

d. Dérivation

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0)$$

$$L\left[\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right] = p^2F(p) - pf(0) - f'(0)$$

e. Intégration

$$L\left[\int_0^t f(u)du\right] = \frac{F(p)}{p} + \frac{f(0)}{p}$$

Dans le cas où les conditions initiales sont nulles, conditions d'Heaviside, alors ;

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p)$$

$$L\left[\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right] = p^2F(p)$$

$$L\left[\int_0^t f(u)du\right] = \frac{F(p)}{p}$$

f. Tableau des transformés de Laplace :

Le tableau suivant donne les transformées de Laplace de quelques fonction usuelles.

$f(t)$	$F(p)$	$f(t)$	$F(p)$
K	$\frac{K}{p}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
Kt	$\frac{K}{p^2}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
Kt^n	$\frac{Kn!}{p^{n+1}}$	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$
$e^{at} t^n$	$\frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$		

Exercices :

Objectifs :

- Des exercices élémentaires afin de maîtriser les propriétés de la transformée de Laplace

Transformées directes de Laplace

Trouver les transformées de Laplace des fonctions suivantes :

$$f(t) = 3e^{-t} - e^{-2t}, g(t) = t^4 + 6e^{-(t-10)}, \quad t > 0$$

Transformées inverses de Laplace

Trouver les transformées inverses de Laplace des fonctions suivantes :

$$F(p) = \frac{2}{p+1} - \frac{4}{p+3}, G(p) = \frac{2e^{-0,5p}}{p^2-6p+13}$$

Décomposition en éléments simples

Décomposer en éléments simples les fonctions suivantes et calculer leurs transformées inverses :

$$F(p) = \frac{-(p^2+p-1)}{p(p+1)(p+2)}, G(p) = \frac{1}{(p+2)(p+1)^2}, H(p) = \frac{p^2+9p+19}{(p+1)(p+2)(p+4)}$$

Résolution des équations différentielles

Résoudre l'équation différentielle suivante par les transformées de Laplace.

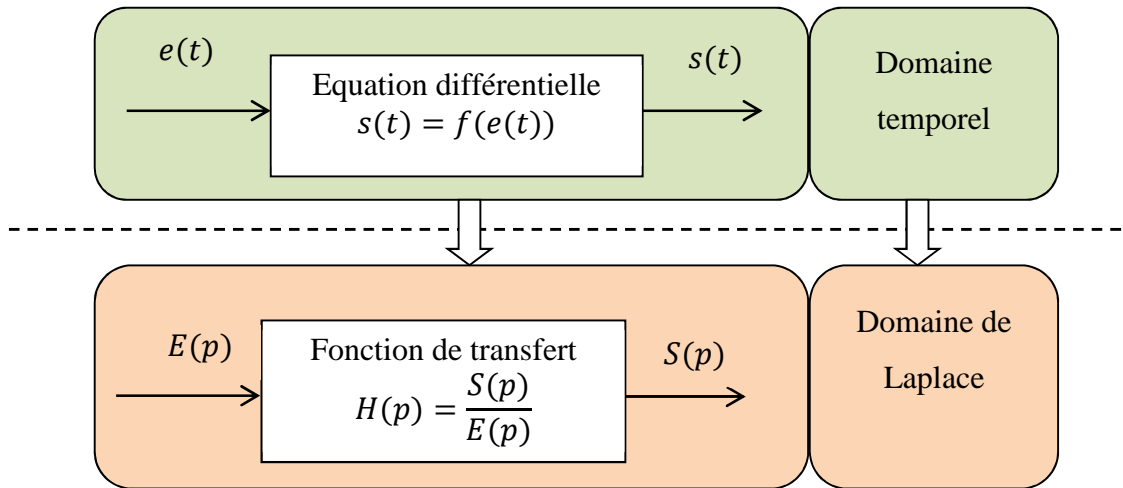
$$1) \frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = 0, \quad y(0) = 6$$

$$2) \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 4\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 2, \quad y(0) = y'(0) = 5$$



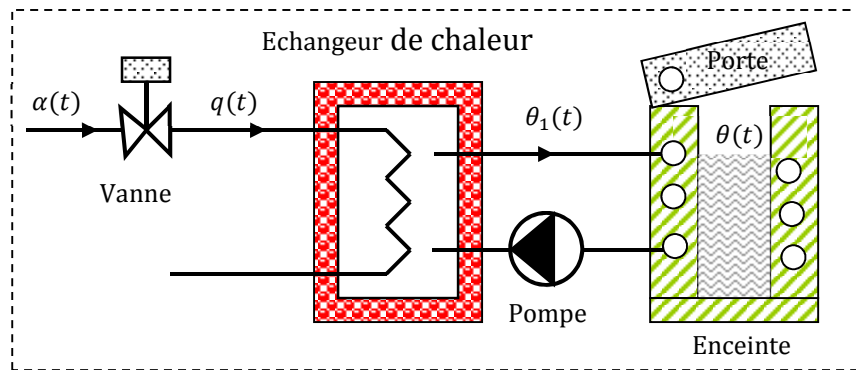
Fonction de transfert

Pour étudier les systèmes linéaires asservis, on s'intéresse à la relation entre les grandeurs d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$. Ces grandeurs peuvent correspondre à une tension, une intensité, une vitesse ou encore toute autre grandeur physique. On utilisera la transformé de Laplace pour les équations reliant ces grandeurs afin de déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.



Exemple :

Reprenons l'exemple de l'enceinte chauffée (figure suivante).



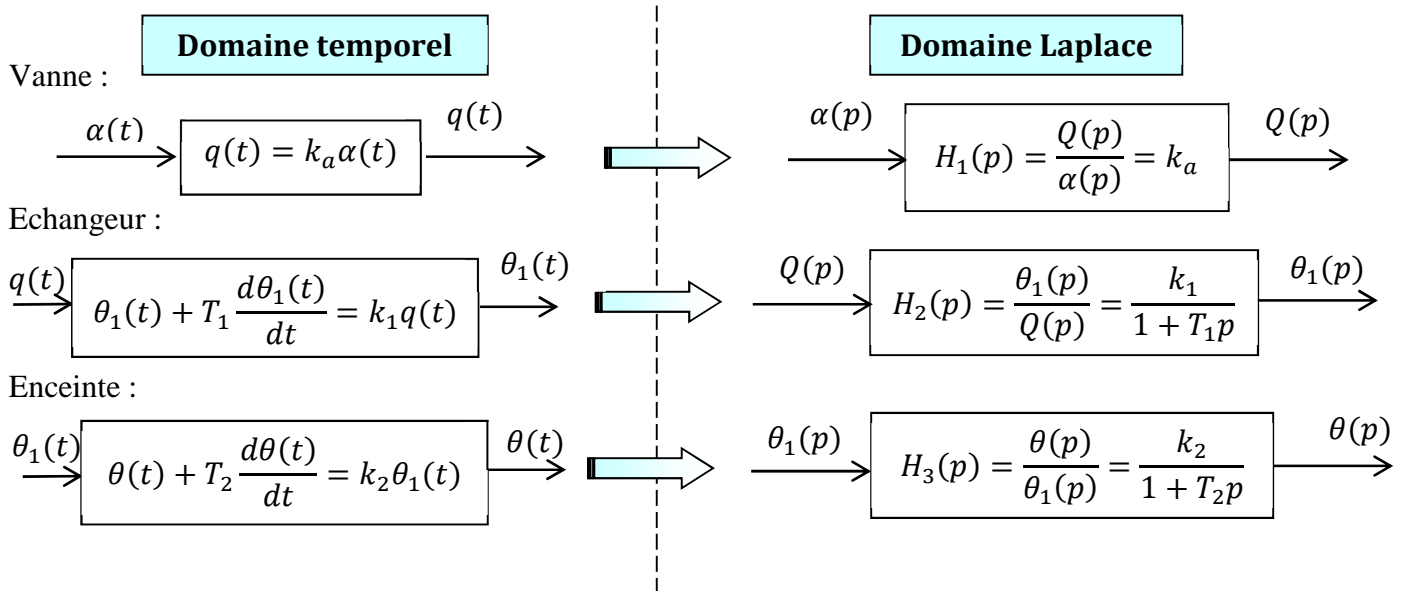
On donne les lois de comportement de chaque élément du système.

- La loi de fonctionnement de la vanne est caractérisée par l'équation $q(t) = k_a \alpha(t)$ donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture de la vanne. $k_a = 10^{-3} m^3 / ^\circ s$
- Les deux autres équations caractérisent le transfert de chaleur :

1. Dans l'échangeur : $\theta_1(t) + T_1 \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 q(t)$, $k_1 = 500^\circ C / m^3 s^{-1}$ et $T_1 = 10s$
2. Dans l'enceinte : $\theta(t) + T_2 \frac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \theta_1(t)$, $k_2 = 0,8$ et $T_2 = 25s$

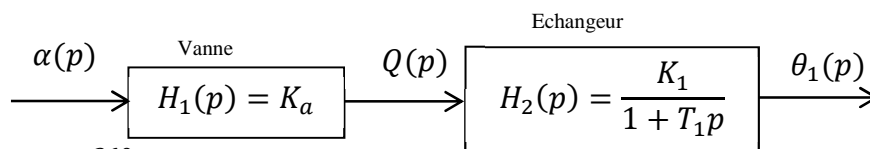
Question 1: Déterminer les fonctions de transfert des trois constituants du système.





Question 2: Déterminer la température à la sortie de l'échangeur $\theta_1(t)$ si l'angle d'ouverture de la vanne est égal à 360° .

Le schéma bloc suivant représente le système vanne + échangeur :



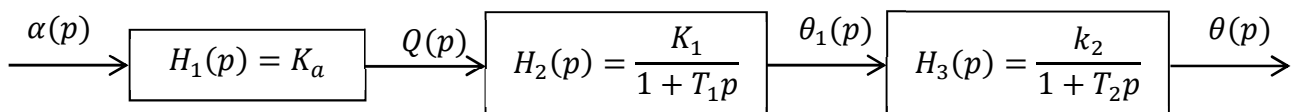
$$\alpha(t) = 360^\circ \rightarrow \alpha(p) = \frac{360}{p}$$

$$\theta_1(p) = \frac{k_1 k_a}{1 + T_1 p} \alpha(p) \rightarrow \theta_1(p) = \frac{180}{p(1 + 10p)} = \frac{18}{p(p + 0,1)} = \frac{180}{p} - \frac{180}{p + 0,1}$$

$$\text{D'où : } \theta_1(t) = 180 - 180e^{-0,1t}$$

Question 3: Déterminer la température dans l'enceinte $\theta(t)$ si l'angle d'ouverture de la vanne est égal à 360° .

Le schéma bloc suivant représente le système vanne + échangeur+ enceinte :



$$\alpha(t) = 360^\circ \rightarrow \alpha(p) = \frac{360}{p}$$

$$\theta(p) = \frac{k_1 k_2 k_a}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \alpha(p) \rightarrow \theta(p) = \frac{144}{p(1 + 10p)(1 + 25p)} = \frac{0,576}{p(p + 0,1)(p + 0,04)} = \frac{144}{p} + \frac{96}{p + 0,1} - \frac{240}{p + 0,04}$$

Question 4: Avec le logiciel Scilab, Représenter et interpréter les allures de $\theta_1(t)$ $\theta(t)$ si l'angle d'ouverture de la vanne est égal à 360° .

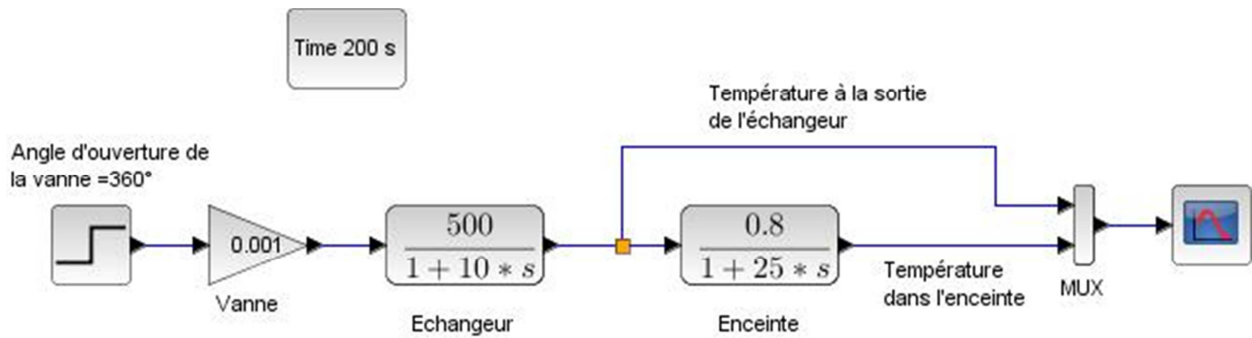
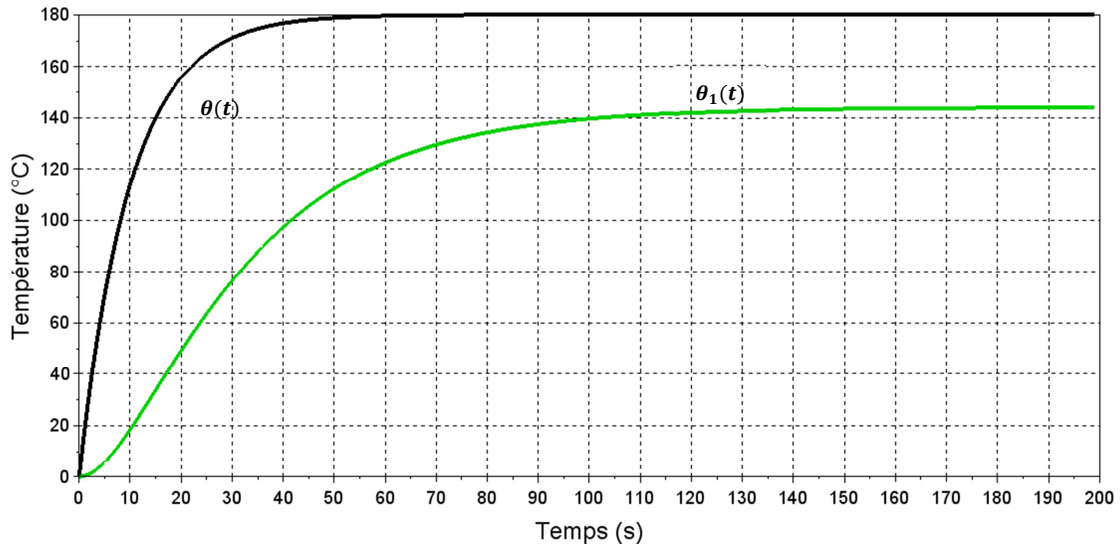


Diagramme de simulation avec Scilab



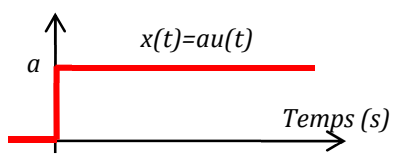
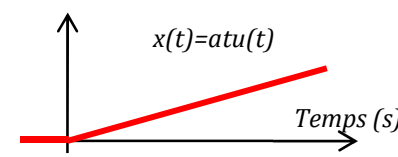
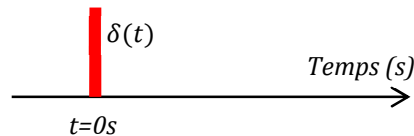
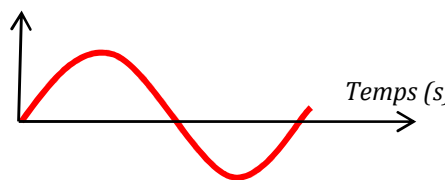
Courbes de réponses : température à la sortie de l'échangeur et température dans l'enceinte

Fonctions test

La consigne et la perturbation peuvent prendre la forme de quelques fonctions étalons (fonctions test). Si on regarde l'exemple de l'enceinte chauffée, traité ci-dessus, la valeur de l'angle d'ouverture de la vanne est prise égale à 360° et elle est supposée constante le long de la période de l'étude. Dans ce cas, la consigne (l'angle d'ouverture de la vanne) prend la forme de la fonction test échelon d'amplitude 360° . Prenons l'exemple d'un four électrique qu'on utilise souvent dans la cuisine pour préparer du repas, la maman tourne le potentiomètre pour choisir une température utile pour tel repas par exemple 240°C . En fait, maman a appliqué un échelon d'amplitude 240°C .

Le tableau suivant résume les fonctions test les plus utilisées dans la modélisation des systèmes asservis : Echelon, rampe, impulsion de Dirac et la sinusoïde.



Echelon d'amplitude a	Rampe de pente a
 <p> <i>Pour $t < 0$, $x(t) = 0$</i> <i>Pour $t > 0$, $x(t) = a$</i> L'échelon est unitaire si $a=1$ ($x(t)=u(t)$) $L[u(t)] = \frac{1}{p}$ </p>	 <p> <i>Pour $t < 0$, $x(t) = 0$</i> <i>Pour $t > 0$, $x(t) = at$</i> $L[at u(t)] = \frac{a}{p^2}$ </p>
Impulsion de Dirac	Sinusoïde
<p>L'impulsion de Dirac vérifie les propriétés :</p> <p>$\delta(t) = 0$ si $t \neq 0$</p> <p>$\delta(t) = \infty$ si $t = 0$</p> <p>$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$</p>  <p>$L[\delta(t)] = 1$</p>	 <p> <i>pour $t < 0$, $x(t) = 0$</i> <i>pour $t > 0$, $x(t) = a \sin(\omega t) u(t)$</i> </p>

Exercice

Objectifs :

- Traduire les lois de comportement d'un système dans le domaine de Laplace ;
- Dédire la fonction de transfert ;
- Etudier et analyser la réponse (étude préliminaire)

Pour les différents exemples suivants, on se place dans les conditions d'Heaviside.

a – Quelle est la fonction de transfert du système dont les signaux d'entrée et de sortie sont liés par l'équation différentielle suivante ?

$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$, tracer la réponse indicielle et impulsionnelle. : $x(t)$: entrée et $y(t)$ la sortie.

b – Un système particulier où on effectue une translation sur le temps a l'équation différentielle $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t - T)$, trouver la fonction de transfert de ce système.

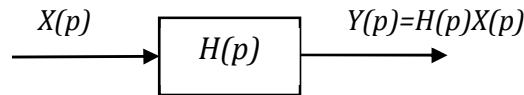
c – La position y d'un objet en mouvement de masse constante M liée à la force totale qui lui est appliquée par l'équation différentielle $M\frac{d^2y(t)}{dt^2} = f(t)$. Déterminer la fonction de transfert liant la position à la force appliquée.

Simplification des schémas blocs

Conventions :

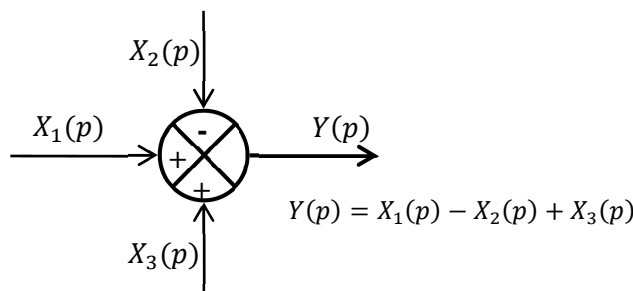
a. Bloc :

Un bloc relie une entrée unique à une sortie unique. Le lien entre ces deux variables est matérialisé par la fonction de transfert H .



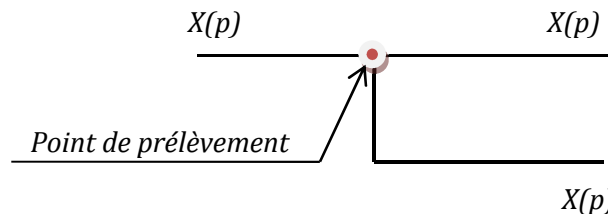
b. Sommateur :

La sortie d'un sommateur est la somme algébrique des entrées.

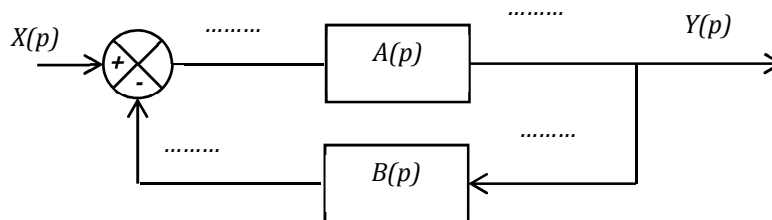


c. Prélèvement :

La branche de prélèvement de la jonction (2) transmet le même signal que la branche principale (1) et n'affecte pas celui-ci.



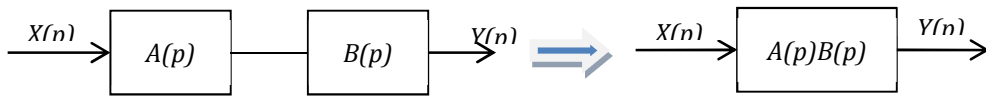
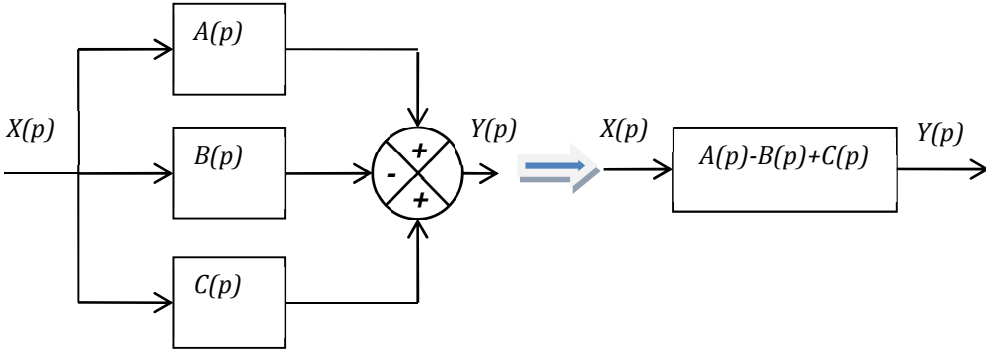
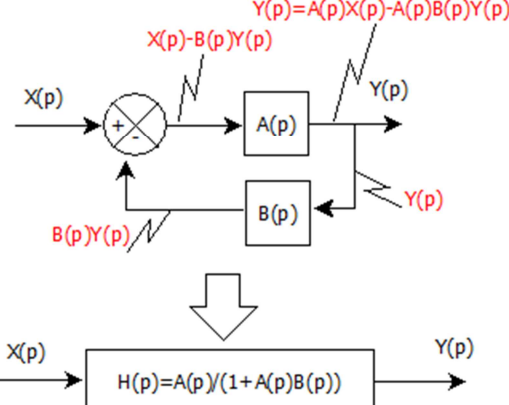
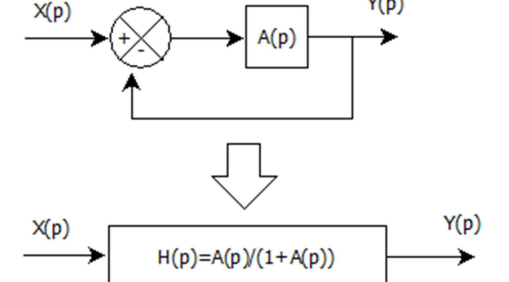
d. Exemple :



1. Compléter les expressions des différents signaux ;
2. Exprimer $Y(p)$ en fonction de $X(p)$ et déduire la fonction de transfert $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$;



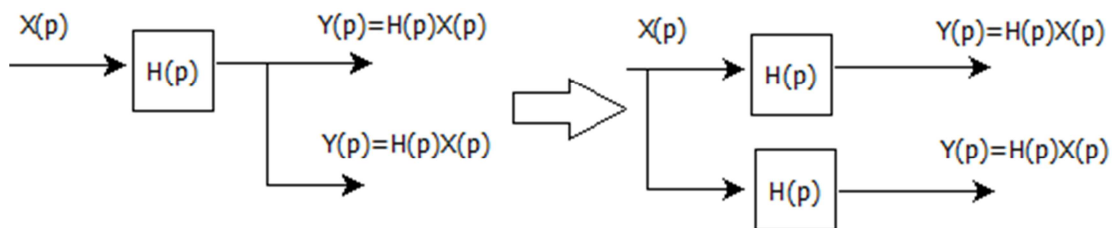
Règles de simplification des schémas blocs :

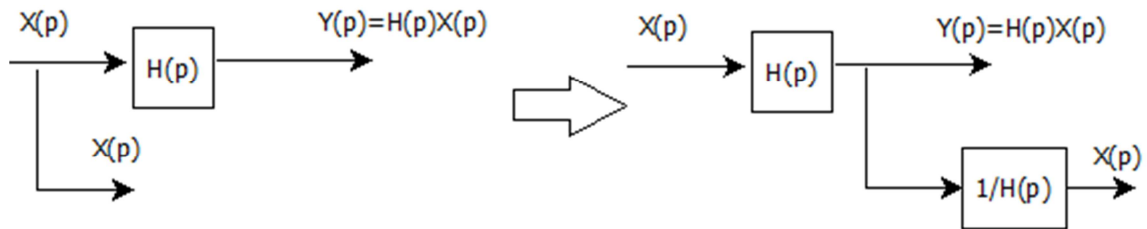
Blocs en cascade	
Blocs en parallèles	
Structure en boucle fermée	
Cas du retour unitaire	

Manipulation des schémas blocs:

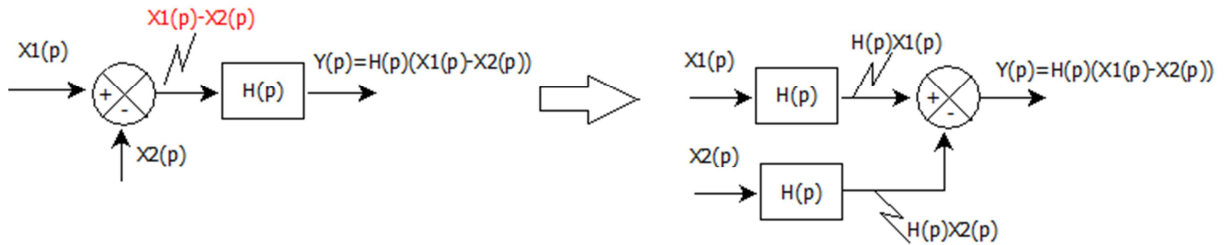
Le schéma bloc global d'un système est la réunion d'un certain nombre de schéma blocs élémentaires. Pour cela, certaines techniques de bases doivent être connues en vue de manipuler les schémas blocs.

a. Déplacement d'un point de prélèvement :



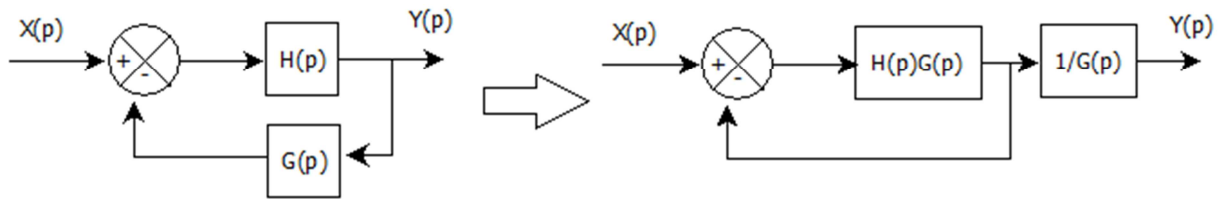


b. Déplacement d'un sommateur :



NB:

On peut ramener toujours un système à retour non unitaire à un système à retour unitaire



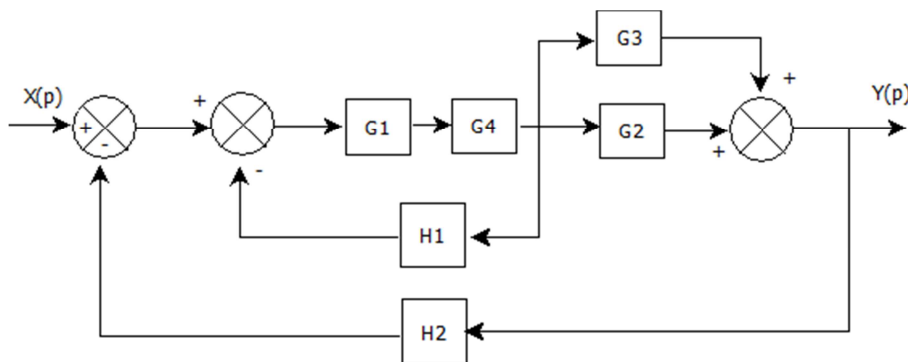
Exercices :

Objectifs :

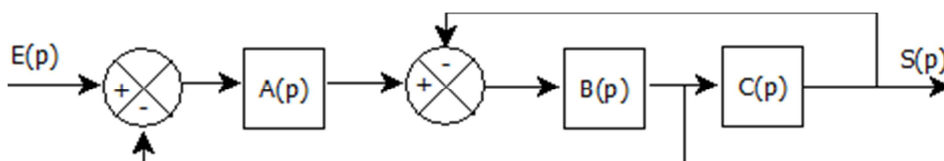
- Déterminer la fonction de transfert à partir de la manipulation des schémas blocs ;
- Maitriser les techniques de simplification des schémas blocs ;

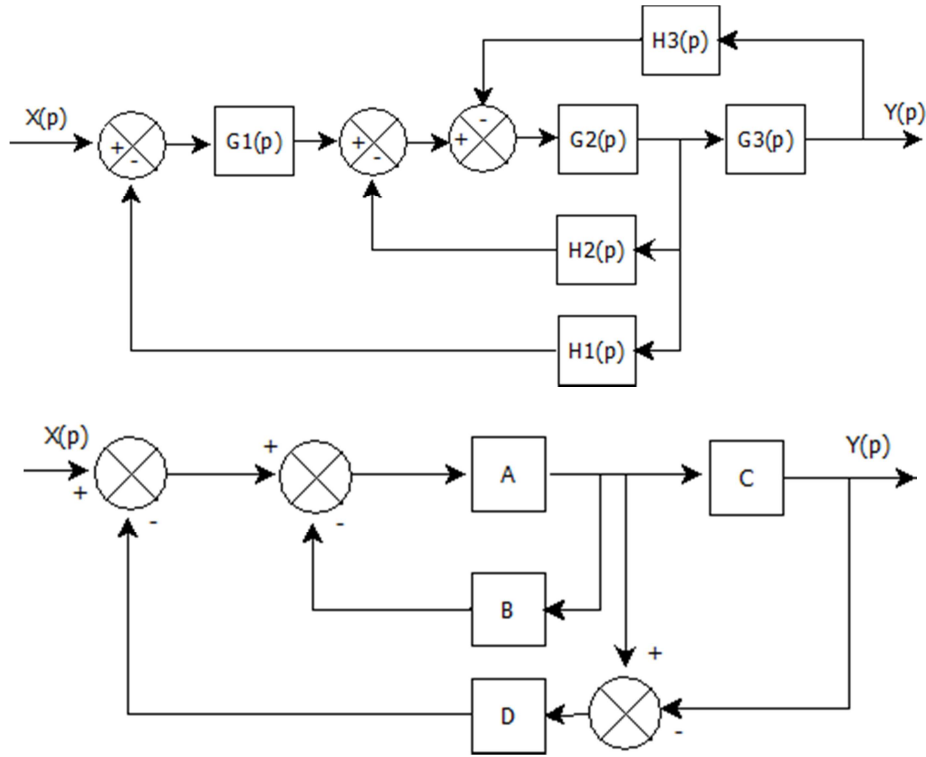
Simplifier les schémas blocs suivants :

1. Simple :

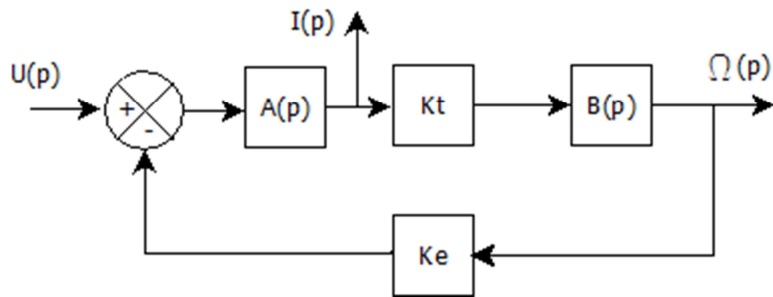


2. Boucles imbriquées, déplacement d'un point de prélèvement.





3. Système à une entrée et deux sorties :

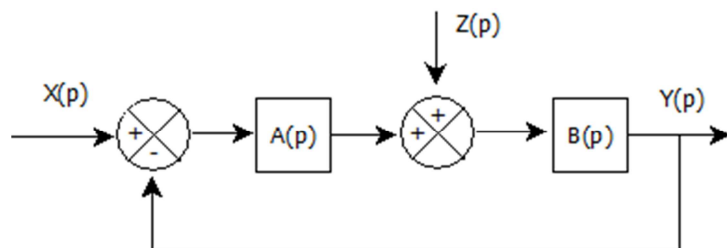


$$A(p) = \frac{1}{R + Lp} \text{ et } B(p) = \frac{1}{Jp}$$

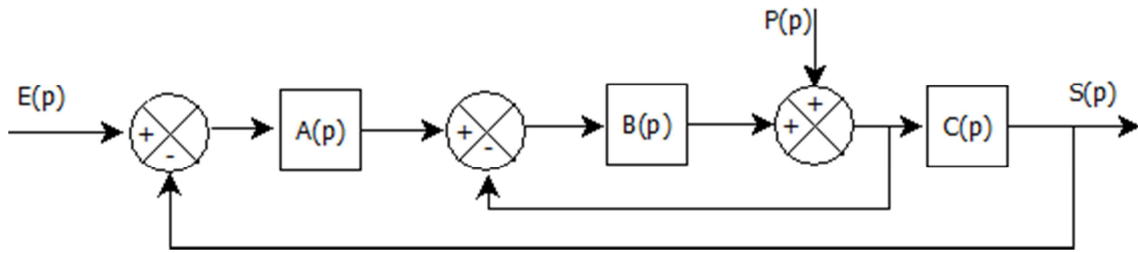
1. Exprimer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$
2. Exprimer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{I(p)}{U(p)}$

5. Système à deux entrées :

Exprimer $Y(p)$ en fonction de $X(p)$ et $Z(p)$



Exprimer $S(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$



6. Moteur à courant continu à flux constant

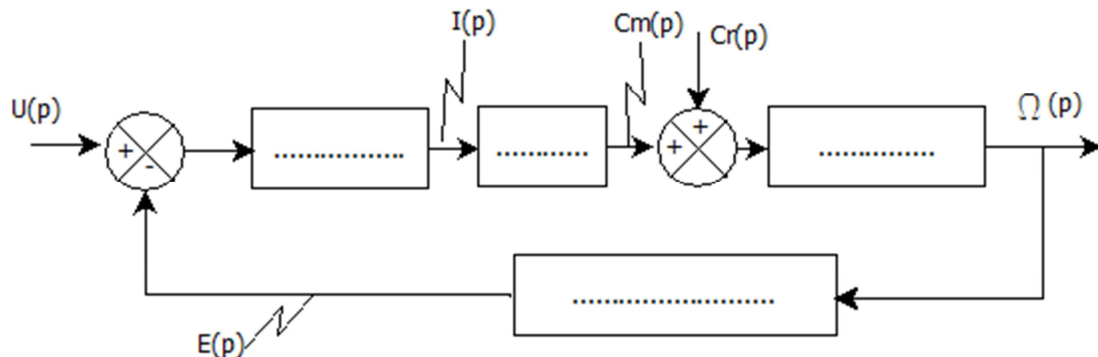
On donne ci-dessous les équations qui régissent le fonctionnement d'un moteur à courant continu à flux constant :

$$e(t) = K_e \omega(t), \quad c_m(t) = K_t i(t), \quad c_m(t) - K_d \omega(t) - c_r(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad \text{et} \quad u(t) - e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

On note :

- $u(t)$: tension au borne de l'induit ;
- $e(t)$: force électromotrice ;
- $i(t)$: courant dans l'induit ;
- $c_m(t)$: couple moteur ;
- K_e : constante de force électromotrice ;
- K_t : constante de couple électromagnétique ;
- $C_r(t)$: couple résistant appliqué sur le moteur ;
- K_d : constante du couple de frottement visqueux ;
- J : moment d'inertie moteur ;
- R : résistance de l'induit ;
- $\omega(t)$: vitesse de rotation moteur ;
- L : inductance de l'induit ;

1. Compléter le schéma blocs suivant :



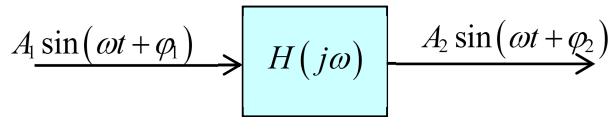
2. Exprimer la sortie $\Omega(p)$ en fonction des deux entrées $U(p)$ et $Cr(p)$



Diagramme de Bode

Pourquoi utiliser le papier semi-log?

- L'étude fréquentielle ou harmonique d'un système consiste à lui appliquer une fonction sinusoïdale ($A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$) et suivre la sortie du système qui est généralement une fonction sinusoïdale ($A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$).



- Les deux informations essentielles dans cette étude sont l'amplitude A_2 ou bien le gain $\frac{A_2}{A_1}$ et la phase φ_2 ou bien le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.
- Représenter l'évolution du gain ou du déphasage en fonction de la pulsation $\omega = 2\pi f$ ou bien en fonction de la fréquence f en utilisant une échelle décimale est impossible. Pour cela, l'utilisation d'une échelle logarithmique est la solution.

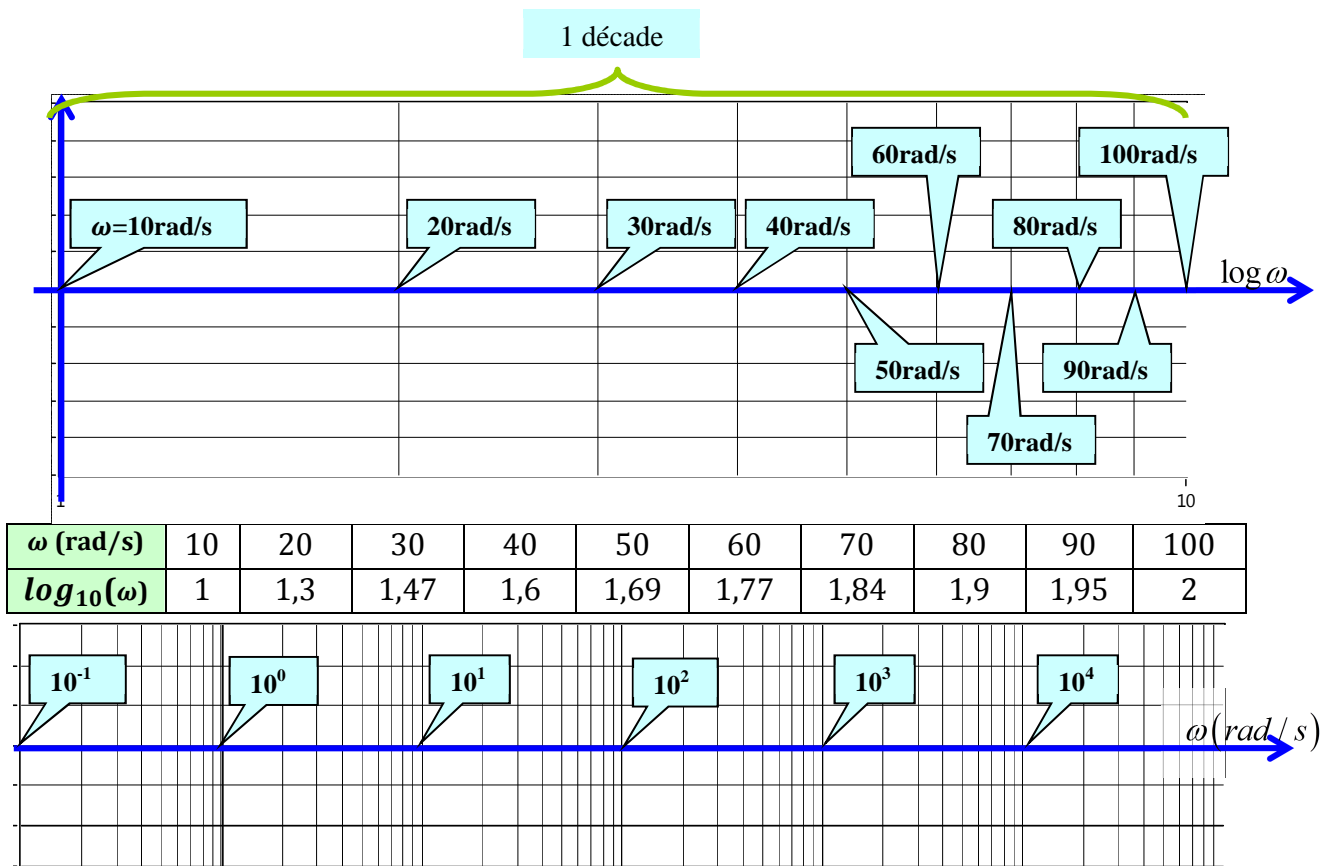


Diagramme de Bode :

a- Le GAIN

Cette représentation est déterminée en représentant le gain ($GdB = 20\log|H(j\omega)|$) en fonction de $\log(\omega)$. Dans le cas où on dispose d'une échelle logarithmique pour l'axe des abscisses, on porte sur cette axe ω à la place de $\log(\omega)$.

Méthode :

1. Remplacer dans l'expression de la fonction de transfert « p » par « $j\omega$ »
2. Calculer $|H(j\omega)|$ pour déduire ($GdB = 20\log|H(j\omega)|$)
3. Tracer les asymptotes correspondant à :
$$\begin{cases} \omega \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$
4. Tracer la courbe ($GdB = 20\log|H(j\omega)| = f(\log(\omega))$) en s'aidant des asymptotes précédemment tracées. Si nécessaire, affiner la représentation en calculant les coordonnées de quelques points.

b -La phase

Cette représentation est déterminée en représentant la phase ($\varphi = \arg H(j\omega)$) en fonction de $\log(\omega)$

Méthode :

1. Remplacer dans l'expression de la fonction de transfert « p » par « $j\omega$ »
2. Calculer $\tan \varphi$ à l'aide de la relation : $\tan\{\arg(a + jb)\} = \frac{b}{a}$
3. Trouver l'intervalle dans lequel varie l'angle φ . Pour cela, on étudie le signe de $\cos \varphi$ et de $\sin \varphi$, en effet :

$$\begin{cases} \cos(\arg(a + jb)) = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + b^2)}} \Rightarrow \text{signe}(\cos \varphi) = \text{signe}(a) \\ \sin(\arg(a + jb)) = \frac{b}{\sqrt{(a^2 + b^2)}} \Rightarrow \text{signe}(\sin \varphi) = \text{signe}(b) \end{cases}$$

4. Déterminer les variations de la fonction $\tan \varphi$ en s'aidant des asymptotes correspondant à :
$$\begin{cases} \omega \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$
5. Tracer la courbe ($\varphi = \arg H(j\omega)$)

Remarques :



- 1) Dans le cas où la fonction de transfert s'écrit sous la forme d'un produit : $H(j\omega) = A(j\omega)B(j\omega)$, on a alors, $20\log|H(j\omega)| = 20\log|A(j\omega)| + 20\log|B(j\omega)|$ et $\arg H(j\omega) = \arg A(j\omega) + \arg B(j\omega)$, on peut déduire alors le diagramme de BODE de $H(j\omega)$ à partir des deux fonctions de transfert $A(j\omega)$ et $B(j\omega)$.
- 2) Dans le cas où la fonction de transfert s'écrit sous la forme d'un produit : $H(j\omega) = KA(j\omega)$, $K \in \mathfrak{R}$, Le diagramme de BODE : le gain, est trouvé en représentant celui de $A(j\omega)$ et en faisant une translation de $20\log K$. Pour le diagramme de BODE : la phase, le diagramme reste inchangé.

Méthode pratique pour les tracées asymptotique des lieux de Bode :

Règle 1 :

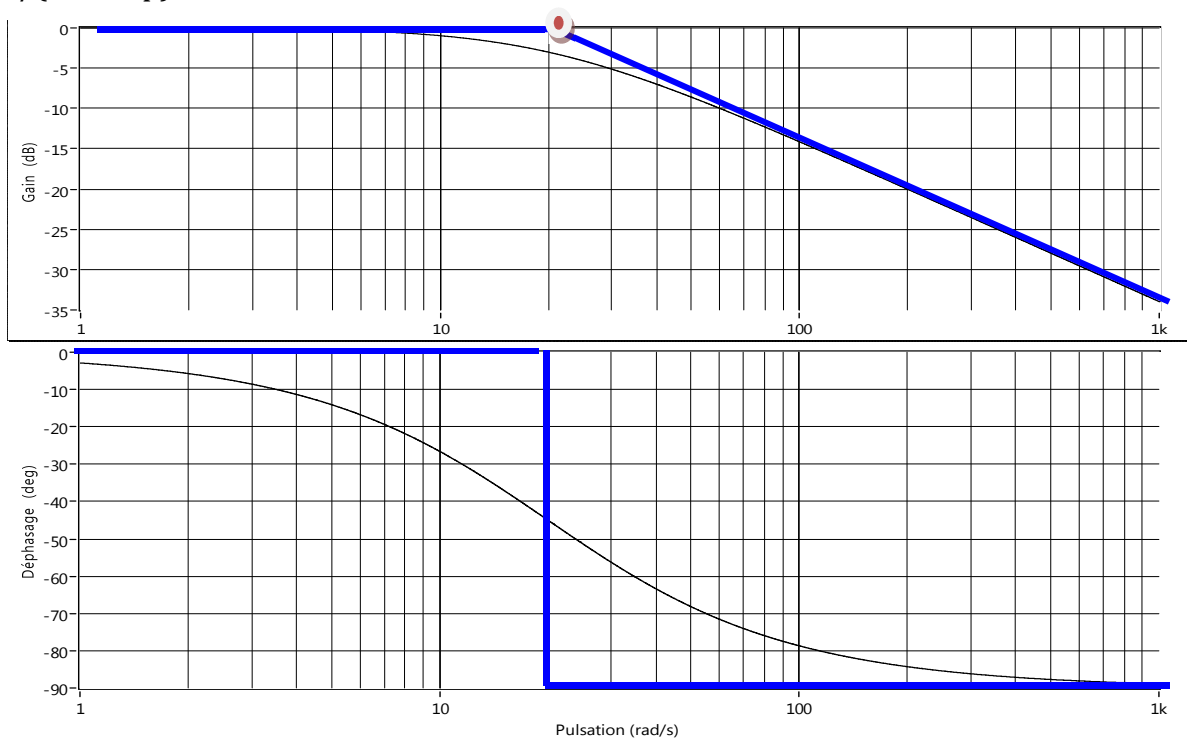
En présence d'un pôle réel soit p_i , quand ω croît le tracé asymptotique du gain subit une variation de pente de -20dB par décade dès que l'on rencontre $|p_i|$. En même temps le tracé asymptotique de phase décroît de 90° si le pôle est négatif et croît de la même quantité dans le cas contraire.

Règle 2 :

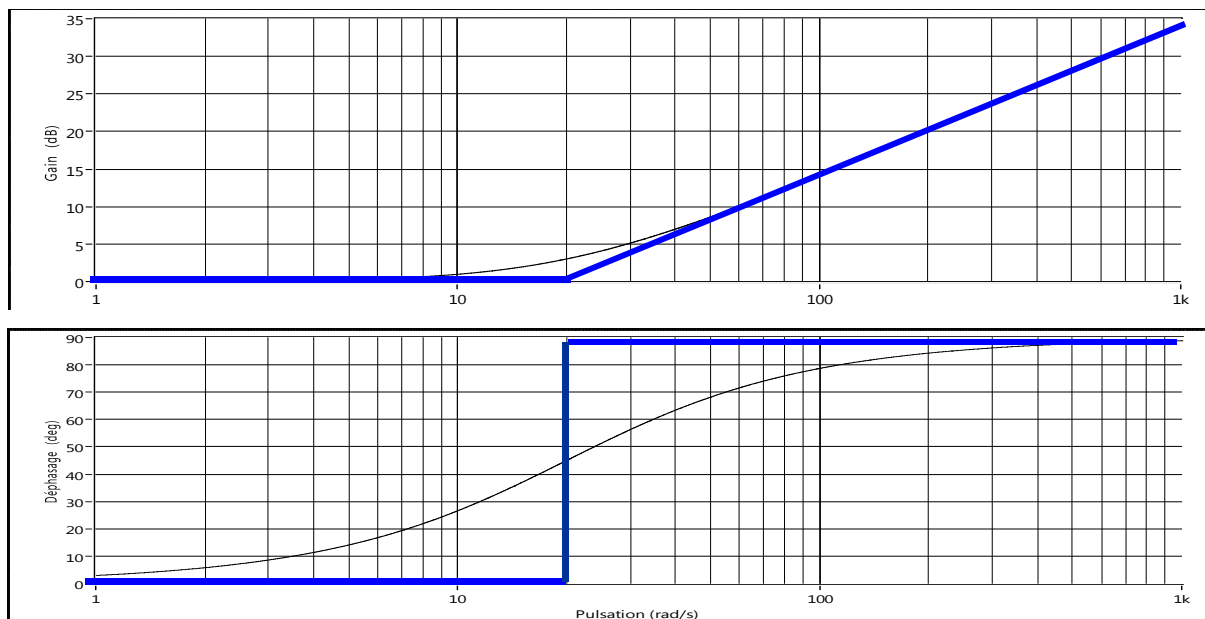
En présence d'un zéro réel soit z_i , quand ω croît le tracé asymptotique du gain subit une variation de pente de $+20\text{dB}$ par décade dès que l'on rencontre $|z_i|$. En même temps le tracé asymptotique de phase croît de 90° si le zéro est négatif et décroît de la même quantité dans le cas contraire.

Exemples :

$$H(p) = 1/(1+0,05p)$$



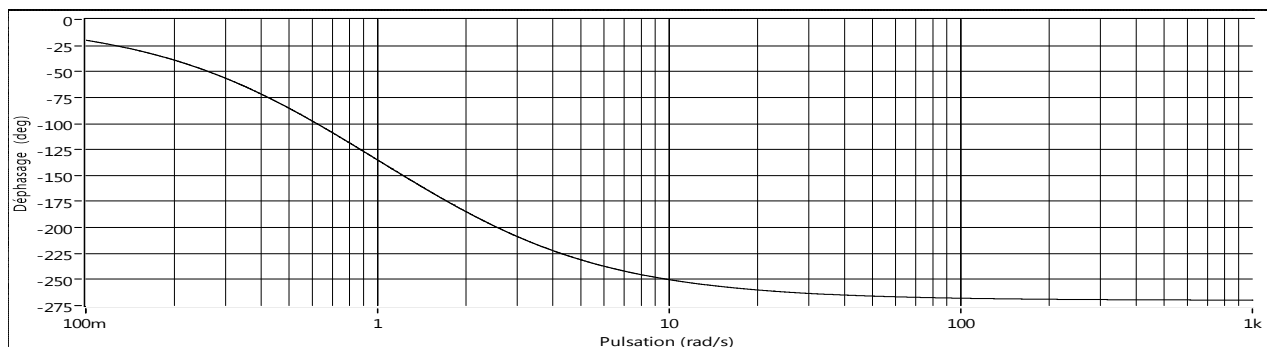
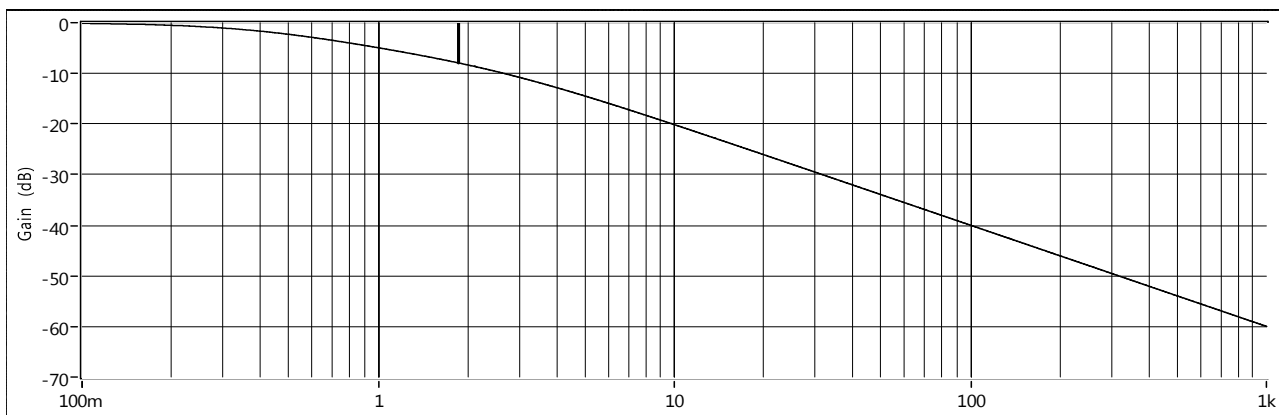
$$H(p)=1+0,05p$$



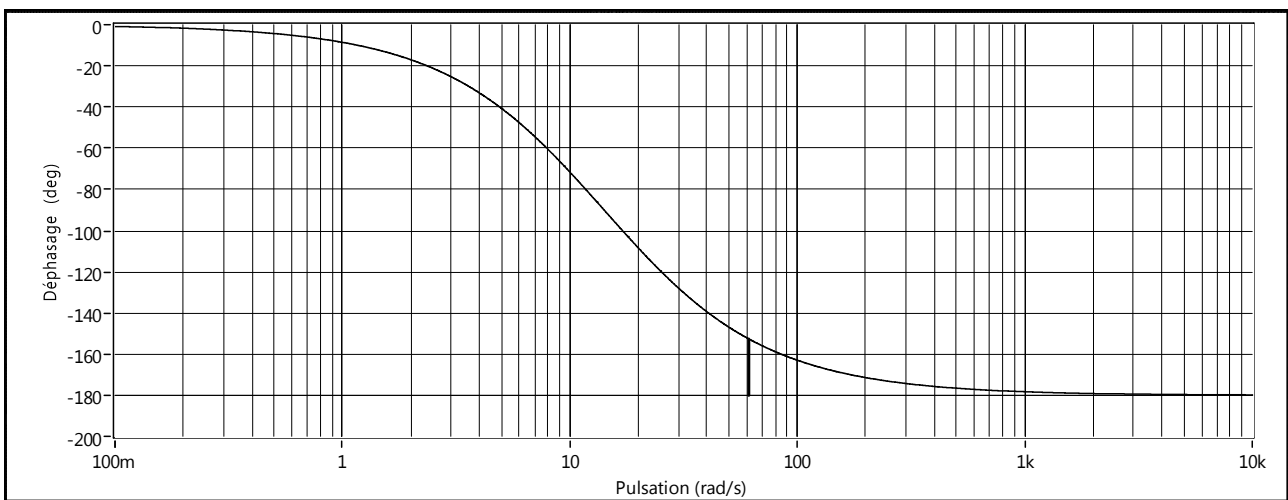
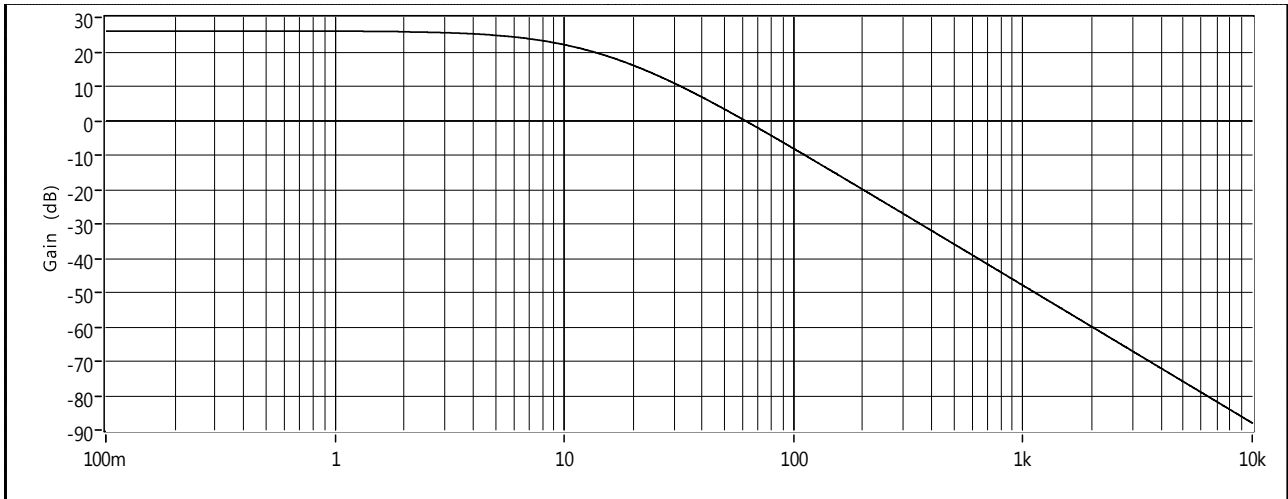
Exercices :

On donne ci-dessous les tracés réels pour 6 fonctions de transfert. On demande d'effectuer les tracés asymptotiques pour chacune en indiquant les pentes, les pulsations de coupures et les valeurs caractéristiques du gain.

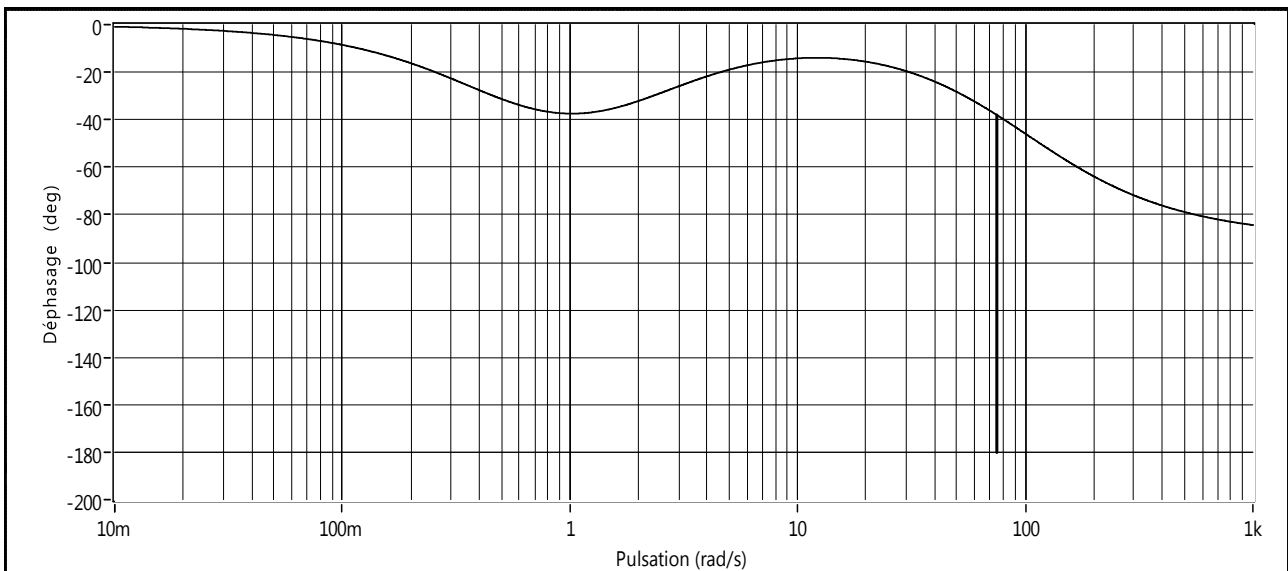
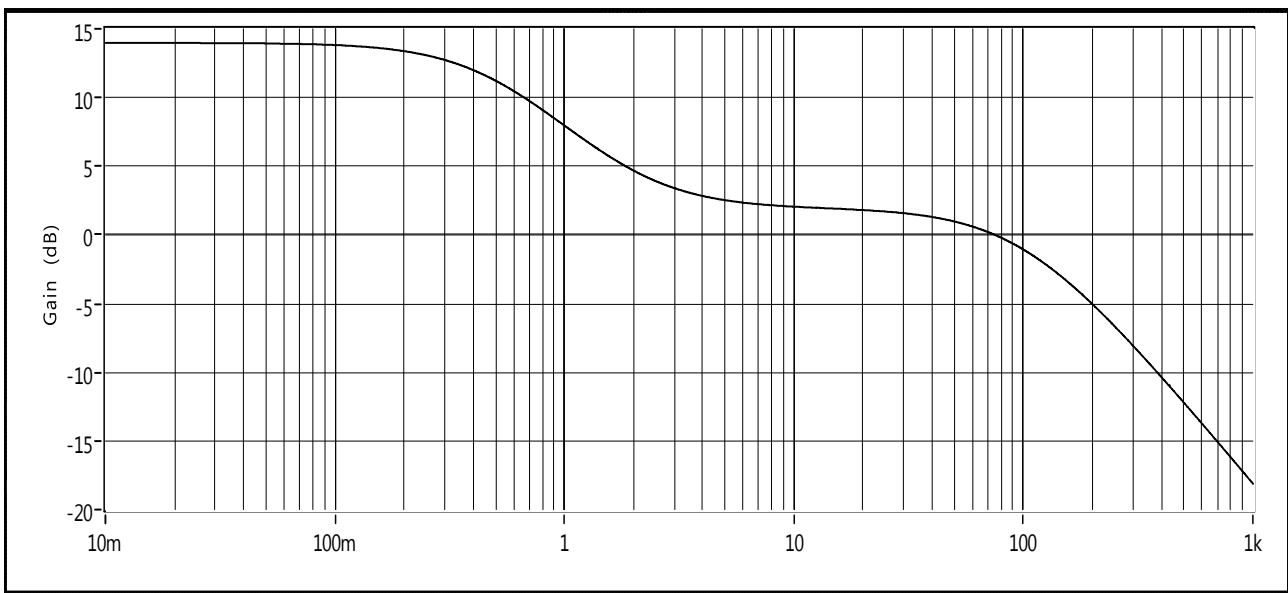
$$H(p) = \frac{1 - p}{(1 + 0,5p)(1 + 2p)}$$



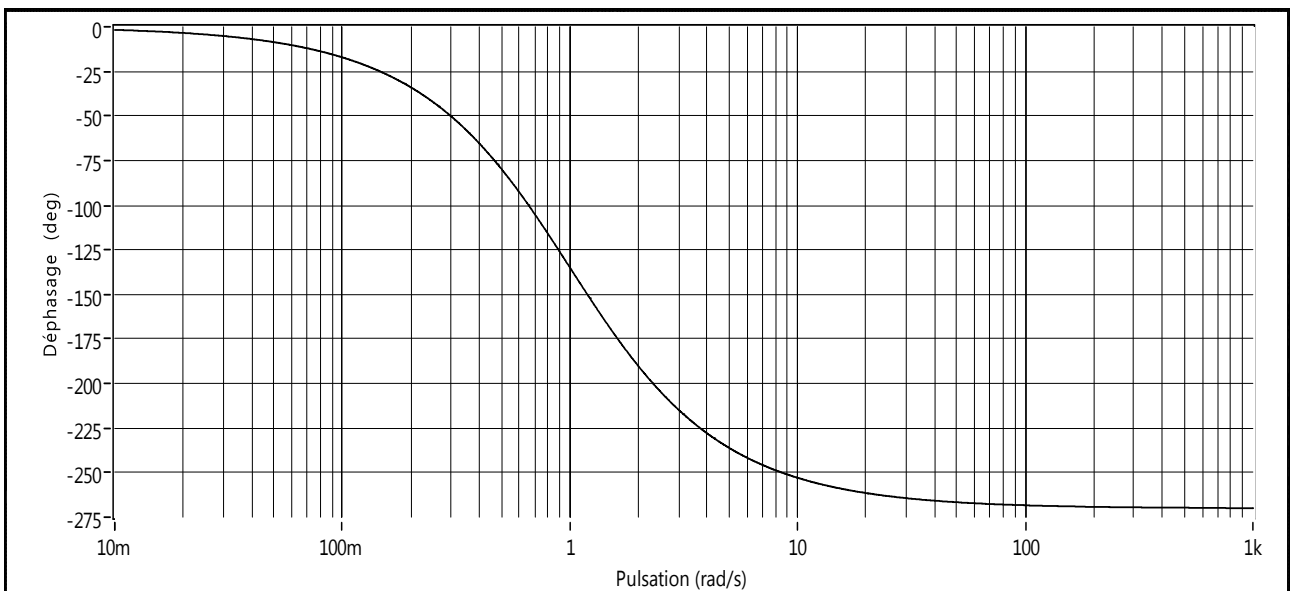
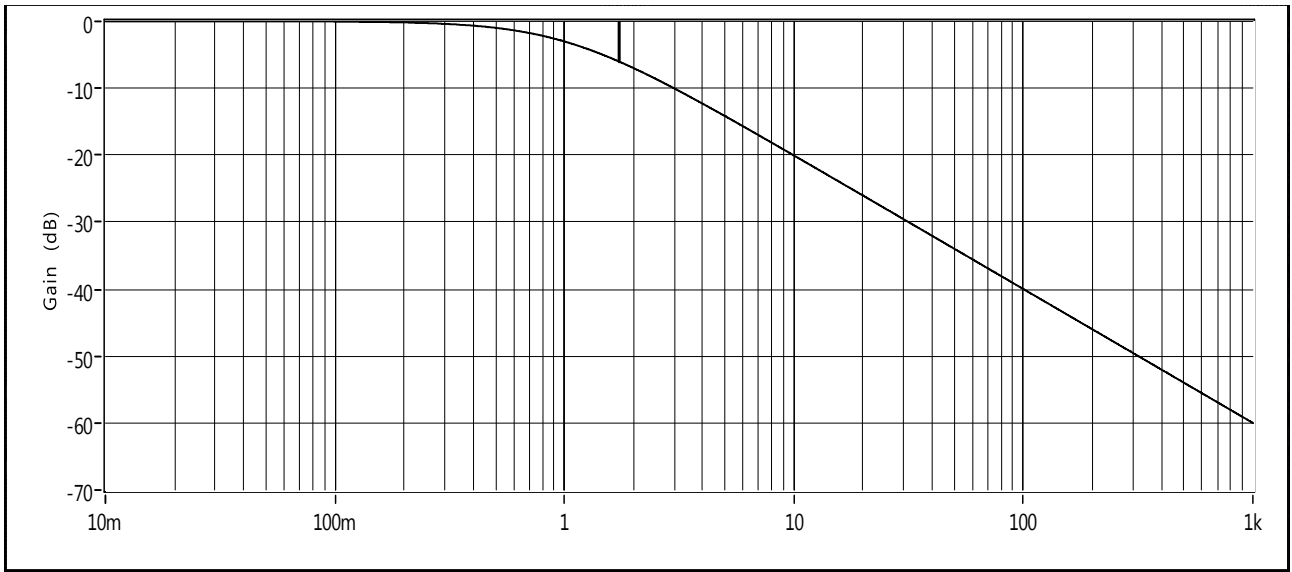
$$H(p) = \frac{20}{(1 + 0,1p)(1 + 0,05p)}$$



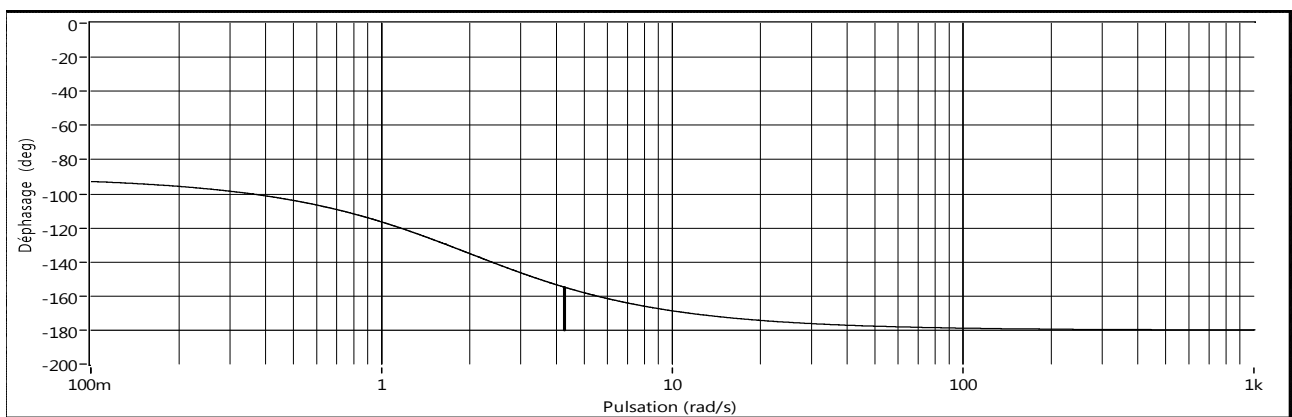
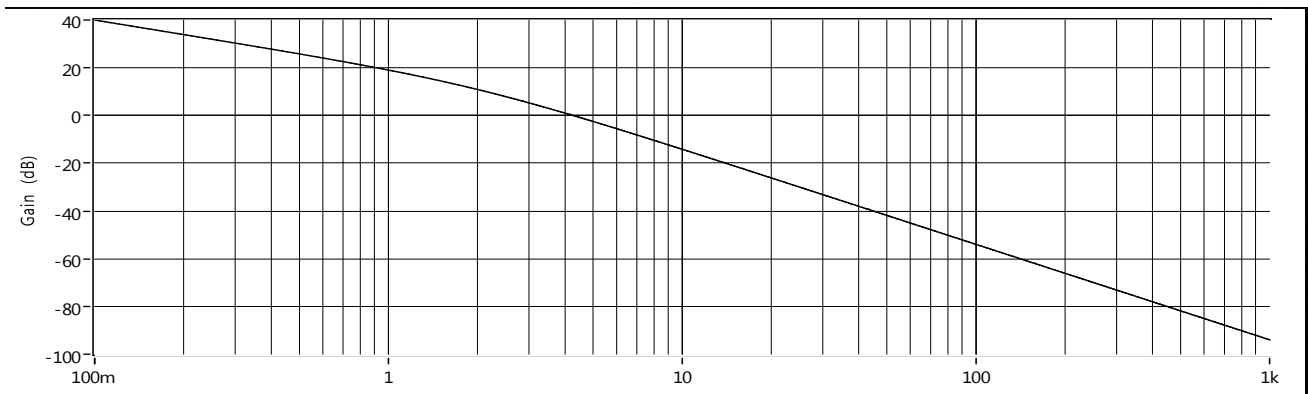
$$H(p) = \frac{5(1 + 0,5p)}{(1 + 2p)(1 + 0,01p)}$$



$$H(p) = \frac{(1 - p)}{(1 + p)^2}$$

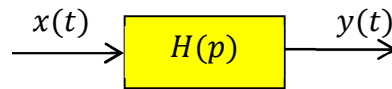


$$H(p) = \frac{10}{p(1 + 0,5p)}$$



Identification expérimentale de la fonction de transfert des systèmes

Système de premier ordre



Un système est dit de premier ordre si la relation entre son entrée et sa sortie est une équation différentielle du premier ordre.

$$y(t) + \tau \dot{y}(t) = Kx(t)$$

- K : Gain statique ;
- τ : Constante de temps du système

La fonction de transfert d'un système du premier ordre est de la forme :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau p)}$$

Identification temporelle :

Généralement, l'identification d'un système est expérimentale. L'identification temporelle veut dire identifier le système à partir de sa réponse en fonction du temps.

Prenons l'exemple d'un four électrique. En appliquant en entrée un échelon de température θ_c et en mesurant instantanément la température à l'intérieur du four à l'aide d'un thermocouple, on arrivera à déterminer la réponse indicielle. Dans ce cas, la réponse du four est une réponse temporelle dite indicielle et est déterminée expérimentalement.

Réponse indicielle :

Une réponse est dite indicielle si l'entrée est de type échelon.

Soit $x(t) = au(t)$ l'entrée du système.

$$X(p) = L(x(t)) = \frac{a}{p}$$

$$Y(p) = H(p)X(p) = \frac{K}{(1+\tau p)} \frac{a}{p} = Ka \left(\frac{1}{p} - \frac{\tau}{(1+\tau p)} \right)$$

$$\text{D'où : } y(t) = Ka \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right), \text{ On a : } \begin{cases} y(0) = 0 \\ y(\infty) = Ka \end{cases}$$

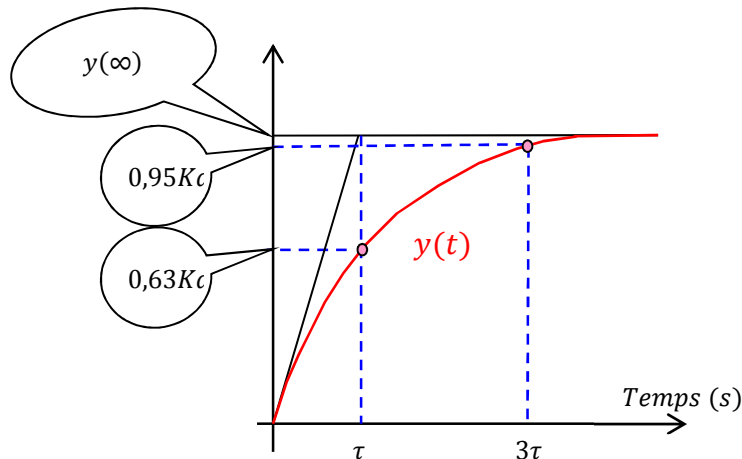
On note $t_{r5\%}$: Le temps de réponse à 5%, c'est-à-dire, le temps nécessaire pour atteindre 95% de la valeur finale ($y(\infty) = Ka$). Soit :



$$y(t_{r5\%}) = 0,95Ka = Ka(1 - \exp(-t_{r5\%}/\tau)) \rightarrow t_{r5\%} = -\tau \ln 0.05 \approx 3\tau$$

$$\text{Soit encore : } y(\tau) = Ka(1 - \exp(-1)) = 0,63Ka$$

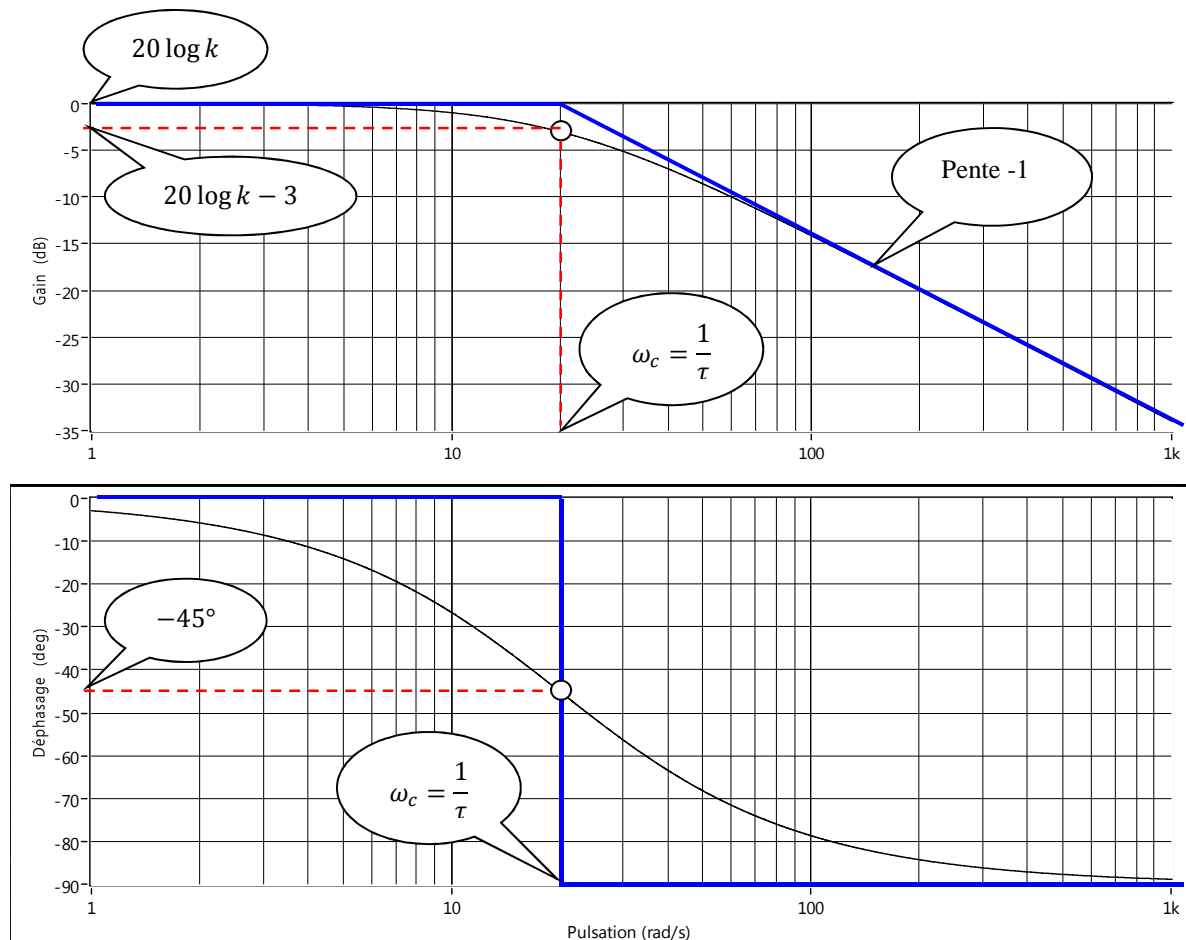
La figure suivante représente la réponse indicielle d'un système de premier ordre.



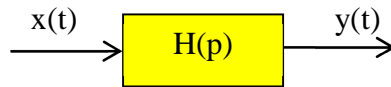
Identification harmonique (fréquentielle) :

Généralement l'identification est expérimentale suite à une série de mesures du gain et de déphasage pour plusieurs valeurs de fréquence $f(Hz)$ (pulsation $\omega(rad/s)$).

Pour un système de premier ordre, la fonction de transfert est de la forme : $H(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}$



Système de second ordre



Un système est dit du second ordre si la relation entre son entrée et sa sortie est une équation différentielle du second ordre.

$$\ddot{y}(t) + 2m\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2y(t) = k\omega_0^2x(t)$$

Avec :

- k : gain statique (rapport des unités sortie/entrée)
- m : coefficient d'amortissement (sans unité)
- ω_0 : Pulsation propre non amortie en rad/s

La fonction de transfert d'un système du second ordre est de la forme :

$$H(p) = \frac{k}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

NB : Pour le système de second ordre, seulement la réponse indicielle et la réponse harmonique sont étudiées.

Réponse indicielle :

$$x(t) = au(t) \rightarrow X(p) = \frac{a}{p}$$

$$Y(p) = H(p)X(p) = \frac{ka}{p\left(1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$$

Trois cas sont à considérés en fonction du signe du discriminant (réduit) de $\left(1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)$.

$$\Delta' = \frac{1}{\omega_0^2}(m^2 - 1)$$

<ul style="list-style-type: none"> • $\Delta' > 0 \rightarrow m > 1 \rightarrow$ C'est le régime aperiodique sans dépassement ; • $\Delta' = 0 \rightarrow m = 1 \rightarrow$ C'est le régime critique sans dépassement ; • $\Delta' < 0 \rightarrow m < 1 \rightarrow$ C'est le régime pseudoperiodique avec dépassement ; 	
Classement -ent mathém	Classement physique des systèmes de second ordre



Régime apériodique sans dépassement : $m > 1$

Soient p_1 et p_2 , les racines de $\left(1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)$.

$$\begin{cases} p_1 = \omega_0(-m - \sqrt{m^2 - 1}) \\ p_2 = \omega_0(-m + \sqrt{m^2 - 1}) \end{cases}$$

D'où : $1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} = \frac{1}{\omega_0^2} (p - p_1)(p - p_2)$

La fonction de transfert $H(p)$ peut être représentée par :

$$H(p) = \frac{k}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{k}{\frac{1}{\omega_0^2} (p - p_1)(p - p_2)} = \frac{k}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

Avec :

$$\begin{cases} \tau_1 = -\frac{1}{p_1} \\ \tau_2 = -\frac{1}{p_2} \\ \tau_1 \tau_2 = \frac{1}{\omega_0^2} \end{cases}$$

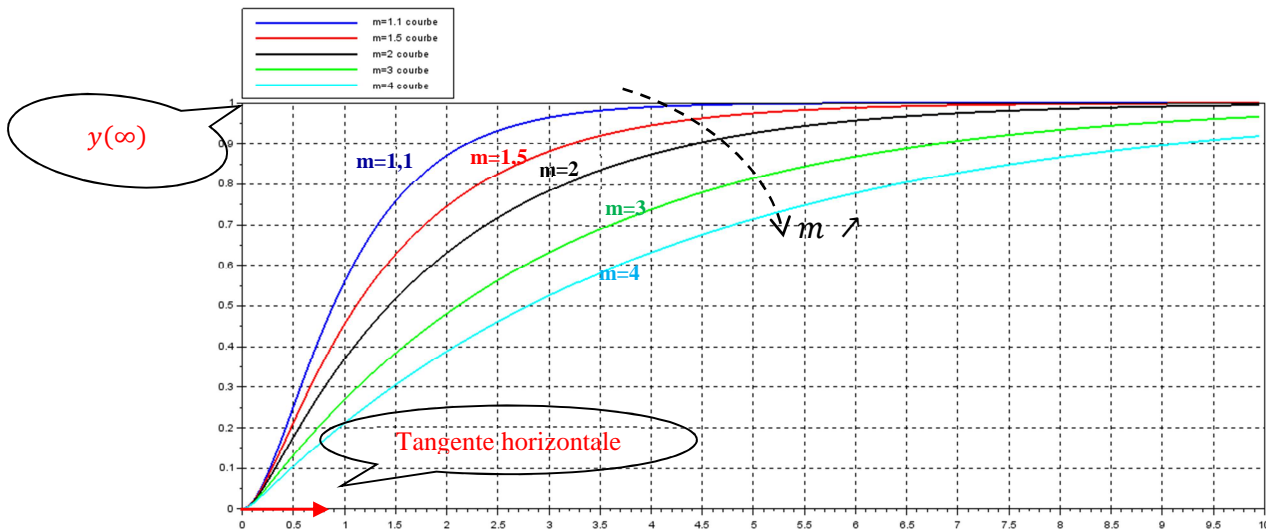
$$Y(p) = H(p)X(p) = \frac{ka}{p\left(1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)} = \frac{ka}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

$$Y(p) = ka \left(\frac{1}{p} + \frac{\tau_1^2}{(\tau_2 - \tau_1)(1 + \tau_1 p)} + \frac{\tau_2^2}{(\tau_1 - \tau_2)(1 + \tau_2 p)} \right)$$

Soit finalement :

$$y(t) = \frac{ka}{(\tau_1 - \tau_2)} \left(\tau_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) - \tau_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) \right)$$

La figure suivante représente la réponse indicielle pour $m=1.1, 1.5, 2, 3$ et 4 .



Régime critique sans dépassement : m=1

Le polynôme $\left(1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)$ possède une racine double : $p_0 = -\omega_0$.

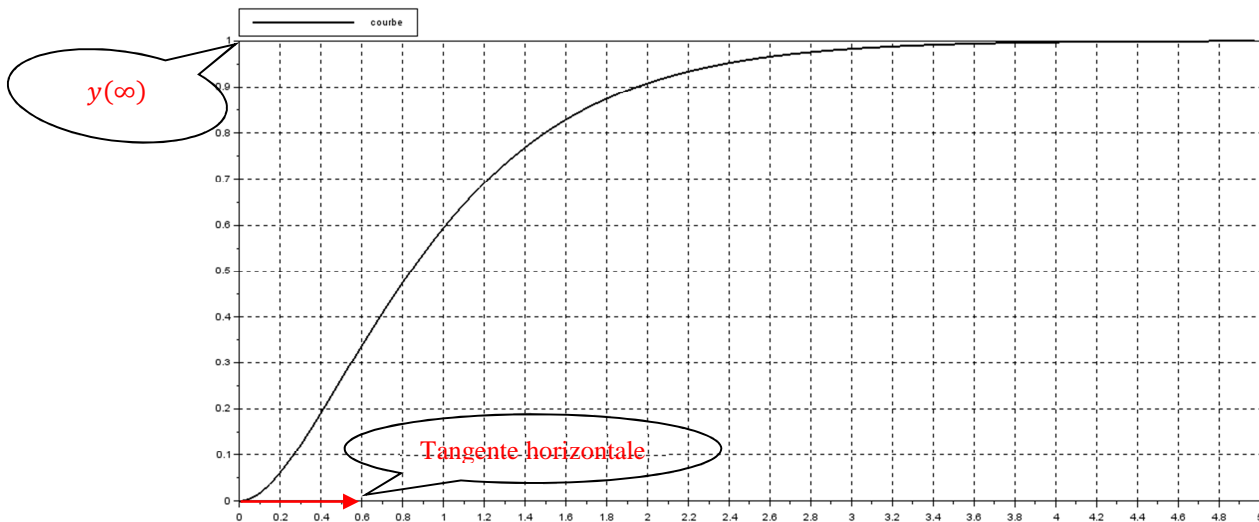
$$\text{Soit } \tau_0 = \frac{-1}{p_0} = \frac{1}{\omega_0}$$

$$\text{D'où : } H(p) = \frac{k}{(1+\tau_0 p)^2}$$

$$Y(p) = \frac{ka}{p(1+\tau_0 p)^2} = ka \left(\frac{1}{p} - \frac{\tau_0}{(1+\tau_0 p)^2} - \frac{\tau_0}{1+\tau_0 p} \right)$$

$$\text{D'où : } y(t) = ka \left(1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right)$$

La figure suivante représente la réponse indicielle pour m=1.



Régime pseudopériodique avec dépassement : m<1

Le polynôme $\left(1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)$ possède deux racines complexes conjuguées p_1 et p_2 tel que :

$$\begin{cases} p_1 = \omega_0 \left(-m - j\sqrt{1-m^2} \right) \\ p_2 = \omega_0 \left(-m + j\sqrt{1-m^2} \right) \end{cases}$$

La réponse du système est donnée par l'équation suivante :

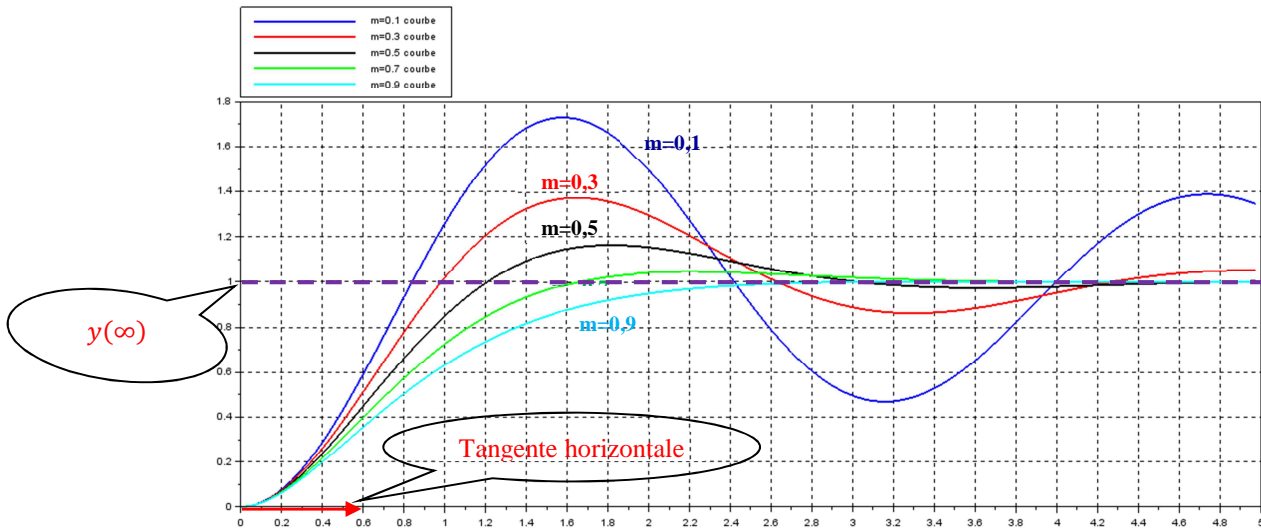
$$y(t) = ka \left(1 - \frac{e^{-m\omega_0 t}}{\sqrt{1-m^2}} \sin(\omega t + \varphi) \right)$$

Avec :

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \sqrt{1-m^2} \\ \varphi = \text{atan} \frac{\sqrt{1-m^2}}{m} \end{cases}$$

La figure suivante représente la réponse indicielle pour m= 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 et 0.9





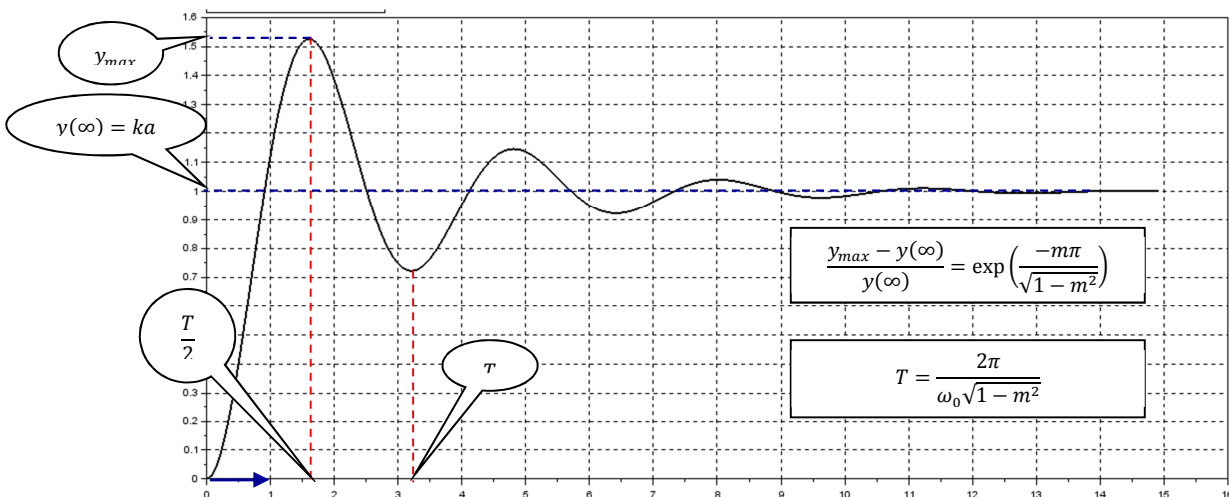
Remarques :

- La sortie est une sinusoïde amortie de pseudo pulsation $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$;
- La pseudo-période est donnée par l'équation suivante : $T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - m^2}}$;
- Le dépassement pourcent est donné par l'équation suivante :

$$D(\%) = 100 \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} = 100 \frac{y(\frac{T}{2}) - y(\infty)}{y(\infty)} = 100 \exp\left(\frac{-m\pi}{\sqrt{1 - m^2}}\right) ;$$

- L'équation du dépassement $D(\%)$ permet de déduire la valeur du coefficient d'amortissement m .
- L'équation de la pseudo-période permet de déterminer la valeur de la pulsation propre ω_0 ;
- La valeur $y(\infty) = ka$ permet de déduire la valeur du gain k

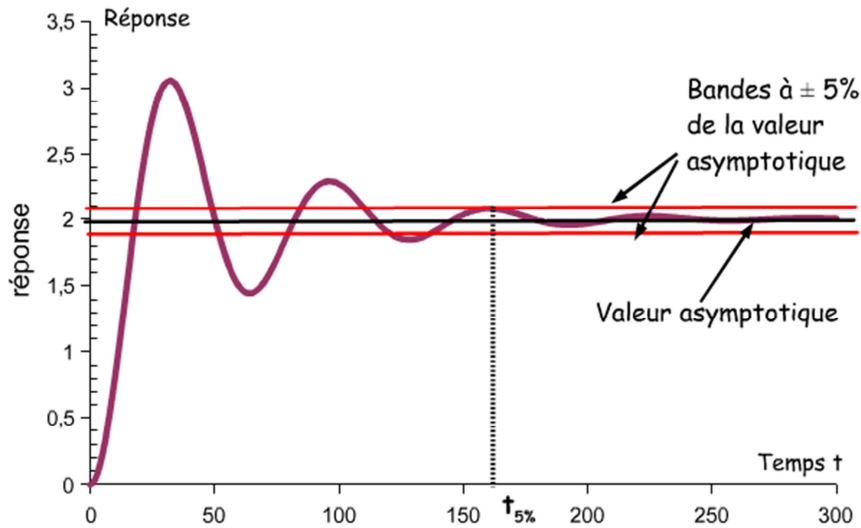
La figure suivante donne une idée plus claire sur l'identification du système de second ordre si $m < 1$.



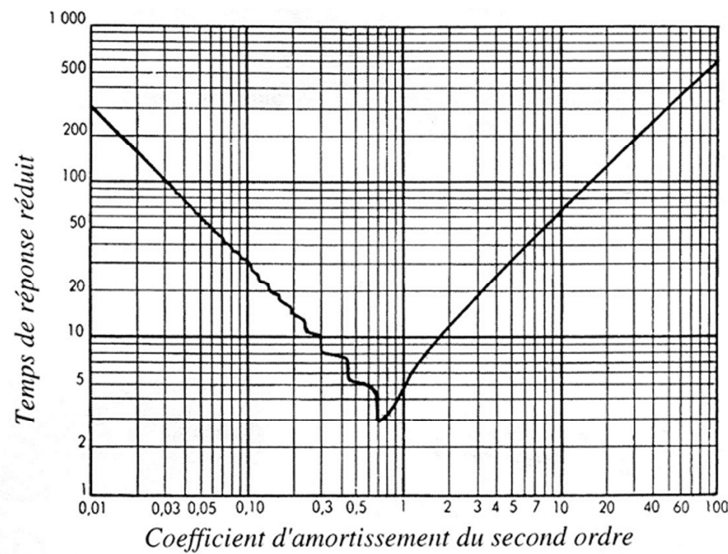
Rapidité d'un système de second ordre

La rapidité caractérise le temps de réaction d'un système à une variation de la consigne. Elle est caractérisée par le temps de réponse à 5%.





- Pour un second ordre, $t_{r5\%}$ est déterminé à partir de l'abaque du temps de réponse suivant :



Temps de réponse réduit = $\omega_0 t_{r5\%}$

Réponse harmonique

La fonction de transfert d'un système de second ordre est donnée par : $H(p) = \frac{k}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

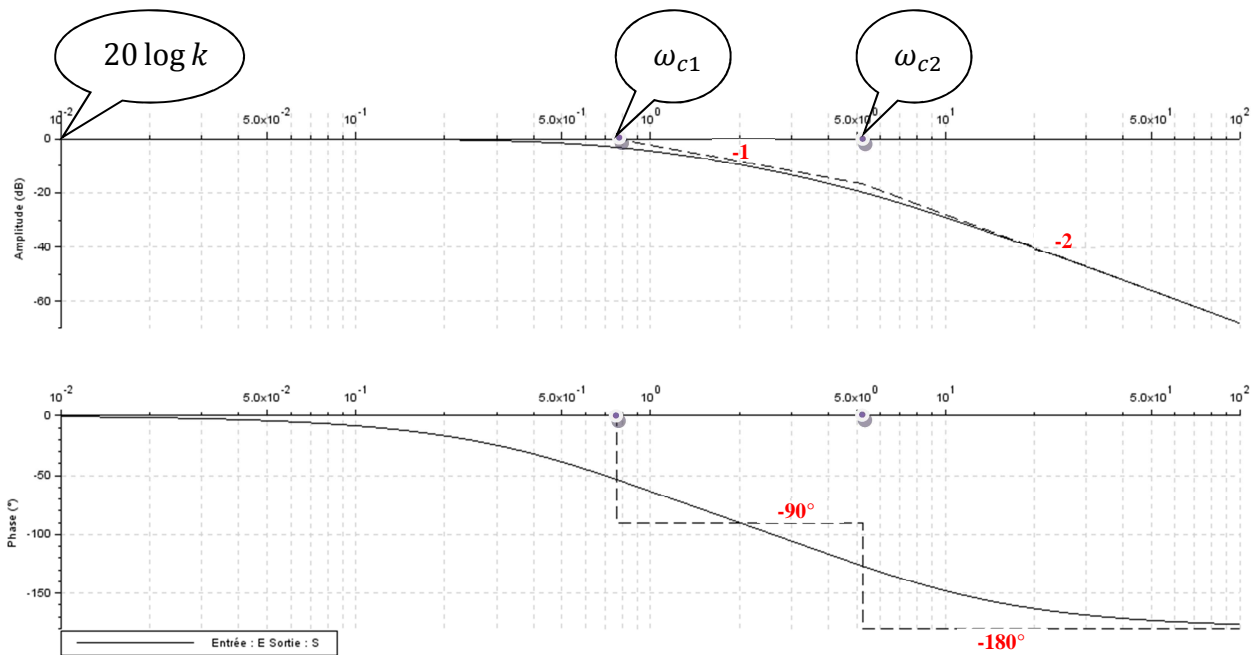
- Si $m > 1$, $H(p) = \frac{k}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$ Avec :
$$\begin{cases} \tau_1 = -\frac{1}{p_1} \\ \tau_2 = -\frac{1}{p_2} \\ \tau_1 \tau_2 = \frac{1}{\omega_0^2} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} p_1 = \omega_0(-m - \sqrt{m^2 - 1}) \\ p_2 = \omega_0(-m + \sqrt{m^2 - 1}) \end{cases}$$

La figure suivante représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert pour $m > 1$

Si $\tau_1 < \tau_2 \rightarrow \frac{1}{\tau_1} > \frac{1}{\tau_2}$.

Deux pulsations de coupure : $\omega_{c1} = \frac{1}{\tau_2}$ et $\omega_{c2} = \frac{1}{\tau_1}$

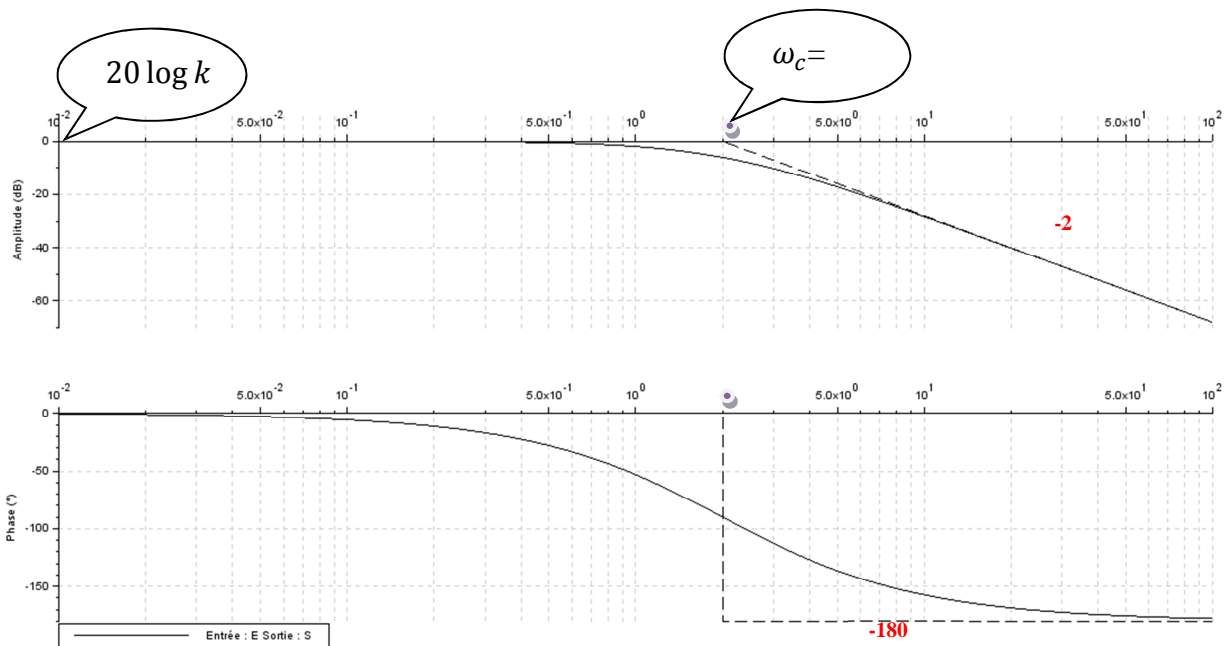




- Si $m = 1$, $H(p) = \frac{k}{(1+\tau_0 p)^2}$ avec $\tau_0 = \frac{1}{\omega_0}$

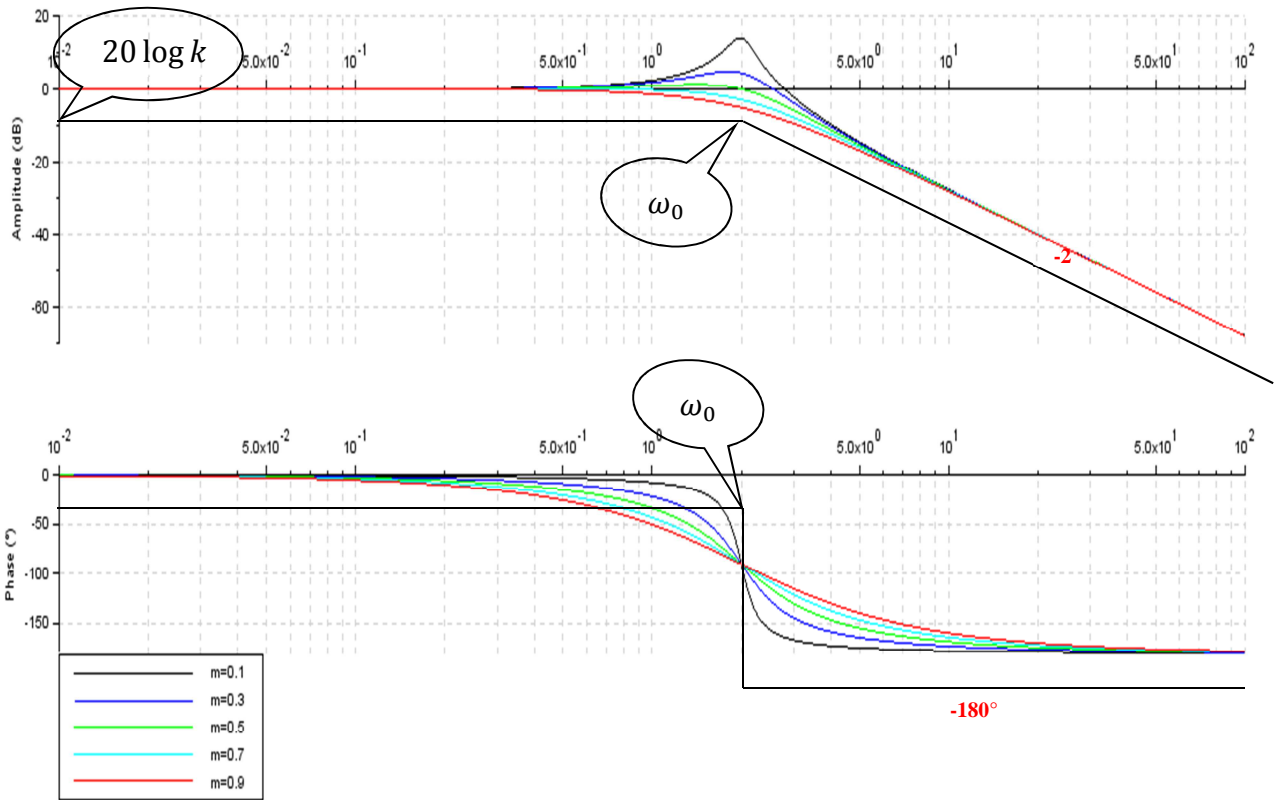
La figure suivante représente le diagramme de Bode pour $m = 1$.

Une seule pulsation de coupure $\omega_c = \omega_0$



- Si $0 < m < 1$, $H(p)$ possède deux pôles complexes conjugués :
$$\begin{cases} p_1 = \omega_0(-m - j\sqrt{1-m^2}) \\ p_2 = \omega_0(-m + j\sqrt{1-m^2}) \end{cases}$$

- ✓ La figure suivante représente le diagramme de bode pour $m = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ et 0.9 ;
- ✓ On remarque que le tracé réel du gain est en dessous de l'asymptote pour $m = 0.7$ et 0.9 ;
- ✓ On remarque que le tracé réel passe par un maximum pour $m = 0.1, 0.3$ et 0.5 . Cela veut dire qu'il existe une pulsation de résonance pour ces valeurs de m ;



Comment déterminer la pulsation de résonance ?

$$H(j\omega) = \frac{k}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{2jm\omega}{\omega_0}}$$

Posons $u = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite ;

$$H(ju) = \frac{k}{1 - u^2 + 2jmu} = \frac{k(1 - u^2 - 2jmu)}{(1 - u^2)^2 + 4m^2u^2}$$

Pour la pulsation de résonance, le gain passe par un maximum c-à-d $|H(ju)|$ passe par un maximum ou encore $|H(ju)|^2$ passe par un maximum.

$$|H(ju)|^2 = \frac{k^2(1 - u^2)^2 + 4k^2m^2u^2}{((1 - u^2)^2 + 4m^2u^2)^2} \rightarrow \frac{d|H(ju)|^2}{du} = 0 \rightarrow u = \sqrt{1 - 2m^2} \rightarrow \omega_r = \omega_0\sqrt{1 - 2m^2}$$

- Il est à noter que la pulsation de résonance est définie pour $1 - 2m^2 > 0 \rightarrow m < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$

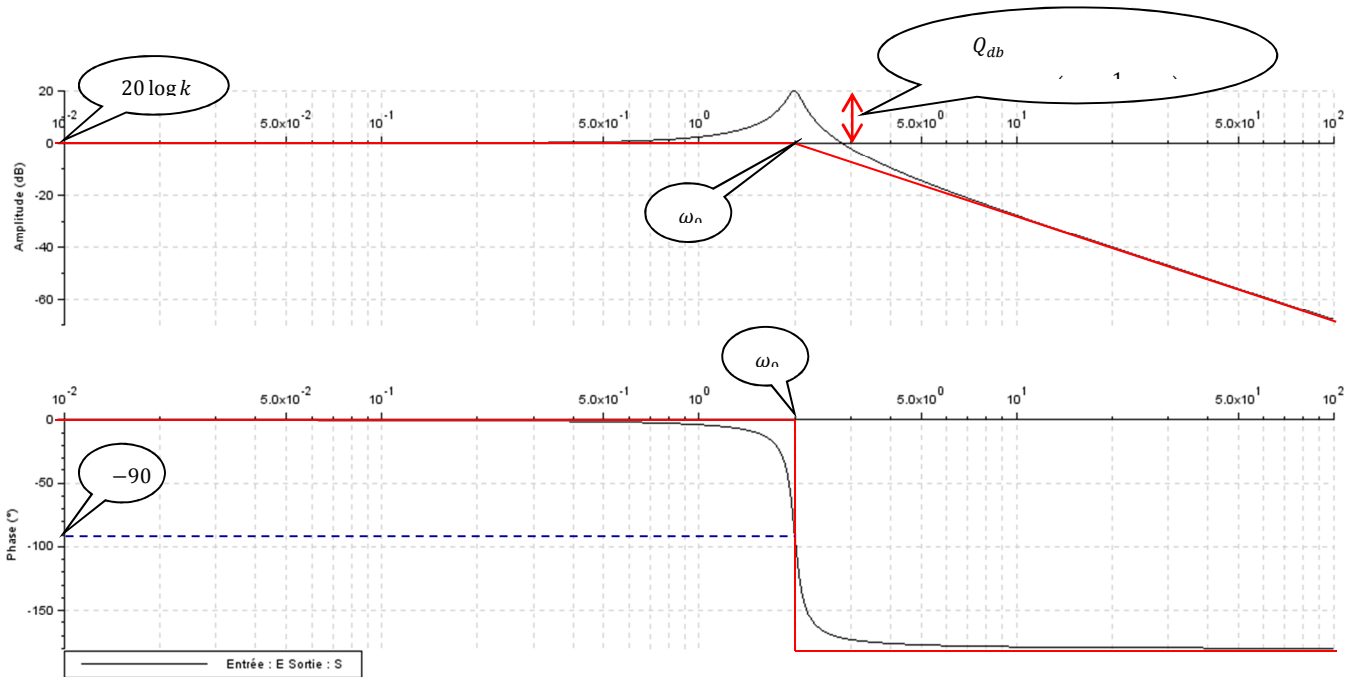
Le facteur de surtension est défini par :

$$Q = \frac{|H(j\omega_r)|}{|H(0)|} = \frac{1}{2m\sqrt{1 - m^2}} \rightarrow Q_{db} = 20 \log|H(j\omega_r)| - 20 \log k$$

Le facteur de surtension Q permet de déterminer la valeur du coefficient d'amortissement m .

La figure suivante donne une idée plus claire sur l'identification d'un système de second ordre avec $m < 0,707$.



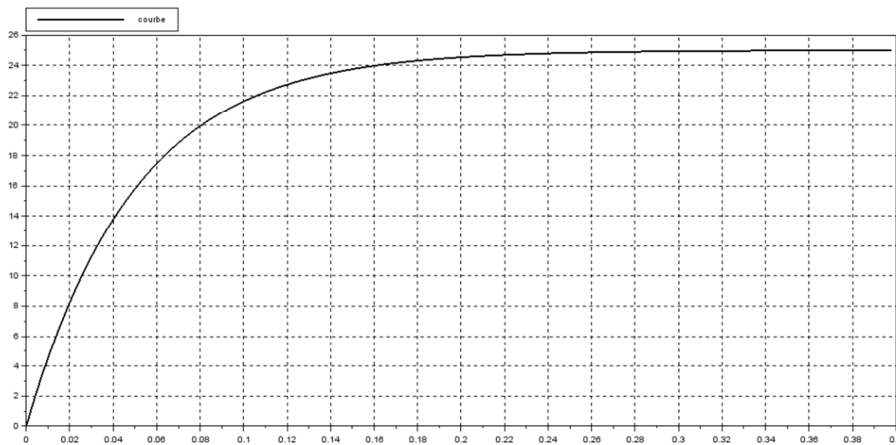


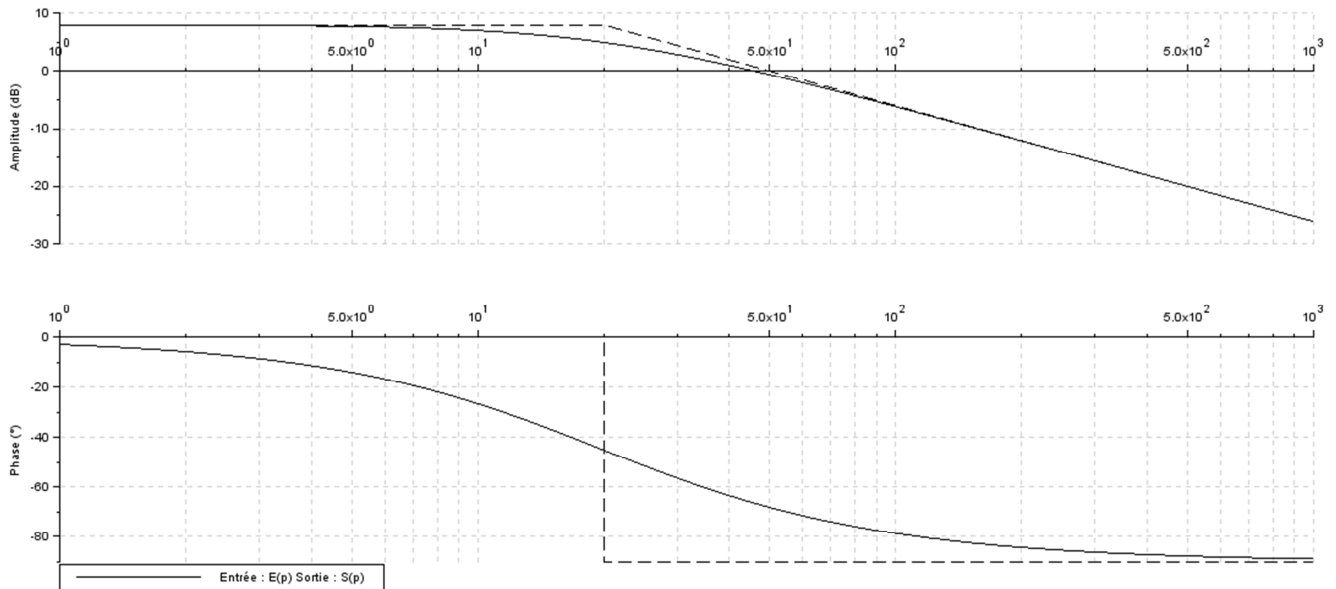
Exercices :

Exercice 1

On donne ci-dessous 2 types de réponses d'un même système.

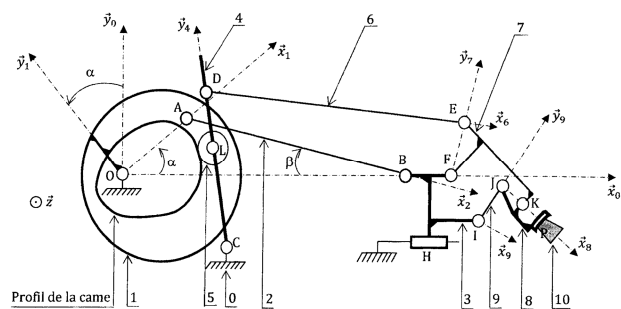
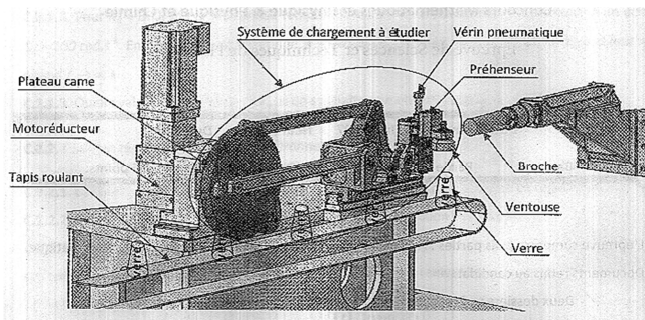
1. Indiquer l'ordre du système étudié ;
2. Déterminer la constante de temps τ ;
3. Déterminer la valeur du gain statique ;





Exercice 2 : extrait du concours tunisien 2007

Le plateau came est entraîné en rotation à travers un réducteur par un moteur à courant continu.



En négligeant l'inductance et les différents frottements, le modèle de connaissance de ce moteur est décrit par les équations électromécaniques suivantes :

$$\begin{cases} e(t) = u(t) - Ri(t) \\ e(t) = k_e \omega(t) \\ c_m(t) = k_t i(t) \\ c_m(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} \end{cases}$$

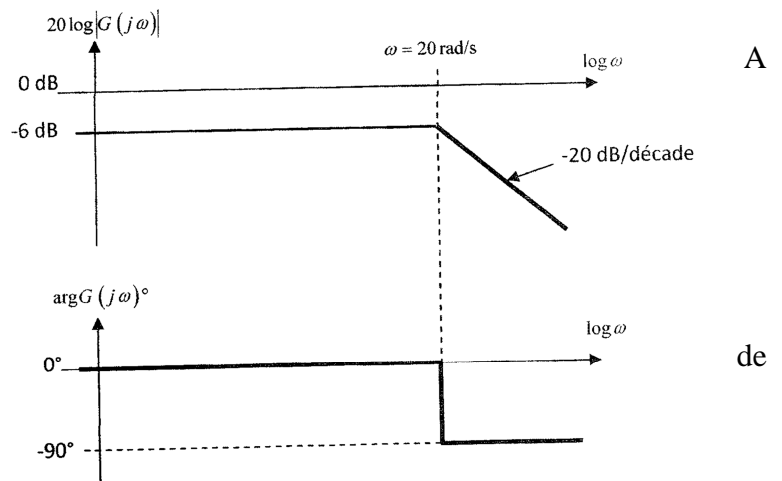
Avec :

- $e(t)$: La force électromotrice en V ;
- $u(t)$: La tension d'entrée en V ;
- $i(t)$: Le courant d'induit du moteur en A ;
- $\omega(t)$: La vitesse angulaire de l'arbre du moteur en rad/s ;
- $c_m(t)$: Le couple électromécanique délivré par le moteur en Nm ;
- R : La résistance de l'induit en Ω ;
- k_e : La constante de la force électromotrice en $V/\text{rad s}^{-1}$;

- k_t : La constante du couple électromécanique $m N A^{-1}$
 - J : Moment d'inertie équivalente rapportée sur l'arbre de sortie du moteur en $Kg m^2$;
1. Traduire les équations dans le domaine de Laplace sachant que les conditions initiales sont supposées nulles ;
 2. Proposer un schéma bloc modélisant le moteur sachant que l'entrée est $u(t)$ et la sortie est $\omega(t)$;
 3. Déterminer la fonction de transfert du moteur $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$;

Lors du fonctionnement de ce moteur en charge, on a relevé les diagrammes de bode. partir de ces courbes, on donne ci-après les diagrammes asymptotiques correspondants.

4. Identifier la fonction de transfert ;
5. Déterminer k_e et J sachant que $R = 3,4\Omega$ et $k_t = 0,85mNA^{-1}$
6. Tracer la réponse temporelle de ce moteur s'il est soumis à un échelon tension d'amplitude U_0 .



Exercice 3 :

Pour un système modélisé par la fonction de transfert suivante :

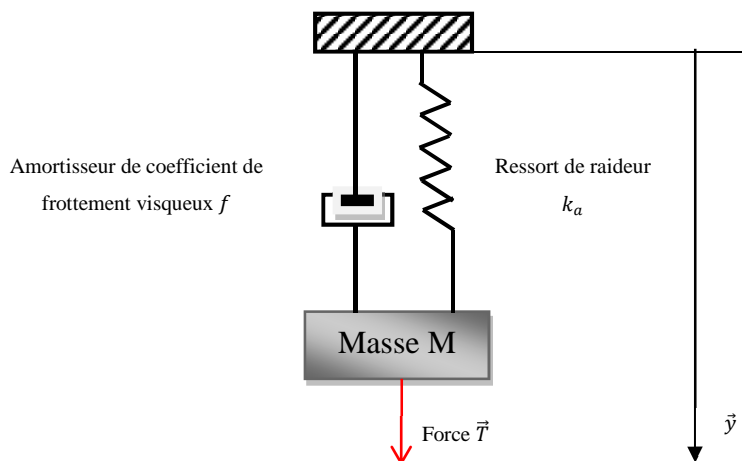
$$H(p) = \frac{2,5}{1 + 2p + 3p^2}$$

- Identifier le système et déterminer k, m et ω_0 ;
- Est-ce que la réponse indicielle présente un dépassement ;

Exercice 4 :

Une masse M est retenue au bâti par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux f et un ressort de raideur d'amortissement k_a . La masse est tirée vers le bas avec une tension \vec{T} .

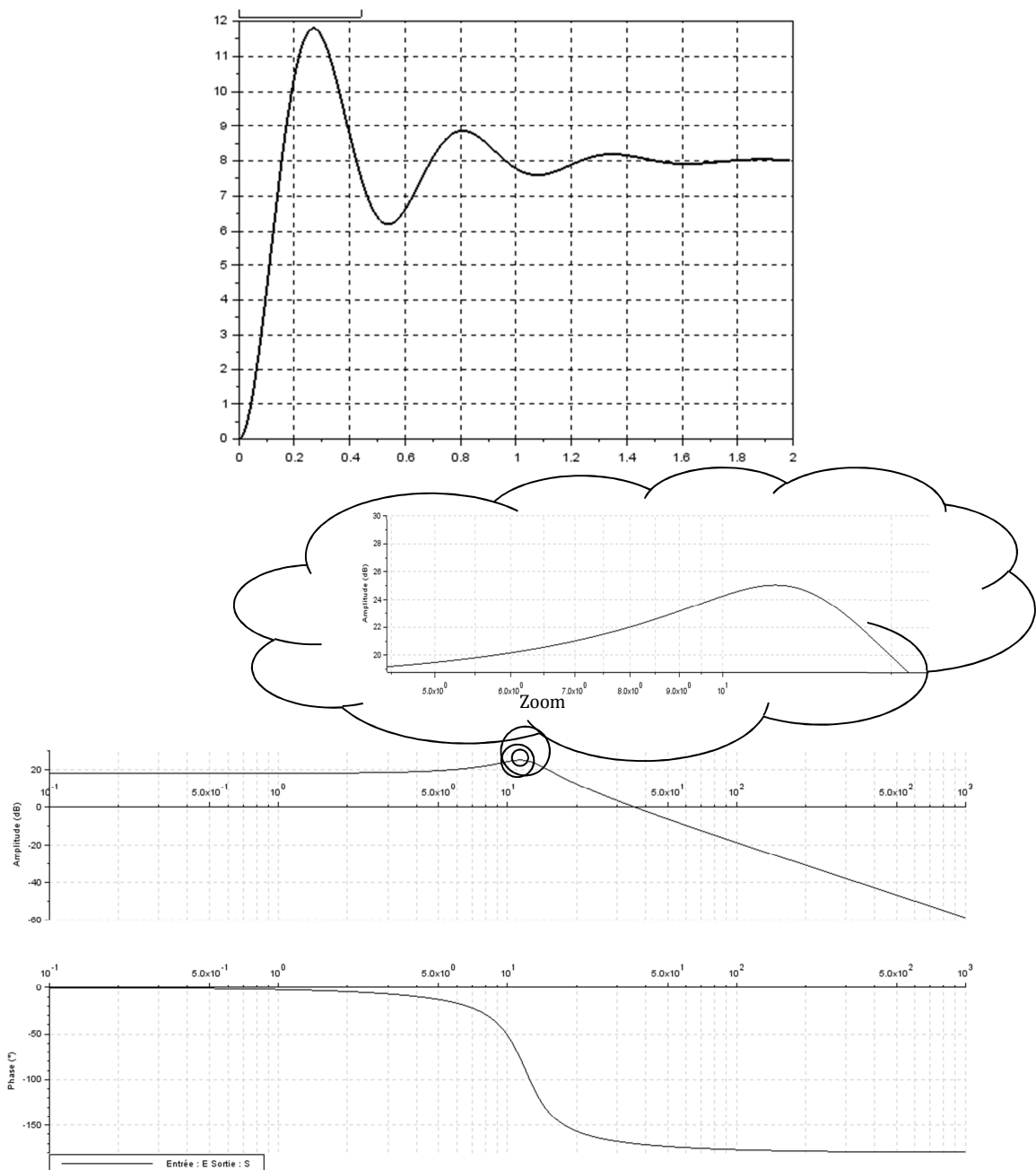
NB : On suppose négligeable l'action de la pesanteur



- En appliquant le PFD, déterminer l'équation différentielle qui régit le fonctionnement de ce système ;
- Traduire cette équation dans le domaine de Laplace. Déduire la fonction de transfert du système sachant que les conditions initiales sont supposées nulles ;
- Identifier le système (déterminer k , m et ω_0) ;
- Exprimer k_a en fonction des caractéristiques du système afin que le coefficient d'amortissement m soit égal à 0,7 ?

Exercice 5 :

On donne ci-dessous la réponse indicielle unitaire et le diagramme de bode du même système. Déterminer la fonction de transfert de ce système.



Sujets de synthèse

Sujet 1 :

Exercice :

On considère une impulsion $s(t)$ de largeur T et de hauteur A (figure suivante).

$$s(t) = 0 \text{ pour } t < 0 \text{ et pour } t > T$$

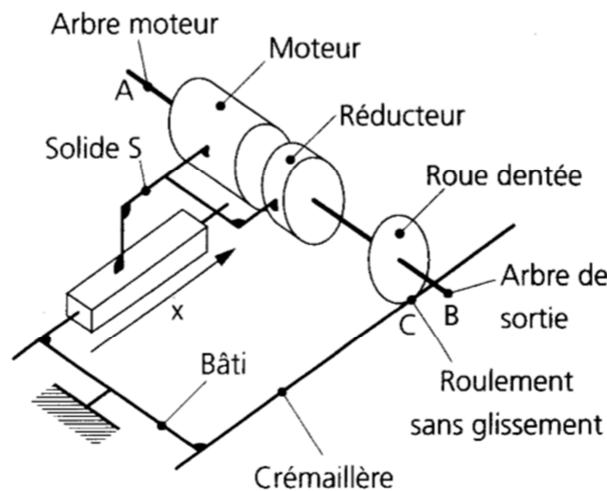
$$s(t) = A \text{ pour } 0 < t < T.$$

Calculer l'expression $S(p)$ de la transformée de Laplace de ce signal.



Problème de synthèse :

L'étude porte sur l'asservissement en position linéaire d'un solide S suivant l'axe \vec{x} par rapport au bâti. Le schéma cinématique suivant présente le mécanisme de mise en mouvement de S . Le solide S est lié au bâti par une liaison glissière d'axe \vec{x} . Le moteur est encastré dans le solide S . L'arbre moteur entraîne l'arbre de sortie au travers d'un réducteur de rapport r . L'arbre de sortie du réducteur est muni d'une roue dentée (de diamètre D), qui roule sans glisser sur une crémaillère encastrée dans le bâti.



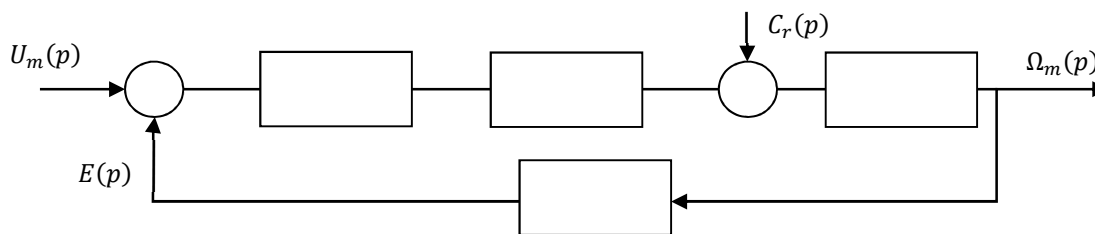
Les équations qui régissent le fonctionnement du moteur à courant continu à flux constant sont les suivantes :

- $e(t) = k_e \omega_m(t)$
- $c_m(t) = k_t i(t)$
- $c_m(t) - c_r(t) = k_d \omega_m(t) + J \frac{d\omega_m(t)}{dt}$
- $u_m(t) - e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$

Avec :



- $u_m(t)$: tension au borne de l'induit ;
 - $e(t)$: force électromotrice ;
 - $i(t)$: courant dans l'induit ;
 - $c_m(t)$: couple moteur ;
 - k_e : constante de force électromotrice ;
 - k_t : constante de couple électromagnétique ;
 - $c_r(t)$: couple résistant appliqué sur le moteur ;
 - k_d : constante du couple de frottement visqueux ;
 - J : moment d'inertie moteur ;
 - R : résistance de l'induit ;
 - $\omega_m(t)$: vitesse de rotation moteur ;
 - L : inductance de l'induit ;
3. Traduire les équations dans le domaine de Laplace sachant que les conditions initiales sont supposées nulles et compléter le schéma blocs suivant :



4. Déterminer $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ pour $C_r(p) = 0$;
5. Déterminer $H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$ pour $U(p) = 0$;
6. Exprimer la sortie $\Omega_m(p)$ en fonction des deux entrées $U_m(p)$ et $C_r(p)$

Dans la suite du problème, on suppose négligeable l'effet du couple résistant ($c_r(t) = 0$) et l'inductance de l'induit ($L = 0$).

7. Déterminer de nouveau la fonction de transfert du moteur $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ et la mettre sous la forme canonique d'un système de premier ordre $H_1(p) = \frac{k_m}{1+\tau_m p}$. Exprimer k_m et τ_m en fonction des caractéristiques du moteur.

Le moteur est alimenté par un modulateur. Le modulateur est commandé par une tension U_α et sera modélisé par un gain pur $K_{mod} = 20$.

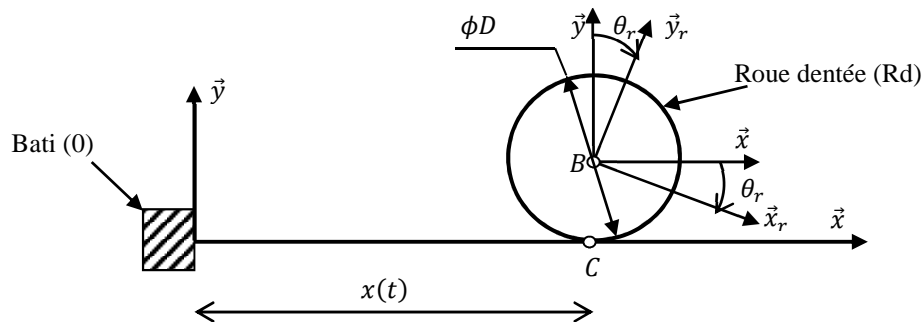
On donne :

- $u_m(t)$: La tension de l'induit du moteur. $L(u_m(t)) = U_m(p)$
- $\omega_m(t)$: La vitesse angulaire de l'arbre moteur. $L(\omega_m(t)) = \Omega_m(p)$
- $\omega_r(t)$: La vitesse angulaire de l'arbre de sortie du réducteur. $L(\omega_r(t)) = \Omega_r(p)$
- $\theta_r(t)$: la position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur. $L(\theta_r(t)) = \theta_r(p)$

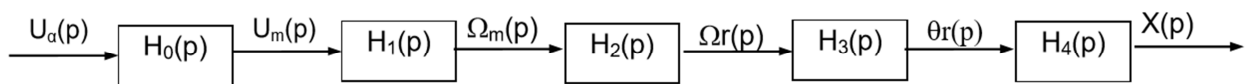
- $x(t)$: la position linéaire de la crémaillère. $L(x(t)) = X(p)$

On pose: $r = 0.2$ $D = 200 \text{ mm}$ $K_m = 0.3 \text{ rad/s/V}$ $\tau_m = 0.2 \text{ s}$

8. Sachant qu'il y a une condition de roulement sans glissement au point C entre la roue dentée et la crémaillère. Exprimer cette condition et déduire une relation entre $x(t)$ et $\theta_r(t)$.



On donne le schéma bloc suivant :



9. Exprimer ces fonctions de transfert ;

10. Déduire la fonction de transfert en boucle ouverte $H(p) = \frac{X(p)}{U_\alpha(p)}$;

11. Calculer puis tracer la réponse à un échelon unitaire de tension de cette commande de position ;

Le concepteur choisit d'asservir cette commande de position. Un capteur de position angulaire est alors placé au point B délivre une tension $u_{mes}(t)$. La fonction transfert de ce capteur sera prise égale à k_c . Un correcteur proportionnel de gain K_{cor} est inséré. Un transducteur de fonction de transfert $T(p)$ permet de traduire la consigne de position $x_c(t)$ en une entrée système $u_c(t)$. Un comparateur compare la tension $u_{mes}(t)$ délivrée par le capteur à $u_c(t)$.

12. Dessiner le schéma bloc correspondant à cette situation ;

13. Donner la fonction de transfert $T(p)$ afin que l'erreur $u_c(t) - u_{mes}(t)$ soit l'image de $x_c(t) - x(t)$.

14. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée

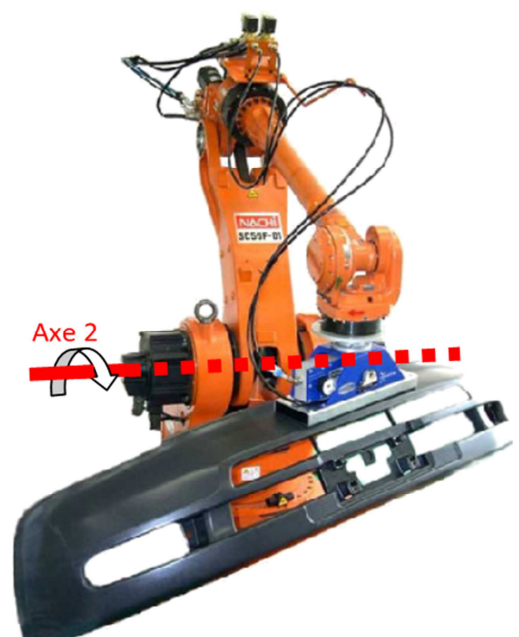
$$H(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$$

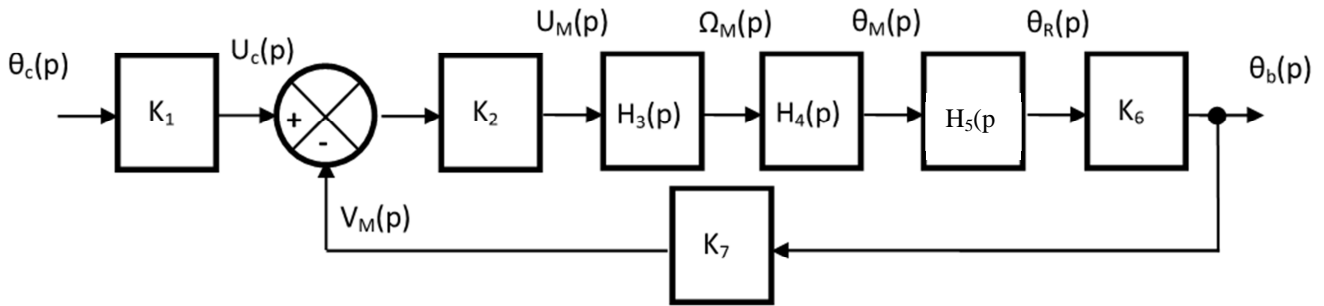
Sujet 2 :

Exercice 1: Robot préhenseur de pièces

On s'intéresse à un robot préhenseur de pièces. L'objectif de cette étude est de modéliser un des axes asservi de ce robot.

On donne le modèle de comportement de l'asservissement de position angulaire de l'axe du bras étudié sous la forme du schéma bloc qui suit (l'angle réel du bras est $\theta_b(t)$, l'angle de consigne est $\theta_c(t)$).





Avec : K_1, K_2, K_6, K_7 : constantes, $\theta_c(p)$: angle de consigne, $U_c(p)$: tension consigne, $U_M(p)$: tension moteur, $\Omega_M(p)$: vitesse angulaire de l'arbre moteur, $\theta_M(p)$: angle de l'arbre moteur, $\theta_R(p)$: angle de l'arbre en sortie de réducteur, $\theta_b(p)$: position angulaire du bras, $V_M(p)$: tension mesurée image de $\theta_b(p)$.

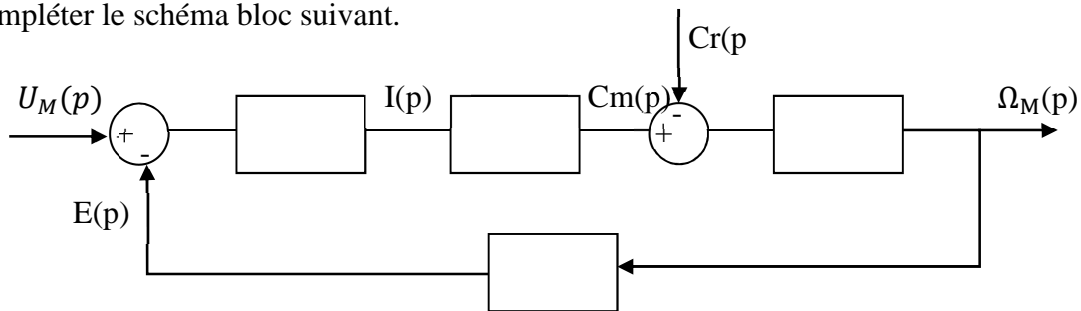
Les équations qui régissent le fonctionnement du moteur sont les suivantes :

$$u_M(t) = e(t) + R \cdot i(t), \quad e(t) = k_e \cdot \omega_M(t),$$

$$C_M(t) = k_M \cdot i(t), \quad C_M(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega_M(t)}{dt}$$

Avec : $u_M(t)$: tension aux bornes du moteur (V), $e(t)$: force contre-électromotrice (V), $i(t)$: intensité (en A), $\omega_M(t)$: vitesse de rotation de l'arbre en sortie de moteur (rad/s), $C_M(t)$: couple moteur (N.m), $C_r(t)$: couple résistant (N.m), J : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (kg.m^2), R : résistance électrique du moteur (Ω), k_e : constante de force contre-électromotrice ($\text{V rad}^{-1}.\text{s}$), k_M : constante de couple (N.m.A^{-1}).

- Déterminer le lien entre K_1 et K_7 pour que $\theta_b(p)$ soit asservi sur $\theta_c(p)$.
- Traduire les équations de comportement du moteur dans le domaine de Laplace sachant que les conditions initiales sont nulles.
- Compléter le schéma bloc suivant.



- Déterminer $H_{31}(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)}$ si $C_r(p) = 0$
- Déterminer $H_{32}(p) = \frac{\Omega_M(p)}{C_r(p)}$ si $U_M(p) = 0$
- Exprimer $\Omega_M(p)$ en fonction de $U_M(p)$ et $C_r(p)$

Dans la suite du problème, le couple résistant est supposé nul ($C_r(t) = 0$)

- Mettre la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)}$ sous la forme canonique $\frac{K_3}{1+T_3p}$. Exprimer K_3 et T_3 en fonction des paramètres du système.
- Déterminer $\omega_M(t)$ lorsque $u_M(t)$ est un échelon de tension d'amplitude U_0 . Préciser la valeur de $\omega_M(t)$ à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de $\omega_M(t)$ et la valeur finale atteinte par $\omega_M(t)$ quand t tend vers l'infini. Tracer, en fonction du temps, l'allure de la réponse $\omega_M(t)$ (préciser les informations nécessaires sur la courbe)

9. Déterminer la fonction de transfert $H_4(p)$ et $H_5(p)$ sachant que le rapport de réduction du réducteur de vitesse est donné par la relation suivante : $\frac{\theta_r(t)}{\theta_m(t)} = \frac{1}{k_0}$.

10. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta_b(p)}{\theta_c(p)}$. Mettre $H(p)$ sous la forme canonique suivante :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

et déterminer les valeurs littérales de K, m et ω_0 en fonction des constantes fournies.

Exercice 2 : BANDEROLEUSE À PLATEAU TOURNANT

Des colis livrés par une entreprise sont protégés à l'aide d'un film transparent mis en place par une banderoleuse à plateau tournant.

Pour limiter les effets dynamiques qui pourraient endommager le contenu des colis, on désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un point situé sur la périphérie du plateau tournant.

Pour cela, un accéléromètre (capteur d'accélération), de sensibilité S ($S = 0,001V/(ms^{-2})$), est utilisé dans la chaîne de retour du système. Le système est donc asservi en accélération.

Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert :

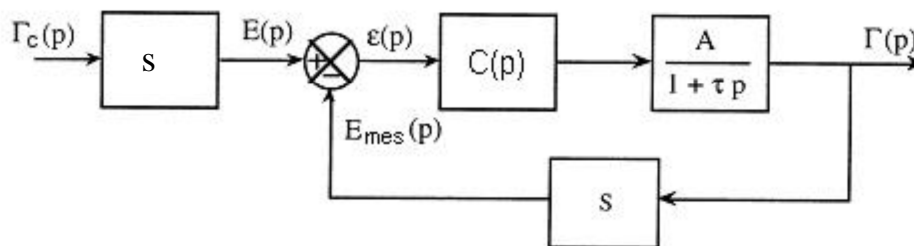
$$\frac{\Gamma(p)}{U_m(p)} = \frac{A}{1 + \tau p}$$

avec $A = 1000(ms^{-2})/V$ et $\tau = 0,2s$.

$\Gamma(p)$ est la transformée de Laplace de l'accélération $\gamma(t)$.

Le correcteur est caractérisé par la fonction de transfert $C(p)$.

L'asservissement en accélération est représenté par le schéma-bloc suivant :



Partie 1 : C(p)=1

- Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)}$. Mettre H(p) sous sa forme canonique $H(p) = \frac{K_1}{1 + T_1 p}$ et faire l'application numérique.
- Déterminer l'expression de $\gamma(t)$ si l'entrée est un échelon d'amplitude $\gamma_c(t) = 200 ms^{-2}$.
- Donner les valeurs initiale et finale de l'accélération $\gamma(t)$.
- Sachant que le temps de réponse à 5% ($t_{r,5\%}$) représente le temps nécessaire pour atteindre 95% de la valeur finale. Déterminer la valeur de $t_{r,5\%}$.
- Tracer l'allure de la réponse $\gamma(t)$ et donner l'erreur en régime permanent ($\varepsilon(\infty) = \gamma_c(t) - \gamma(\infty)$).

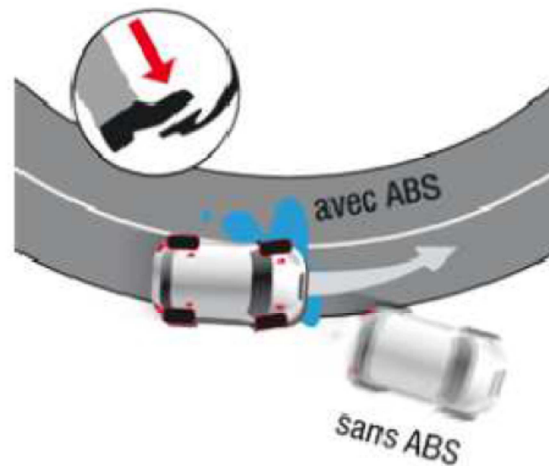
Partie 2 : C(p)=1/p



1. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)}$. Mettre $H(p)$ sous sa forme canonique $H(p) = \frac{K_2}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Déterminer numériquement K_2 , m et ω_0 .
2. Déterminer l'expression de $\gamma(t)$ si l'entrée est un échelon d'amplitude $\gamma_c(t) = 200 \text{ ms}^{-2}$.
3. Donner les valeurs initiale et finale de l'accélération $\gamma(t)$.
4. Tracer l'allure de la réponse $\gamma(t)$ et donner l'erreur en régime permanent ($\varepsilon(\infty) = \gamma_c(t) - \gamma(\infty)$).
5. Interpréter vis-à-vis l'influence du correcteur sur la précision du système.

Sujet 3 :

Le dispositif objet de l'étude est un système d'antiblocage des roues lors d'un freinage énergétique. Le blocage entraîne un glissement des roues par rapport à la route et a pour conséquence la perte du contrôle de la trajectoire (figure 1). Le système ABS vient éviter le blocage et garantir un freinage sûr. Il existe aussi des systèmes de contrôle de trajectoire (type ESP), grâce auxquels le risque de sous virage ou survirage est limité par freinage (géré par le calculateur) sur les roues avant intérieure ou arrière extérieure.

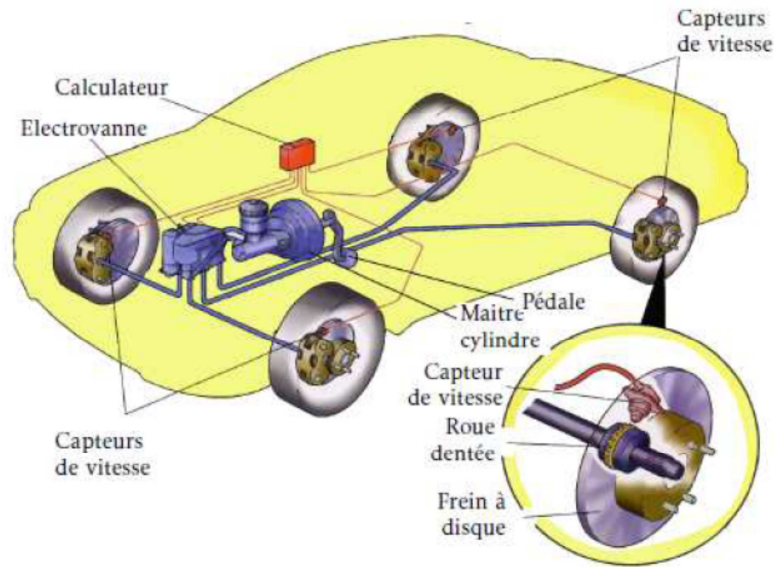


Un système de freinage de véhicule avec ABS est constitué (figure 2) :

- de capteurs de vitesse permettant de connaître les vitesses de rotation instantanées des roues et ainsi détecter les éventuels blocages ;
- d'une pédale de frein sur laquelle le conducteur appuie pour donner sa consigne ;
- d'un maître-cylindre relié à la pédale, qui convertit l'énergie mécanique provenant de la pédale en une énergie hydraulique (liquide de frein sous pression) ;
- d'un calculateur électronique qui traite les informations des capteurs, et donne des ordres aux électrovannes et génère la vitesse théorique optimale des roues (vitesse consigne) ;
- d'électrovannes qui adaptent la pression du liquide de frein sortant du maître-cylindre en fonction de l'ordre provenant du calculateur pour freiner plus ou moins les roues. Dans tous les cas, la pression en sortie des électrovannes est inférieure ou égale à la pression en entrée ;
- de 4 freins agissant sur les disques liés aux roues, constitué chacun d'un ensemble étrier (piston + plaquettes de frein) qui ralentit le disque par pincement.

En l'absence de courant électrique, les électrovannes (une associée à chaque roue) autorisent le libre passage du liquide de frein depuis le maître-cylindre jusqu'aux étriers des roues pour assurer le freinage normal.

En modulant le courant électrique émis vers une électrovanne, cette dernière ajuste la pression au niveau du piston de l'étrier de la roue concernée. L'ABS réalise donc un asservissement de vitesse de chaque roue.



Remarque : Lorsque le calculateur électronique détecte une anomalie de fonctionnement, l'ABS est déconnecté automatiquement et supprime l'alimentation électrique des électrovannes : la fonction freinage est opérationnelle mais sans contrôle de l'antiblocage.

L'objet de l'étude est l'évaluation des performances de ce dispositif.

L'asservissement en vitesse d'une roue est réalisé par :

- le transducteur de gain K_t qui traduit la vitesse de consigne $\omega_c(t)$ en une tension image $u_c(t)$,
- le capteur de vitesse modélisable par un gain pur K_1 , qui traduit la vitesse de rotation $\omega_s(t)$ de la roue par rapport au châssis en une tension image $u_{mes}(t)$,
- le bloc comparateur/correcteur du calculateur qui compare la tension $u_c(t)$ fournie par le transducteur à la tension $u_{mes}(t)$, délivrée par le capteur, puis qui amplifie cette image de l'erreur et la traduit en un courant de commande $i(t)$. L'amplificateur a un gain K_c . On obtient l'équation suivante :

$$i(t) = K_c(u_c(t) - u_{mes}(t)) \quad (1)$$

- l'électrovanne assimilée (dans cette partie) à un système du premier ordre de constante de temps τ_e et de gain K_e , entre le courant de commande $i(t)$ et la pression de freinage $P_f(t)$

$$H_{ev}(p) = \frac{P_f(p)}{I(p)} = \frac{-K_e}{1 + \tau_e p}$$

- le frein modélisé par l'équation reliant la pression de freinage $P_f(t)$, la traînée $t_r(t)$ (action de contact tangentielle de la route sur le pneu, considérée comme un effort perturbateur) et la vitesse de rotation $\omega_s(t)$ de la roue par rapport au châssis :

$$R(t_r(t) - K_p P_f(t)) = J \frac{d\omega_s(t)}{dt} \quad (2)$$

Avec R le rayon de la roue, K_p une constante et $J = mR^2$ le moment d'inertie de la roue et de son disque selon son axe de rotation (m étant la masse de la roue).

Toutes les conditions initiales sont supposées nulles.

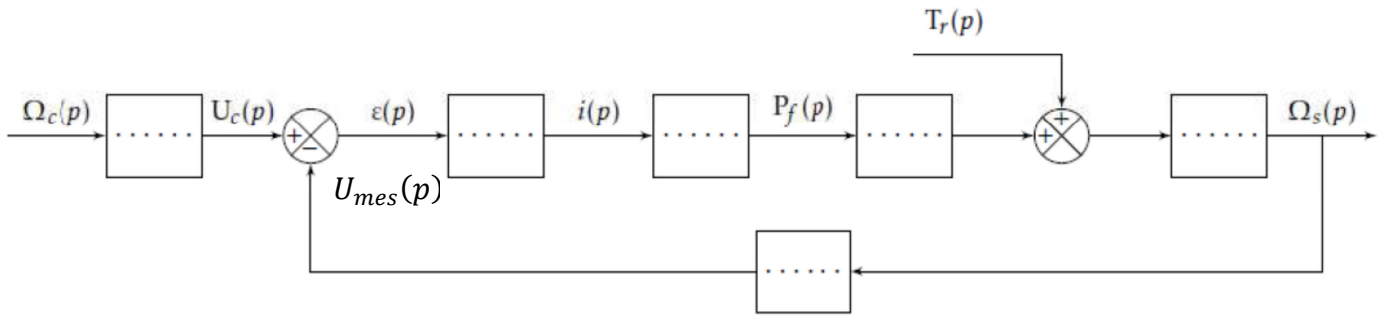
A. Modélisation du système ABS

A-1. Donner les transformées de Laplace des expressions (1) et (2)



A-2. Quelle valeur doit-on choisir pour K_t , pour que la comparaison entre la consigne de vitesse $\omega_c(t)$ et la vitesse de la roue $\omega_s(t)$ soit correcte ?

A-3. Compléter le schéma-bloc du système ABS suivant :

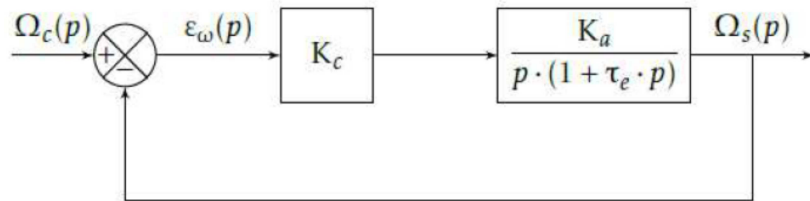


B. Étude sans la perturbation

Dans cette partie, on étudie le comportement de l'ABS dans le cas où la perturbation est négligeable $t_r(t) = 0$. On prend $K_t = K_1$.

B-1. Justifier que le schéma bloc du système peut alors se mettre sous la forme de la figure suivante.

Déterminer alors K_a en fonction de K_e, K_1, K_p, R et J .



B-2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_F(p) = \frac{\Omega_s(p)}{\Omega_c(p)}$. Préciser l'ordre de la fonction de transfert et la mettre sous forme canonique en précisant ses éléments caractéristiques (K, m et ω_0).

B-3. Déterminer K_c en fonction de K_a et τ_e pour que le système soit le plus rapide possible.

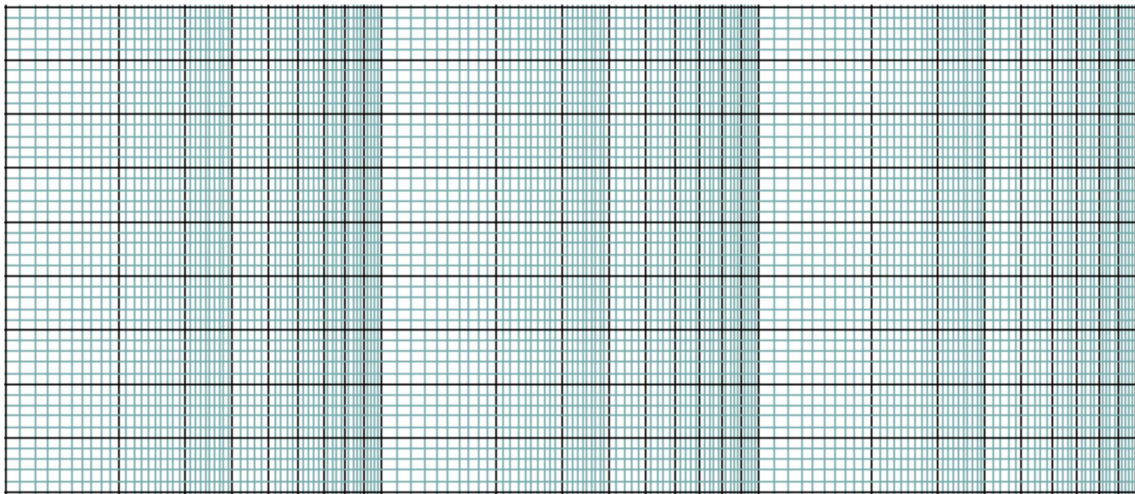
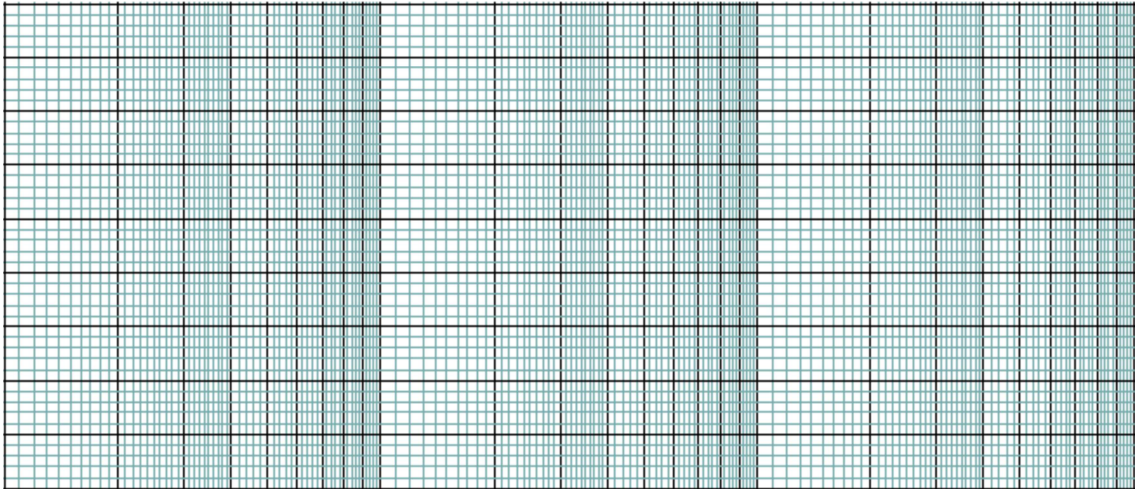
B-4. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_o(p)$.

Dans la suite de cette partie, on admet que la fonction de transfert en boucle ouverte est donnée numériquement par :

$$H_o(p) = \frac{10}{p(1 + 0,1p)}$$

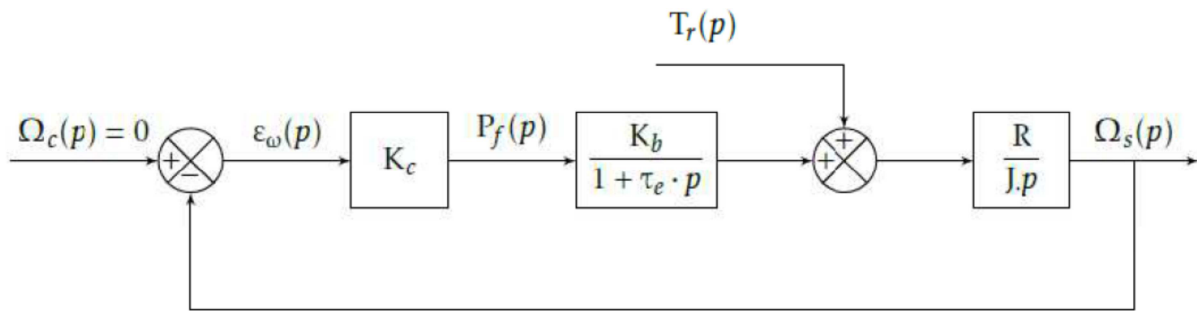
Effectuer le tracé asymptotique et le tracé réel de Bode (sur le papier semi-log suivant). Préciser les pentes et les valeurs caractéristiques.





C. Effet de la perturbation

On se place maintenant dans le cas où $\omega_c(t) = 0$. Le schéma bloc devient alors celui de la figure suivante avec $K_b = K_e K_p K_1$.



C-1. Déterminer la fonction de transfert $H_p(p) = \frac{\Omega_s(p)}{T_r(p)}$ pour $\Omega_c(p) = 0$.

C-2. Déterminer la valeur finale de $\omega_s(t)$ en fonction de K_c et des autres constantes pour une perturbation constante $t_r(t) = T_0 u(t)$.

C-3. Conclure sur l'effet de la perturbation.

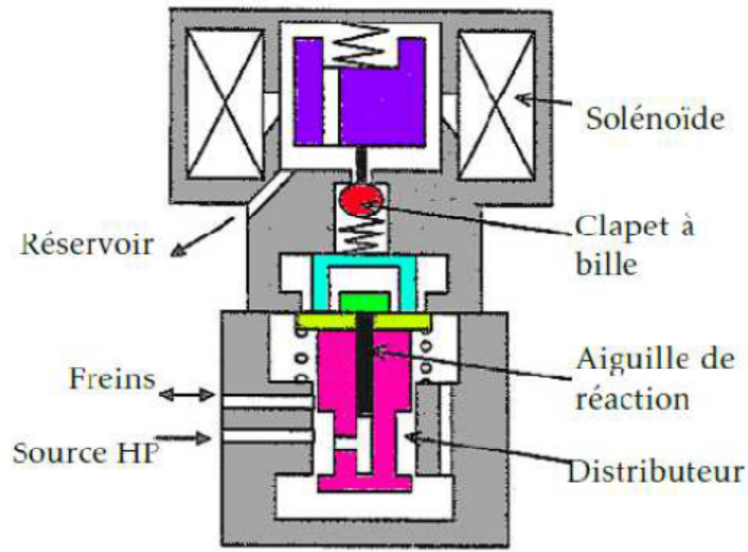
D. Étude de l'électrovanne

Dans la première partie, nous avons considéré que l'électrovanne était modélisable par un système du



1^{er} ordre. On se propose maintenant, d'affiner le modèle de l'électrovanne proportionnelle et justifier le modèle du premier ordre.

L'électrovanne est constituée d'un équipage mobile qui se déplace sous l'action d'une force électromagnétique générée par le passage du courant dans la bobine. Ce déplacement provoque une ouverture plus ou moins importante et ainsi une pression modulée.



Le mouvement de l'ensemble mobile de l'électrovanne peut être modélisé par l'équation suivante :

$$M \frac{d^2z(t)}{dt^2} = -Bi(t) - Kz(t) - f \frac{dz(t)}{dt} - SP_f(t) \quad (3)$$

Caractéristiques :

- M : masse mobile totale (kg),
- B : constante électromagnétique du solénoïde,
- K : raideur des ressorts du centrage,
- S : section de réaction,
- f : coefficient de frottement visqueux lié à l'action du fluide sur l'équipage mobile.

Variables :

- $i(t)$: courant de commande (A),
- $P_f(t)$: pression régulée par l'électrovanne (Pa),
- $z(t)$: position de l'équipage mobile (m).

La modélisation de l'écoulement d'une part dans le distributeur et d'autre part dans les canalisations entre l'électrovanne et le piston de l'étrier, montre que la pression de freinage évolue proportionnellement à l'intégrale de la position de l'équipage mobile :

$$P_f(t) = C \int_0^t z(u) du \quad (4)$$

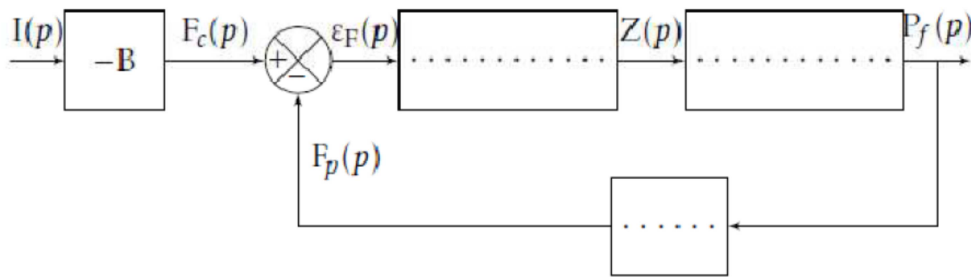
D-1. Traduire dans le domaine de Laplace l'équation temporelle (3), la mettre sous la forme :

$$Z(p) = G_1(p) (G_2(p)I(p) + G_3(p)P_f(p))$$

D-2. Traduire dans le domaine de Laplace l'équation temporelle (4)

D-3. Compléter le schéma blocs suivant :





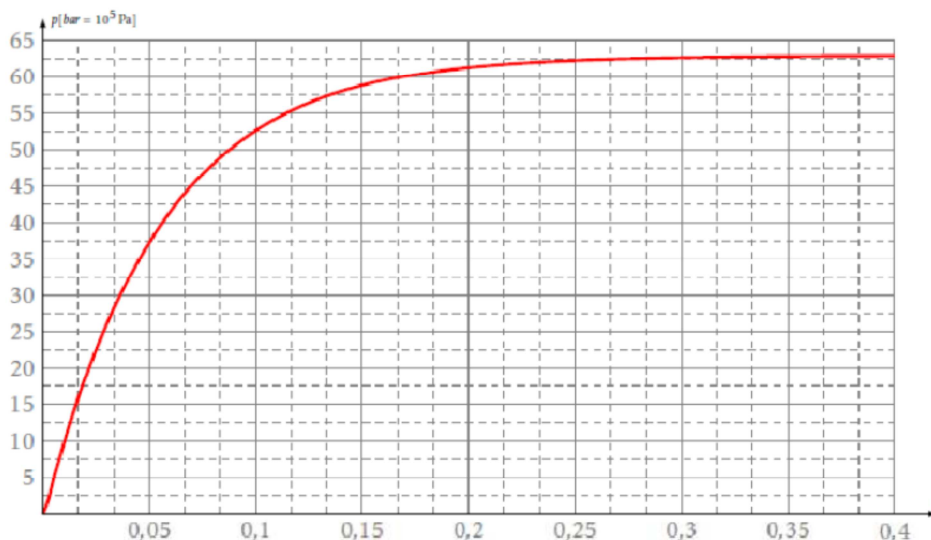
D-6. Déterminer la fonction de transfert $H_{ev}(p) = \frac{P_f(p)}{I(p)}$, Préciser l'ordre et le gain statique.

Compte tenu de la forme de la fonction de transfert $H_{ev}(p) = \frac{P_f(p)}{I(p)}$, nous pouvons supposer que celle-ci est de la forme :

$$H_{ev}(p) = \frac{P_f(p)}{I(p)} = \frac{k_e}{(1 + \tau_e p) \left(1 + \frac{2m_e}{\omega_e} p + \frac{1}{\omega_e^2} p^2\right)}$$

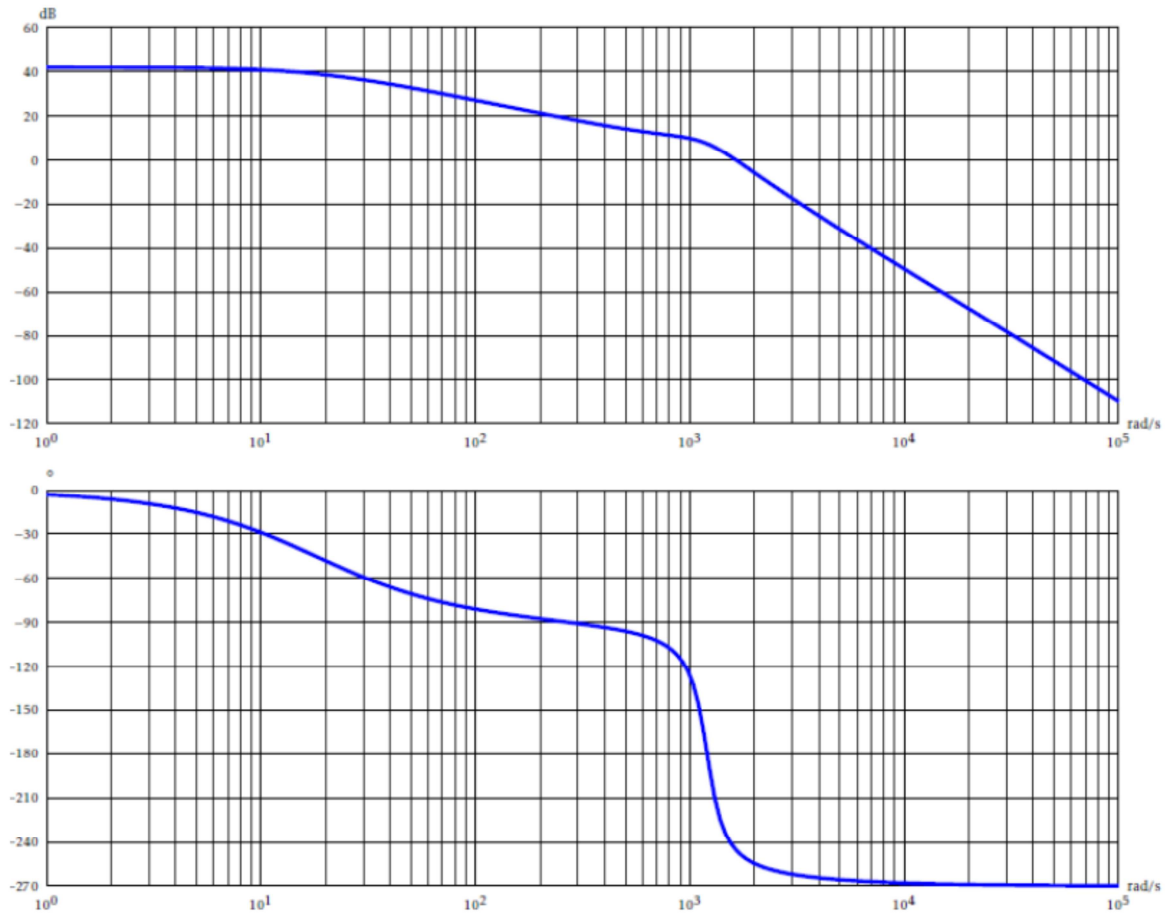
Pour aller plus loin dans la modélisation, nous allons identifier le domaine fréquentiel où l'hypothèse d'un système de premier ordre pour l'électrovanne est valable.

D-7. A partir de la réponse temporelle (figure ci-dessous) de l'électrovanne, déterminer les constantes k_e et τ_e si on suppose que cette réponse temporelle est équivalente à la réponse d'un système de premier ordre.



D-8. On donne ci-dessous le diagramme de Bode de $H_{ev}(p) = \frac{P_f(p)}{I(p)}$. Tracer le diagramme asymptotique

de $H_{ev}(p) = \frac{P_f(p)}{I(p)} = \frac{k_e}{(1 + \tau_e p)}$ dans le même document (figure ci-dessous)



D-9. Préciser le domaine fréquentiel dans lequel le modèle simplifié du premier ordre de l'électrovanne est valable.

Sujet 4 :

Le système faisant l'objet de cette étude est une chaîne de fabrication industrielle. Elle sert à produire des boîtes cylindriques, en tôle spéciale mince, destinées à l'emballage des conserves (confitures, tomates, thon, etc...). Cette chaîne est composée principalement de trois unités qui concernent respectivement la préparation des fonds et des flancs des boîtes et leur assemblage (figure 1). Les deux premières unités fonctionnent en parallèle et fournissent la matière d'œuvre à la troisième (figure 2).

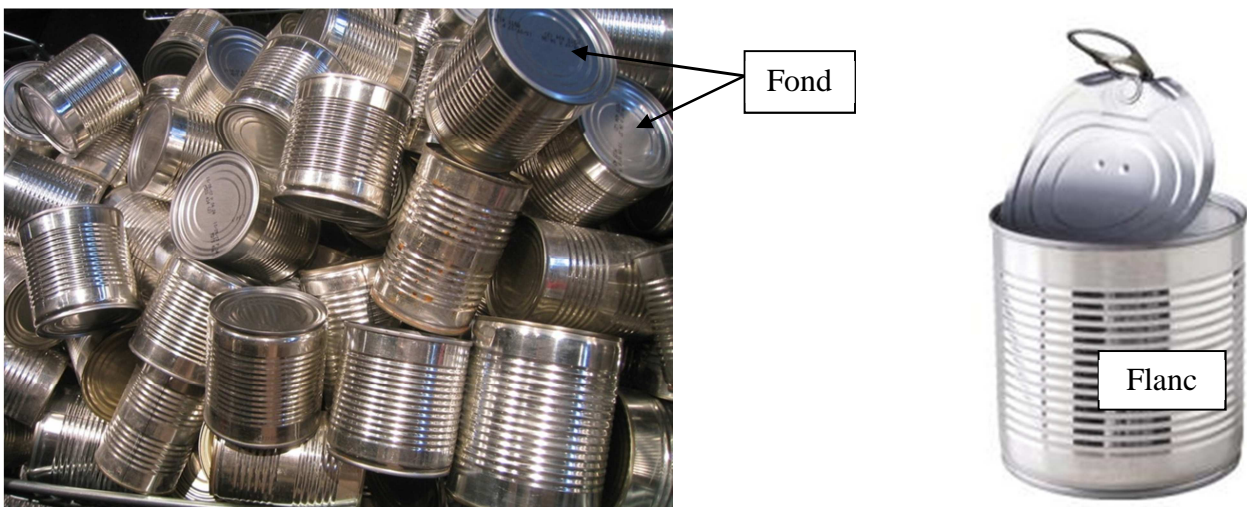


Figure 1 : Boîtes de conserve

Le diagramme suivant résume les différentes étapes de production :

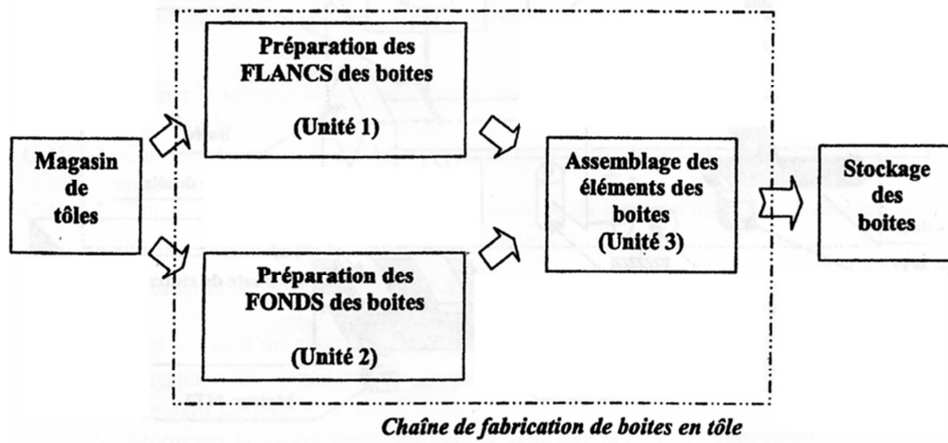


Figure 2: Chaîne de fabrication de boîtes de conserve

Les plaques de tôles initialement préparées sont déplacées vers le poste de découpage par l'intermédiaire d'un tapis roulant entraîné par un moteur **MT1** (figure 3). L'action simultanée de deux vérins **C2** et **C3** sur la tôle, assure son maintien en position sous le mécanisme de découpage. Une fois la bande découpée, elle tombe sur un deuxième tapis roulant pour l'amener au deuxième poste de cintrage.

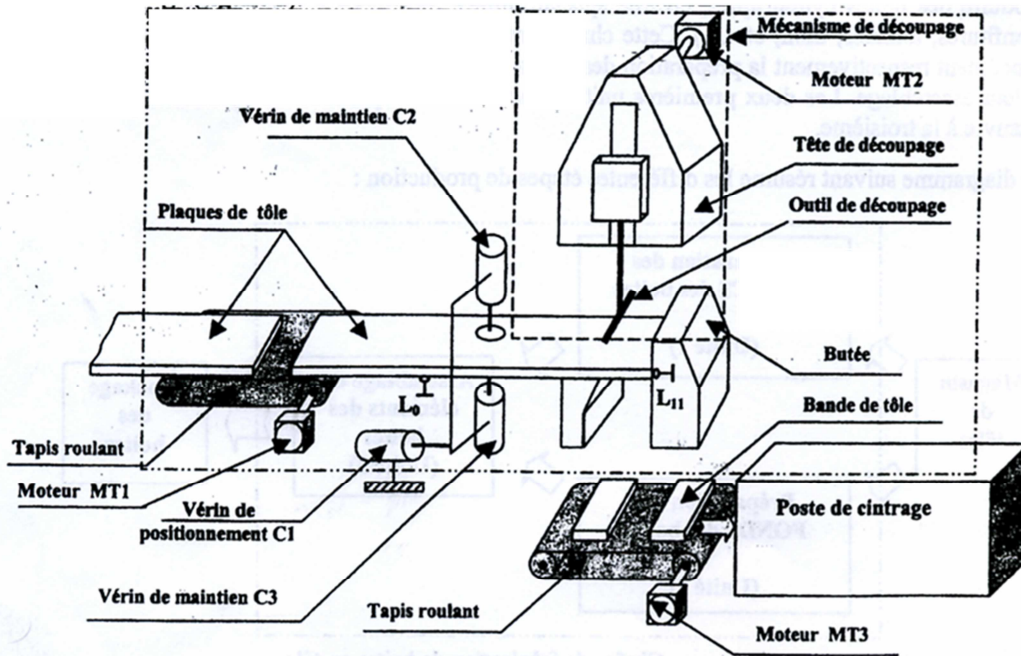


Figure 3: Poste de découpage

On s'intéresse à la modélisation et à la commande en vitesse du moteur à courant continu d'entraînement du tapis roulant (MT1).

1. Modélisation :

La modélisation du comportement du moteur d'asservissement à commande par l'induit est donnée par les équations ci-dessous :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$e(t) = k_e \omega(t) \quad (2)$$

$$c_m(t) = K_c i(t) \quad (3)$$



$$J_m \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - F_v \omega(t) - c_r(t) \quad (4)$$

Les grandeurs physiques dans cette étude sont les suivantes :

$U(p) = L(u(t))$ est la tension de commande du moteur ;

$E(p) = L(e(t))$ est la force contre électromotrice ;

$I(p) = L(i(t))$ est l'intensité du courant de commande du moteur ;

$C_m(p) = L(c_m(t))$ est le couple moteur ;

$C_r(p) = L(c_r(t))$ est le couple résistant ;

$\Omega(p) = L(\omega(t))$ est la vitesse de rotation du moteur ;

On note : R : la résistance totale de l'induit, L : L'inductance totale de l'induit, K_e : le coefficient de la force contre-électromotrice, K_c : le coefficient de couple, F_v : le coefficient de frottement visqueux, J_m : le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur.

1.1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, et à partir des transformées de Laplace des équations précédentes, compléter le schéma blocs donné par le document réponses.

1.2. En supposant $C_r(p) = 0$, calculer $H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$;

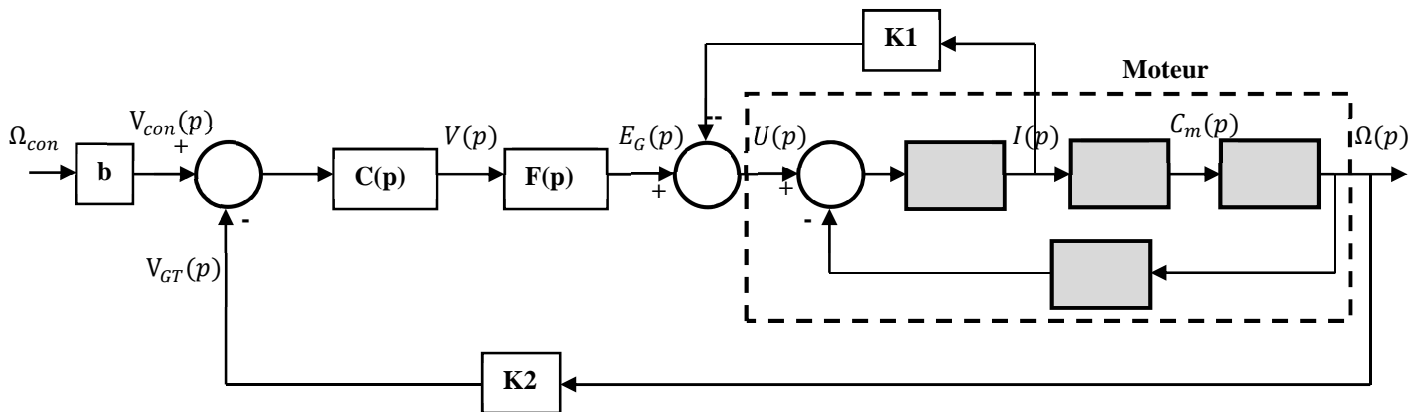
1.3. En supposant $U(p) = 0$, calculer $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{C_r(p)}$;

1.4. En se basant sur le principe de superposition, exprimer $\Omega(p)$ en fonction de $U(p)$ et $C_r(p)$.

NB : dans la suite du problème, on suppose que $C_r(p)=0$ et on néglige l'inductance (L) et le coefficient de frottement (F_v).

2. Commande en vitesse du moteur :

Le moteur est entraîné par une génératrice à courant continu à vitesse constante, dont le schéma bloc de commande est représenté par la figure suivante. L'ensemble moteur-génératrice reçoit à l'entrée la consigne de fréquence de rotation Ω_{con} .



Un dynamo-tachémétrique placé sur l'arbre du moteur fournissant une tension donnée par l'équation suivante :

$$V_{GT}(t) = b\omega(t) \quad (5)$$

Les équations régissant le fonctionnement de la génératrice sont les suivantes :

$$u(t) = e_G(t) - R_G i(t) \quad (6)$$

$$e_G(t) = a i_1(t) \quad (7)$$

$$v(t) = r i_1(t) + l \frac{d i_1(t)}{dt} \quad (8)$$

Où $e_G(t)$ est la force électromotrice développée par la génératrice, $C(p)$ est un correcteur.

On note :

$$V(p) = L(v(t)); I_1(p) = L(i_1(t)); E_G(p) = L(e_G(t)); V_{GT}(p) = L(v_{GT}(t))$$

Données numériques :

Moteur : $R=0,4 \text{ Ohm}$, $K_e=1 \text{ V.s/rad}$, $K_c=1 \text{ N.m/A}$, $J_m=2 \text{ Kg.m}^2$,

Génératrice : $R_G=0,4 \text{ Ohm}$, $a=100 \text{ Ohm}$, $r=20 \text{ Ohm}$ et $l=5 \text{ H}$;

Dynamo tachymétrique : $b=0,2 \text{ V/rad/s}$.

Pour toutes les questions suivantes, donner l'expression littérale puis numérique.

2.1. Donner le schéma bloc complet du moteur –génératrice avec sa commande en précisant les blocs K_1 , K_2 , et $F(p)$.

2.2. Calculer la fonction de transfert $T(p) = \frac{\Omega(p)}{v(p)}$.

2.3. Calculer et représenter l'allure de la réponse $\omega(t)$ du système non asservi moteur-génératrice pour un échelon de tension $v(t) = 10u(t)$ en volts.

2.4. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée : $H(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{con}(p)}$

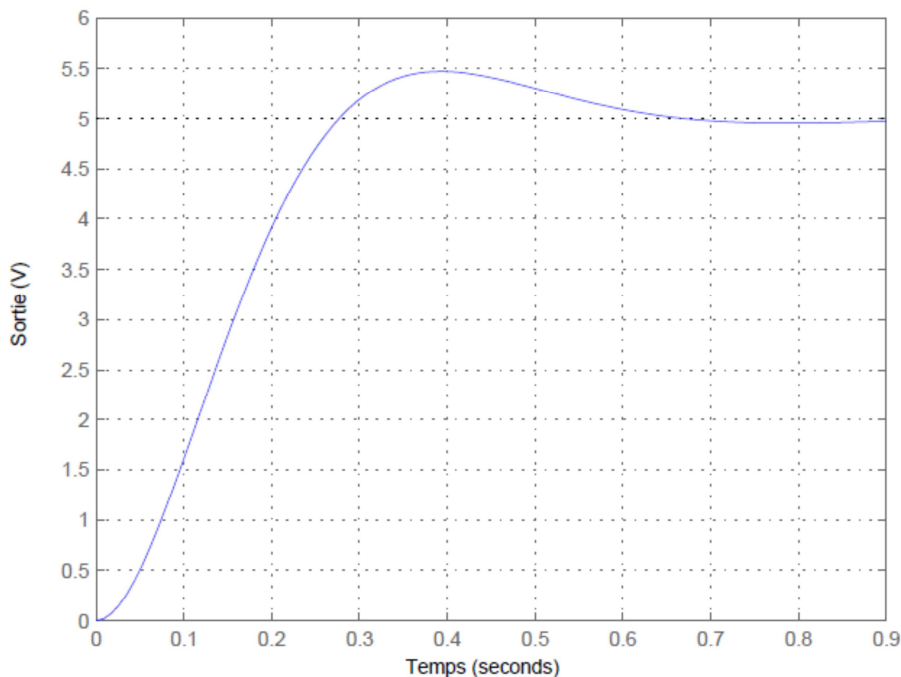
2.5. Pour $C(p) = 1$; mettre $H(p)$ sous la forme $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$; déduire les valeurs de K , m et ω_0 .

2.6. Calculer et représenter la réponse $\omega(t)$ pour $\omega_{con}(t) = u(t)$.

Sujet 5 :

Exercice 1 : Identification d'un système de 2^{ème} ordre

La figure suivante présente la réponse indicielle d'un système de 2^{ème} ordre soumis à un échelon d'entrée d'amplitude $E = 2 \text{ V}$.



Identifier la fonction de transfert du système à partir de cette réponse.



Exercice 2 : ASSERVISSEMENT EN POSITION DE L'AXE A1 DU ROBOT KUKA (Extrait du concours CCP2010)

Le robot Kuka KR 180-2 PA est un robot industriel à quatre axes à cinématique articulée, pouvant être mis en œuvre pour toutes les tâches avec positionnement point par point et, de manière limitée, pour le contournage. Ses principaux domaines d'application sont :

- la palettisation,
- la manipulation,
- la dépalettisation.

On s'intéresse à l'asservissement en position de l'axe A1. On souhaite s'assurer que la chaîne fonctionnelle d'asservissement permet de respecter les performances souhaitées en termes de précision, et rapidité tout en restant peu sensible aux variations de l'inertie du robot suivant la charge transportée.

L'axe A1 est mu par un servomoteur qui présente l'avantage de posséder une très faible inertie. Le comportement électromécanique de ce type de moteur est donné par les équations suivantes :

$$u(t) = Ri(t) + e(t) \quad (1)$$

$$e(t) = k_e \omega_m(t) \quad (2)$$

$$J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad (3)$$

$$C_m(t) = k_t i(t) \quad (4)$$

Avec $u(t)$ la tension appliquée aux bornes du moteur, $i(t)$ le courant d'induit, $e(t)$ la force contre électromotrice, $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur, $C_m(t)$ le couple délivré par le moteur et J_e l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur.

Le réducteur retenu pour cette motorisation est un réducteur à train épicycloïdal. Les caractéristiques de l'ensemble moteur-réducteur sont les suivantes :

$k_e = 0,2 \text{ V/(rad/s)}$: Constante de force électromotrice ;

$k_t = 0,2 \text{ Nm/A}$: Constante de couple ;

$R = 2\Omega$: Résistance de l'induit ;

$J_m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$: Inertie de l'ensemble axe moteur et réducteur sur l'arbre moteur ;

$N = 200$: Rapport de transmission.

L'inertie J_1 du robot autour de l'axe $(O; \vec{z})$ dépend de la configuration du robot et de la masse transportée. Elle est telle que :

$J_{1 \text{ mini}} = 50 \text{ kg.m}^2$ lorsque le déplacement a lieu à vide ;

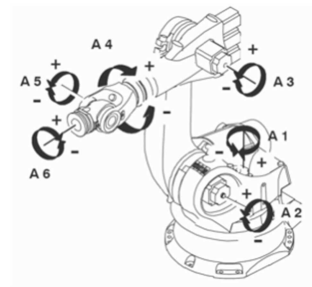
$J_{1 \text{ maxi}} = 200 \text{ kg.m}^2$ lorsque la masse transportée est de 50 daN.

L'inertie équivalente $J_e = J_m + \frac{J_1}{N^2}$ ramenée sur l'arbre moteur est alors égale à :

$J_{e \text{ mini}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ lorsque $J_1 = J_{1 \text{ mini}}$;

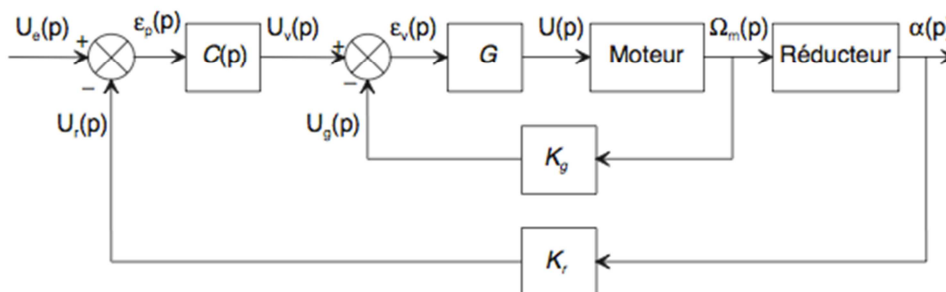
$J_{e \text{ maxi}} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ lorsque $J_1 = J_{1 \text{ maxi}}$.

La chaîne fonctionnelle de l'asservissement de l'axe A1 est représentée par la figure suivante. La boucle interne réalise une correction de vitesse à partir de la tension $u_g(t)$ fournie par une génératrice

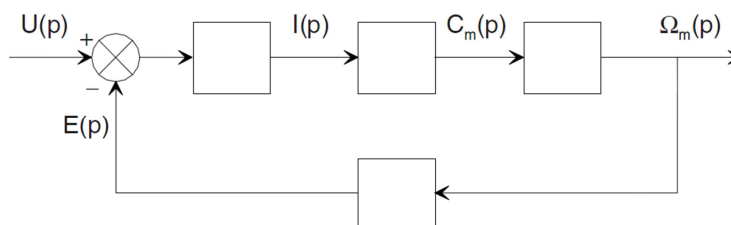


tachymétrique de gain K_g montée en prise directe sur le moteur. Gest le gain réglable de l'amplificateur de puissance.

La boucle externe réalise la correction de position à partir de la tension $u_r(t)$ fournie par le capteur de position de gain K_r monté en prise directe sur l'arbre de sortie du réducteur. La fonction de transfert du correcteur est notée $C(p)$.



1. Déterminer les transformées de Laplace des équations 1 à 4 du moteur en considérant nulles les conditions initiales.
2. Compléter le schéma bloc par les fonctions de transferts manquantes.



3. En déduire la fonction de transfert $M(p) = \Omega_m(p)/U(p)$ du moteur que l'on exprimera sous la forme canonique d'un système du premier ordre de gain K_m et de constante de temps τ_m . Donner les expressions littérales de K_m et τ_m , et préciser leurs unités.
4. Calculer, suivant l'inertie J_e mini ou maxi du robot, les caractéristiques suivantes du moteur.
 - a) constante de temps τ_m (mini et maxi) ;
 - b) temps de réponse à 5 % (mini et maxi) ;

Conclure quant à l'influence de l'inertie du robot sur les performances du moteur.

Étude de la boucle de vitesse

La tension $u_g(t)$ en sortie de la génératrice tachymétrique varie de 0 à 12 V quand la vitesse de rotation du moteur varie de 0 à 3600 tr min⁻¹.

5. En déduire la valeur du gain K_g de la génératrice tachymétrique.
6. Déterminer, en fonction notamment de K_m et τ_m , la fonction de transfert $H(p) = \Omega_m(p)/U_v(p)$ que l'on exprimera sous la forme canonique d'un système du premier ordre de gain K'_m et de constante de temps τ'_m . Donner les expressions littérales de K'_m et τ'_m et préciser leurs unités.
7. Montrer que, si G est très grand, on peut admettre que $H(p) \approx \frac{1}{K_g}$.

Étude de la boucle de position

La boucle de position est représentée ci-après. On admet que :

$$H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \frac{30}{(1 + 5 \cdot 10^{-3} p)}$$



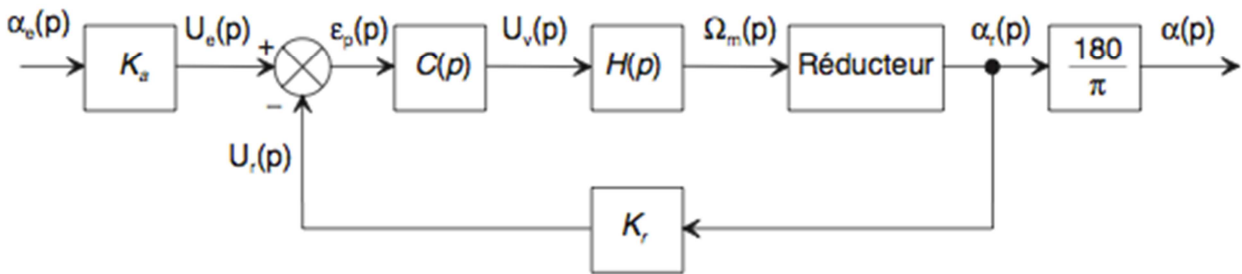
$K_r = 4 \text{ V/rd}$: gain du capteur de position ;

K_a : Gain de l'adaptateur du signal de consigne $\alpha_e(t)$;

Le signal de consigne $\alpha_e(t)$ est exprimé en degré;

Le correcteur $C(p)$ est à action proportionnelle de gain réglable K_C .

Le réducteur de vitesse est de rapport 1/200.



8. Déterminer :

- a) la fonction de transfert $R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)}$ du réducteur ;
- b) le gain K_a de l'adaptateur.

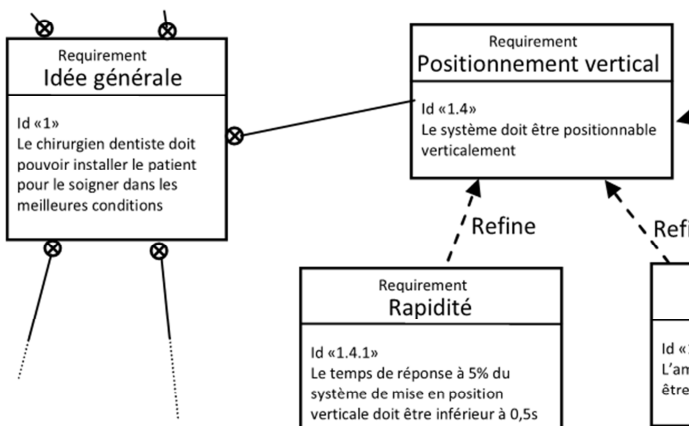
9. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p) = \frac{U_r(p)}{\epsilon_p(p)}$ que l'on exprimera sous forme :

$T(p) = \frac{K_{BO}}{p(1+\tau'_m p)}$. En déduire l'expression du gain de boucle ouverte, noté K_{BO} .

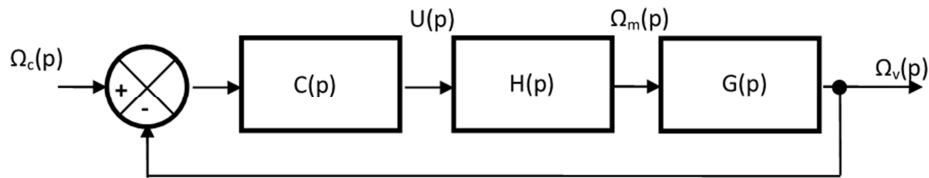
- a) Pour des raisons de stabilité, le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte doit être égal à : $K_{bo} = \frac{\sqrt{2}}{\tau'_m}$, déterminer la valeur du gain K_C du correcteur.

Sujet 6 : Etude de l'asservissement d'une unité dentaire (Inspiré d'E3A PSI 2007)

Le support de l'étude est une « unité dentaire ». Cet équipement a été conçu et réalisé dans le but d'une adaptabilité maximale aux différentes méthodes de travail des chirurgiens dentistes. Le chirurgien dentiste possède une pédale et un pupitre de commande qui lui permet de monter ou descendre verticalement le corps du patient, de l'incliner plus ou moins, et de positionner sa tête. Grâce à cela, le patient peut prendre une position spatiale pertinente pour que le chirurgien puisse réaliser tous les actes médicaux.



On s'intéresse dans ce sujet au critère de l'exigence 1.4.1 concernant le temps de réponse du système permettant de mettre en position verticale le patient. Pour régler le patient en position verticale, le chirurgien dentiste appuie sur une pédale, plus ou moins fort. Un moteur électrique se met en route, sa vitesse de rotation dépendant de l'appuie plus ou moins profond du chirurgien-dentiste sur la pédale. La vitesse de rotation du moteur est réduite par un réducteur à engrenages. En sortie du réducteur à engrenages se trouve une vis, dont la rotation $\Omega_v(p)$ entraîne, par un système vis écrou, la translation du siège en hauteur. L'ensemble peut se représenter par le schéma bloc suivant (le composant de fonction de transfert $C(p)$ est un correcteur) :



Les équations du moteur utilisé sont les suivantes :

$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \quad J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f \cdot \omega_m(t) \quad C_m(t) = k_m \cdot i(t)$$

Avec : $u(t)$ = tension du moteur ; $e(t)$ = force contre électromotrice du moteur ; $i(t)$ = intensité dans le moteur ; $C_m(t)$ = couple exercé par le moteur ; $\omega_m(t)$ = vitesse angulaire du moteur. Les grandeurs physiques R , L , k_e , J , f et k_m sont des constantes.

1. Donner le nom des composants qui correspondent aux fonctions de transfert $H(p)$ et $G(p)$.
2. Déterminer, en fonction de $C(p)$, $H(p)$ et $G(p)$, la fonction de transfert en boucle fermée du système : $H(p) = \frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)}$.
3. En supposant les conditions initiales nulles (ce qui sera également supposé dans tout le reste de l'exercice), exprimer les équations qui régissent le fonctionnement du moteur dans le domaine de Laplace.
4. Montrer que, dans le domaine de Laplace, la relation entre $\Omega_m(p)$ et $U(p)$ peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{k}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Avec k , m et ω_0 trois paramètres à déterminer en fonction de R , L , k_e , J , f et k_m

Si on utilise un correcteur proportionnel, l'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction suivante :

$$H(p) = \frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K_T}{1 + Tp}$$

Avec $K_T = 0,9$ et $T = 0,1s$

5. Déterminer $\omega_v(t)$ lorsque le chirurgien-dentiste demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0} u(t)$. Exprimer le résultat en fonction de ω_{c0} , K_T et T .
6. Déterminer le temps de réponse à 5% du système et effectuer l'application numérique. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.



Le patient, initialement immobile, bouge verticalement selon le déplacement $x(t)$ tel que :

$$\frac{dX_v(t)}{dt} = a\omega_v(t)$$

Avec a =constante qui représente le pas réduit de la vis.

7. Déterminer la transformée de Laplace $X_v(p)$ de $x_v(t)$.
8. Déterminer $x_v(t)$ en fonction de a , K_T et T et ω_{c0} .

Si on utilise un correcteur proportionnel, dérivé et intégral, l'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction suivante :

$$H(p) = \frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{1 + 1,4p + p^2}$$

9. La fonction de transfert $H(p)$ est la fonction de transfert d'un système de second ordre. Déterminer k , m et ω_0 .
10. Déterminer si le temps de réponse à 5% est plus faible ou plus grand que dans le cas précédent. Conclure vis-à-vis du cahier de charges.



Stabilité d'un système asservis

1. Introduction

- Un système linéaire est dit stable si, après qu'une perturbation l'a écarté de sa position d'équilibre, il revient spontanément à cette position.

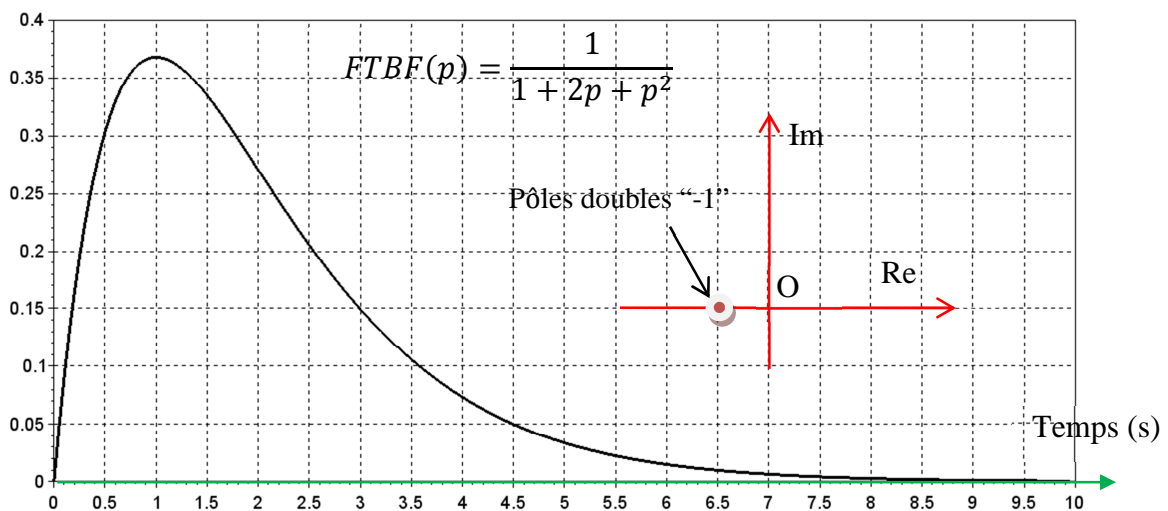
Cela veut dire :

- Un système linéaire est stable si et seulement si la réponse impulsionnelle tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini.

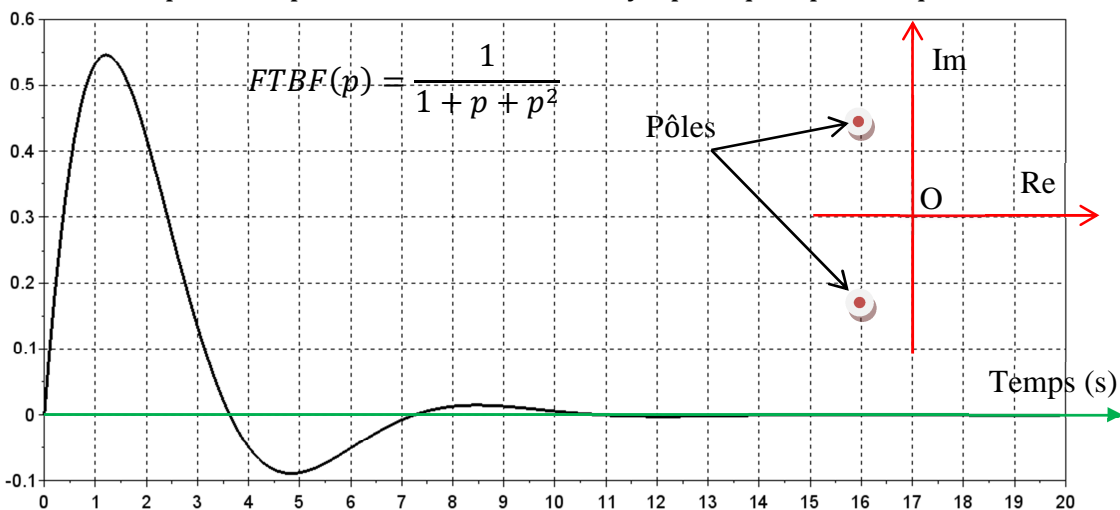
Cela veut dire encore :

- Un système linéaire est stable si et seulement si tous ses pôles sont à partie réelle strictement négative. C.-à-d. : si sa réponse impulsionnelle est une combinaison d'exponentielles dont les exposants réels sont tous négatifs (exponentielles décroissantes)

L'analyse graphique de la position des pôles de la fonction de transfert en boucle fermée dans le plan complexe permet de visualiser le type de stabilité (ou instabilité) qui affecte le système considéré.

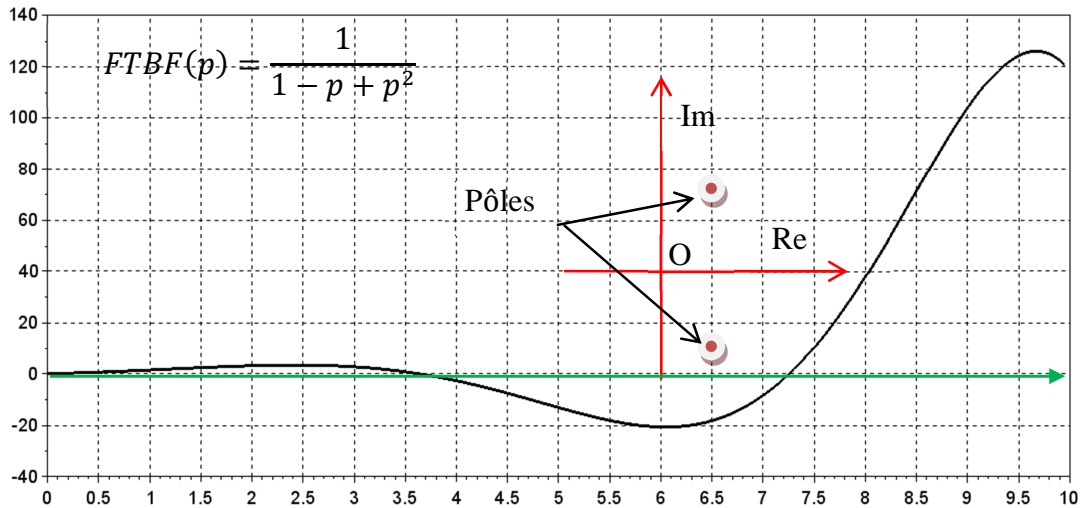


Réponse impulsionnelle : stabilité asymptotique apériodique

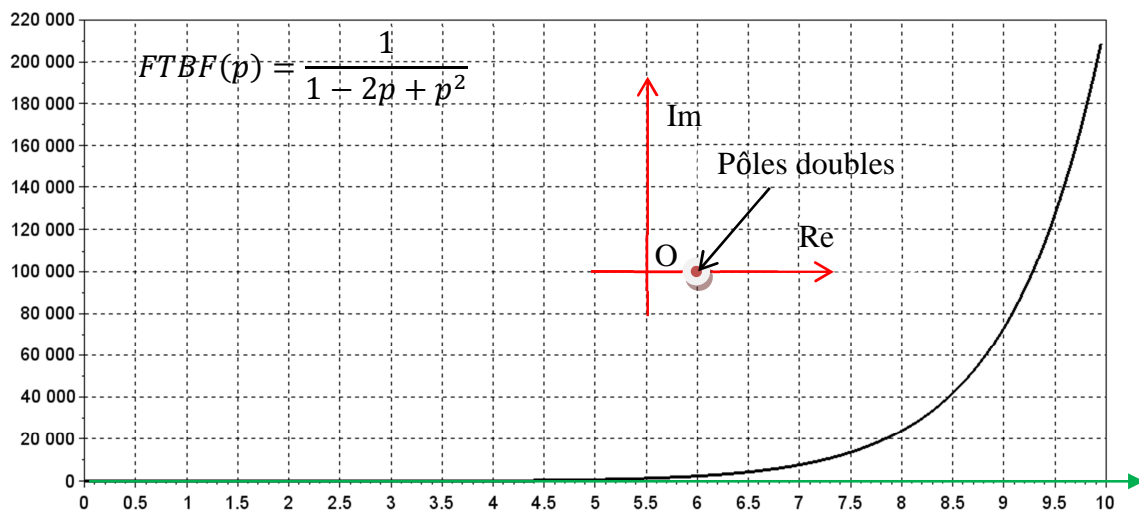


Réponse impulsionnelle : stabilité asymptotique oscillatoire





Réponse impulsionnelle : instabilité oscillatoire



Réponse impulsionnelle : instabilité apériodique

2. Critère algébrique : Critère de ROUTH

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par : $FTBF(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$ avec $D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0$

Dans ce qui suit, nous étudions le polynôme suivant : $D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0$

- **Condition 1**

Une condition nécessaire de stabilité est que les coefficients a_i du polynôme soient tous de même signe. (Nous considérons que le signe des coefficients a_i est positif, quitte à changer le signe du numérateur et du dénominateur de la fonction de transfert). Cette condition est généralement vérifiée pour les systèmes physiques.

- **Condition 2**

Dans le cas où la condition 1 est vérifiée, on construit le tableau de Routh à partir des coefficients du polynôme. Les deux premières lignes s'obtiennent en reportant les coefficients du polynôme. Les coefficients des lignes suivantes sont calculés selon les formules ci indiquées.



p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
p^{n-2}	$A_{n-2} = -\frac{a_n a_{n-3} - a_{n-1} a_{n-2}}{a_{n-1}}$	$B_{n-2} = -\frac{a_n a_{n-5} - a_{n-1} a_{n-4}}{a_{n-1}}$	$C_{n-2} = -\frac{a_n a_{n-7} - a_{n-1} a_{n-6}}{a_{n-1}}$
p^{n-3}	$A_{n-3} = -\frac{a_{n-1} B_{n-2} - A_{n-2} a_{n-3}}{A_{n-2}}$	$B_{n-3} = -\frac{a_{n-1} C_{n-2} - A_{n-2} a_{n-5}}{A_{n-2}}$	C_{n-3}
...
p^2	A_2	B_2	C_2
p^1	A_1	B_1	C_1
p^0	$A_0 = -\frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{A_1}$	$A_0 = -\frac{A_2 C_1 - A_1 C_2}{A_1}$	$C_0 = -\frac{A_2 D_1 - A_1 D_2}{A_1}$

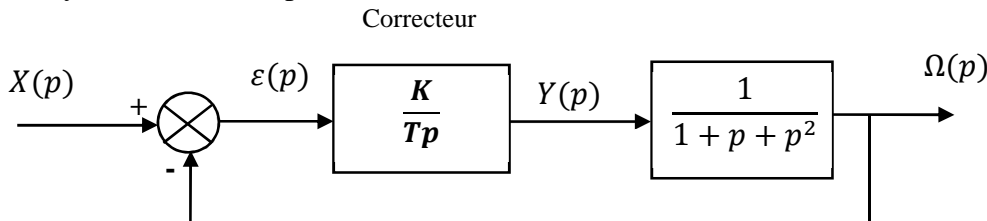
L'interprétation se fait en analysant les coefficients de la première colonne. Une condition nécessaire est suffisante pour que le système soit stable est que tous les coefficients de la première colonne soient positifs.

Application

1. Etudier la stabilité des systèmes dont leurs fonctions de transfert sont :

$$H_1(p) = \frac{1}{1+p+p^2-p^3+p^4+p^5} \text{ et } H_2(p) = \frac{1}{6+11p+6p^2+p^3}$$

2. Soit le système modélisé par le schéma bloc suivant :



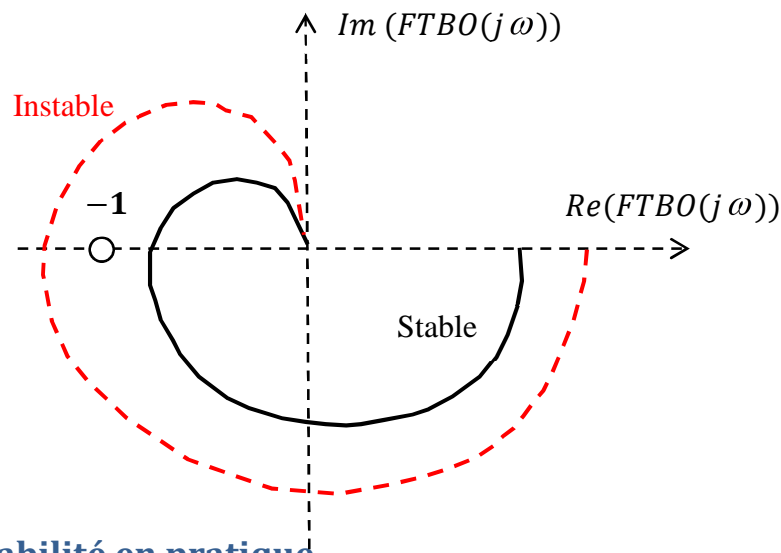
- Déterminer la $FTBO(p)$ et la $FTBF(p)$
- Etudier la stabilité en fonction de K et T .

2. Critère graphique : Critère de REVERS

Dans le cas où le système est stable en boucle ouverte, le critère de Nyquist indique que le point (-1) ne doit pas être entouré pour que le système soit stable en boucle fermée. Le critère de Revers découle directement de cette condition.

Un système est stable en boucle fermée si le lieu de Nyquist de la $FTBO$ laisse le point critique d'affixe -1 sur sa gauche lorsque la pulsation augmente de 0 à l'infini.





3. Conditions de stabilité en pratique

Un système à la limite de la stabilité est mal amorti. Son bon fonctionnement n'est pas assuré car une faible modification de ses caractéristiques peut le rendre instable.

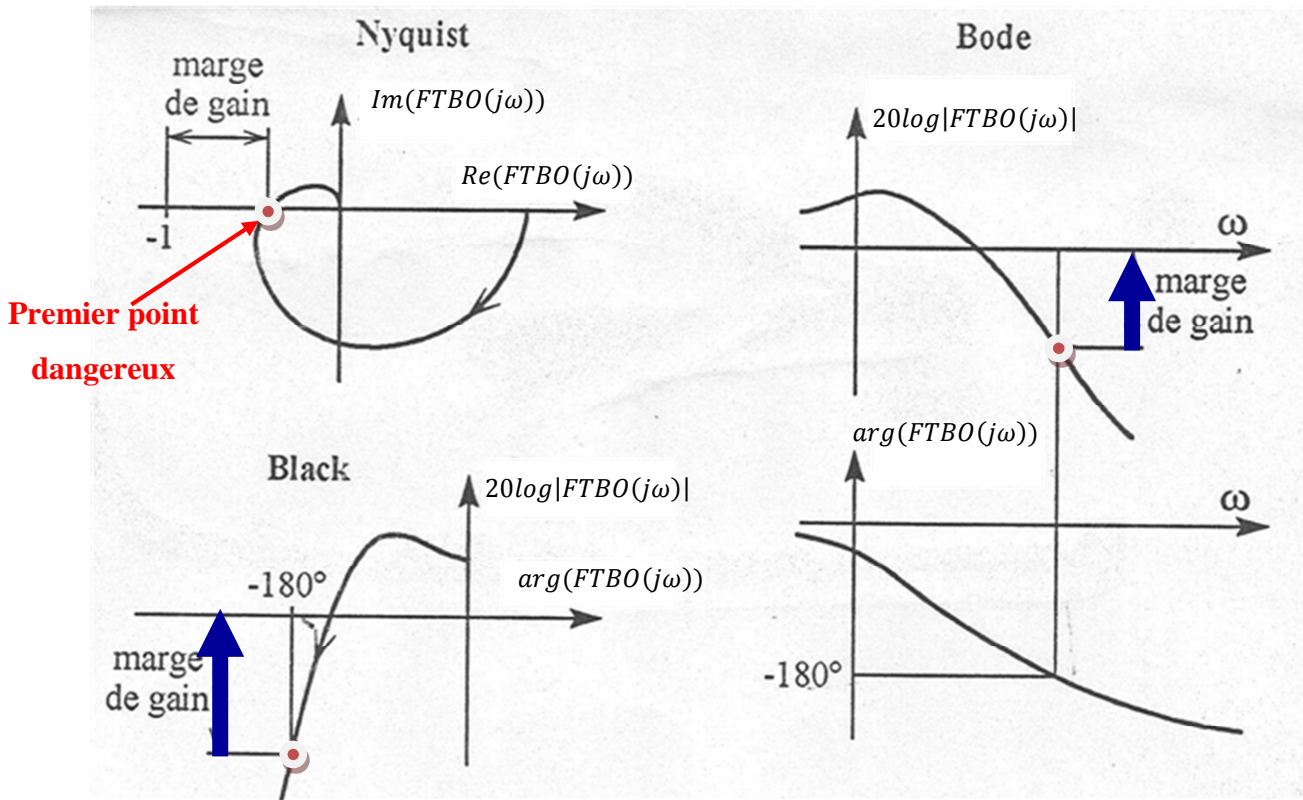
Les lieux des fonctions de transfert peuvent être obtenus par modélisation ou expérimentalement. Quels que soit la méthode utilisée, ces lieux ne sont pas connus de manière exacte.

Ces raisons expliquent qu'en pratique on ne se contente pas de réaliser un système théoriquement stable. On assure la stabilité d'un système en prenant des marges de sécurité. Ces marges se traduisent par une distance à respecter entre le lieu de la fonction de transfert en boucle ouverte et le point critique d'affixe -1.

Marge de gain

L'affixe du point critique a pour module 1 et pour argument -180° . Lorsque l'on se fixe une marge de gain, on se donne une distance à respecter entre le point de la fonction de transfert en boucle ouverte pour lequel la phase vaut -180° et point critique d'affixe -1. Une valeur de la marge de gain couramment utilisée est 10dB.

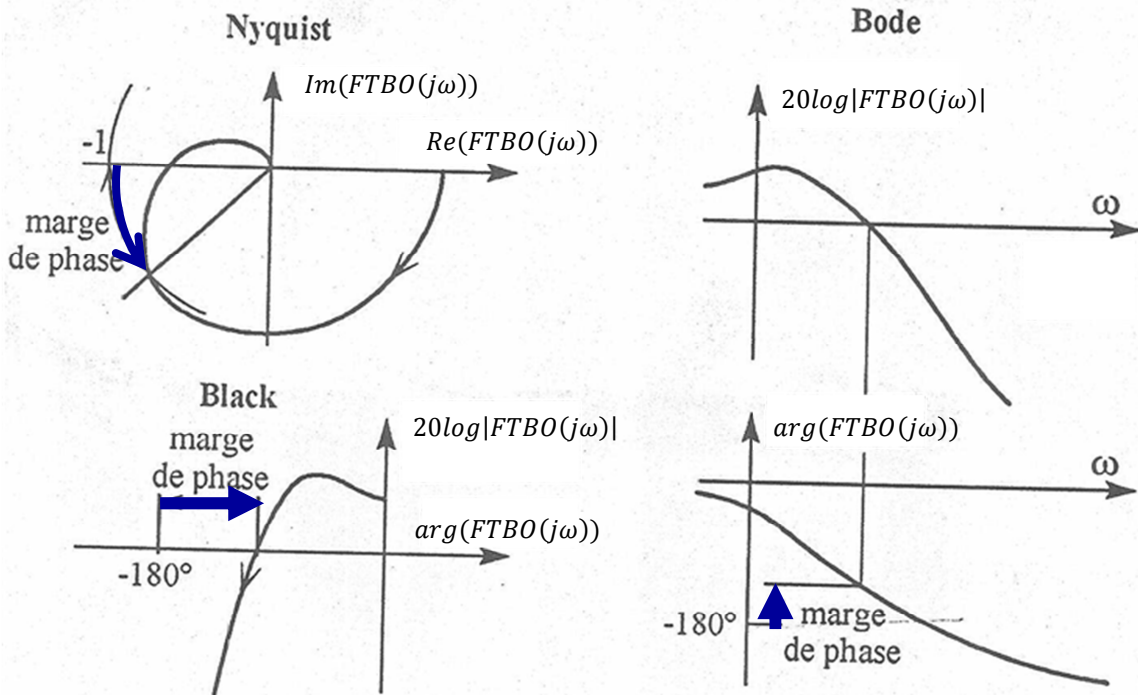




$$MG = -20\log|FTBO(j\omega_1)| \text{ avec } \arg(FTBO(j\omega_1)) = -180^\circ$$

Marge de phase

La marge de phase est la différence de phase entre la phase du point de la FTBO de module 1 et la phase du point critique -180° . On utilise couramment une marge de phase de 45° qui garantit un fonctionnement correct de la plupart des systèmes.



$$M\phi = 180^\circ + \arg(FTBO(j\omega_2)) \text{ avec } |FTBO(j\omega_2)| = 1$$

Exercices :

Objectifs :

Maitriser les outils d'étude de la stabilité des systèmes asservis.

Exercice 1 :

Un asservissement à retour unitaire est défini par la fonction de transfert en chaîne directe :

$$H_{BO} = \frac{3K}{p(1+p)(3+p)}$$

- Déterminer avec le critère de Routh les conditions sur K pour que le système soit stable
- Déterminer la stabilité théorique des fonctions de transfert suivantes en boucle ouverte (avec retour unitaire) en utilisant le critère de Routh.

$$H_{1BO} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

$$H_{2BO} = \frac{K}{2 + ap + p^2}$$

Exercice 2

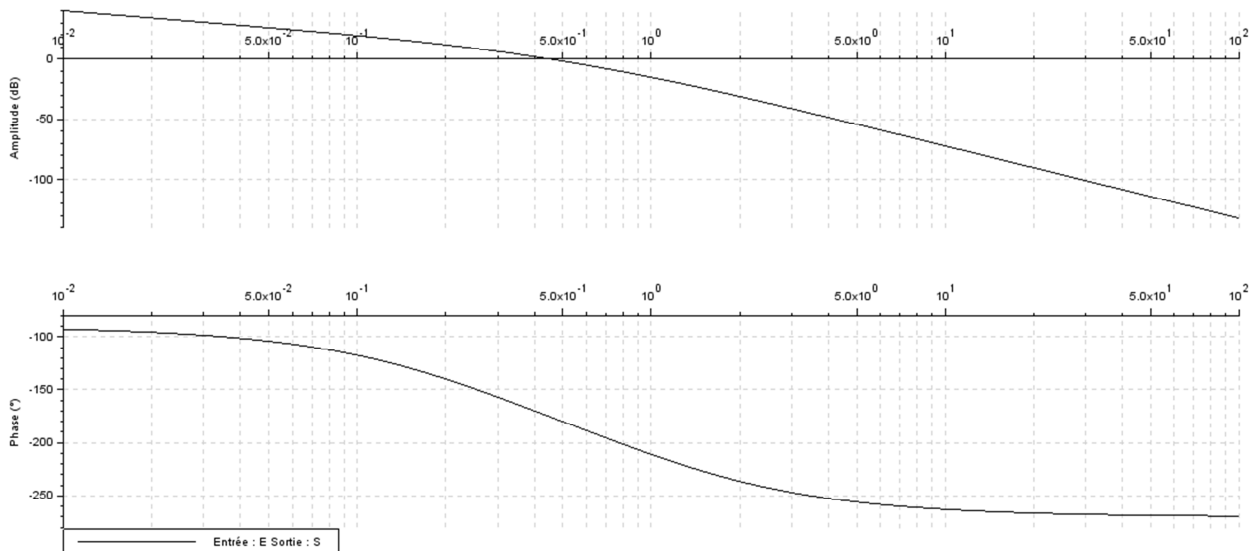
Un asservissement à retour unitaire est défini par la fonction de transfert en chaîne directe :

$$H_{BO} = \frac{K}{p(1 + 0,1p)(1 + 4p)}$$

(On donne ci-dessous le diagramme de Bode de cette fonction de transfert en boucle ouverte pour K= 1)

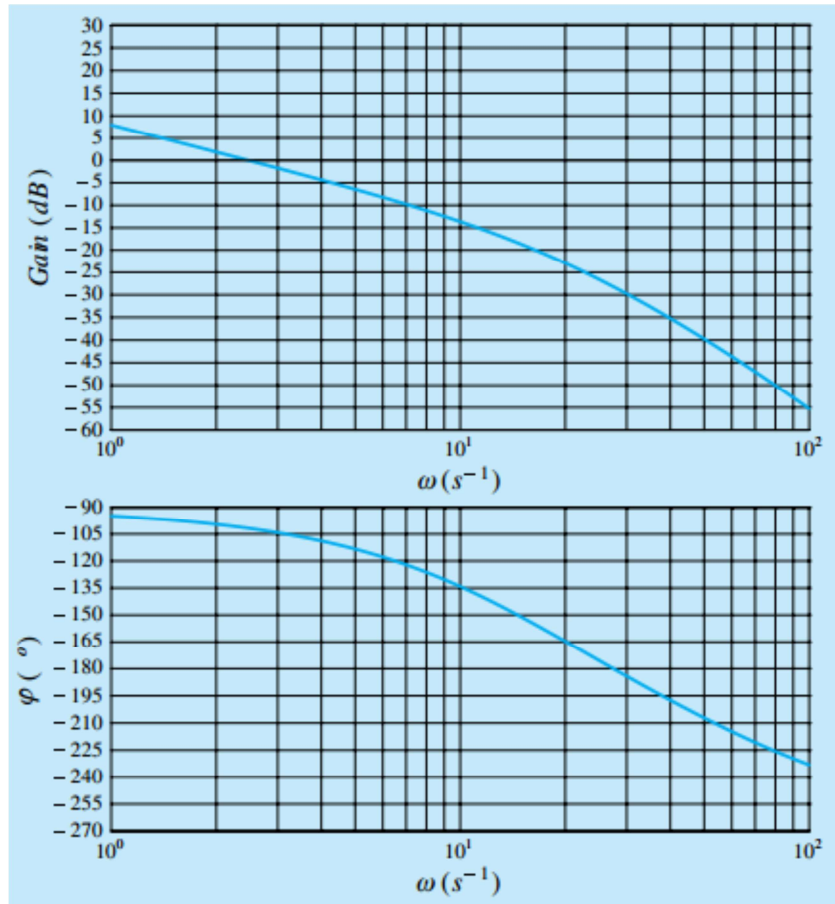
1. Calculer la valeur limite de K par le critère de Routh afin d'obtenir la limite de stabilité en BF.
2. Même question, mais en utilisant les diagrammes de Bode.

Toujours en utilisant Bode, déterminer K pour obtenir une marge de phase de 45°.



Exercice 3 :

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés sur la figure ci-dessous.



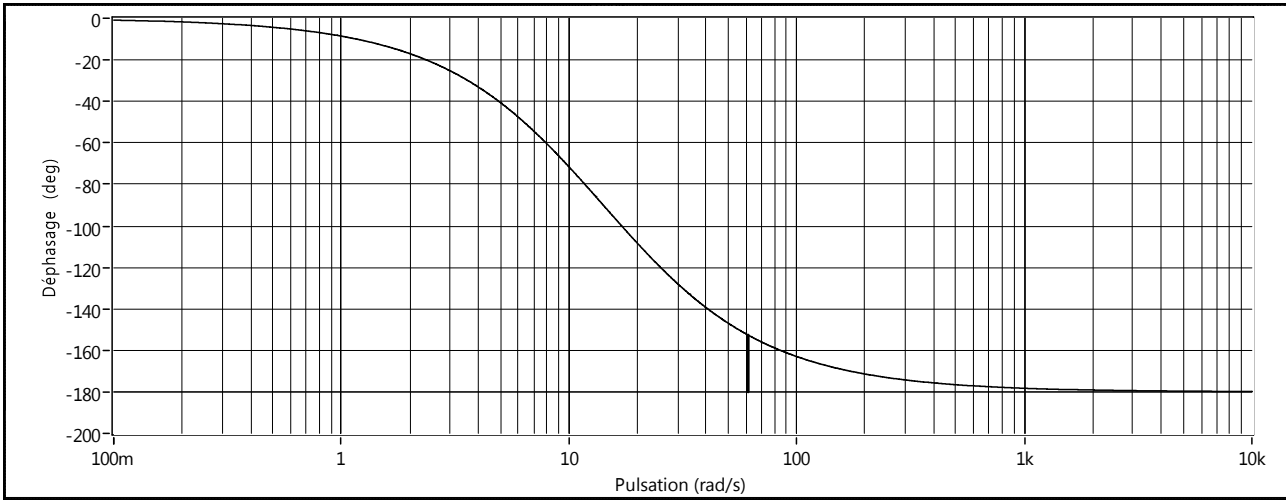
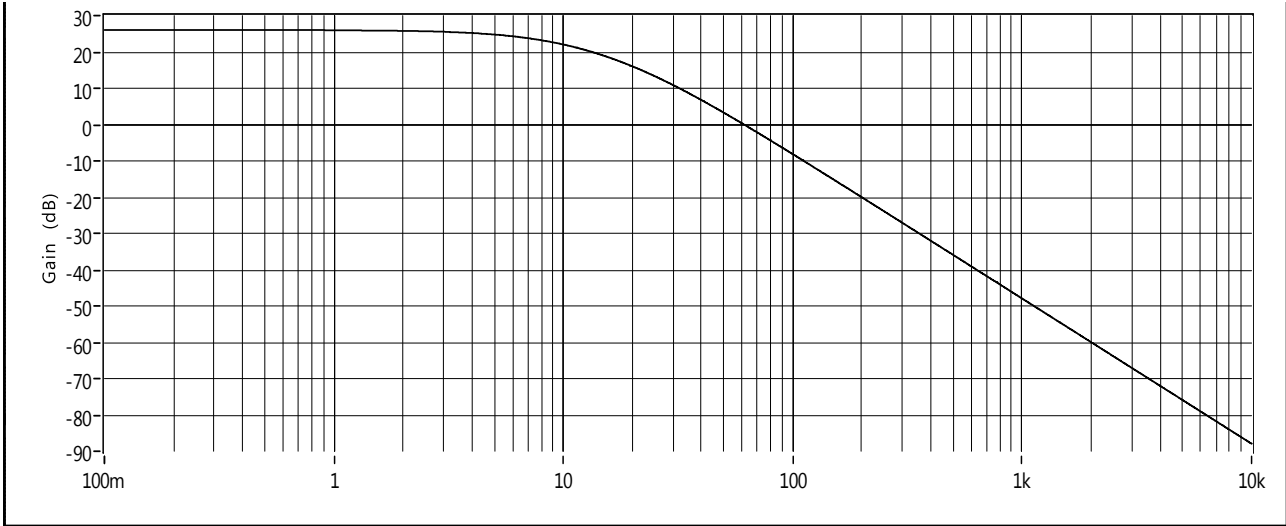
1. Tracer le schéma-bloc du système.
2. Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.
3. On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K_p le gain de ce correcteur.
 - Déterminer la valeur de K_p permettant d'obtenir une marge de gain $MG=12$ dB.
 - Déterminer la nouvelle marge de phase du système.
 - Conclure quant à la stabilité du système.
4. En précisant la méthode permettant de le calculer, déterminer l'écart statique ε_s du système corrigé pour une entrée indicielle.

Exercice 4 :

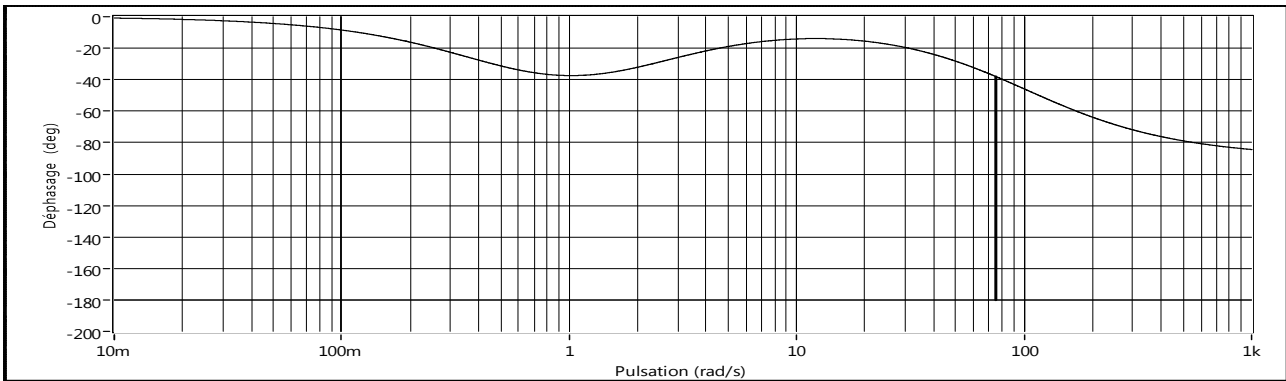
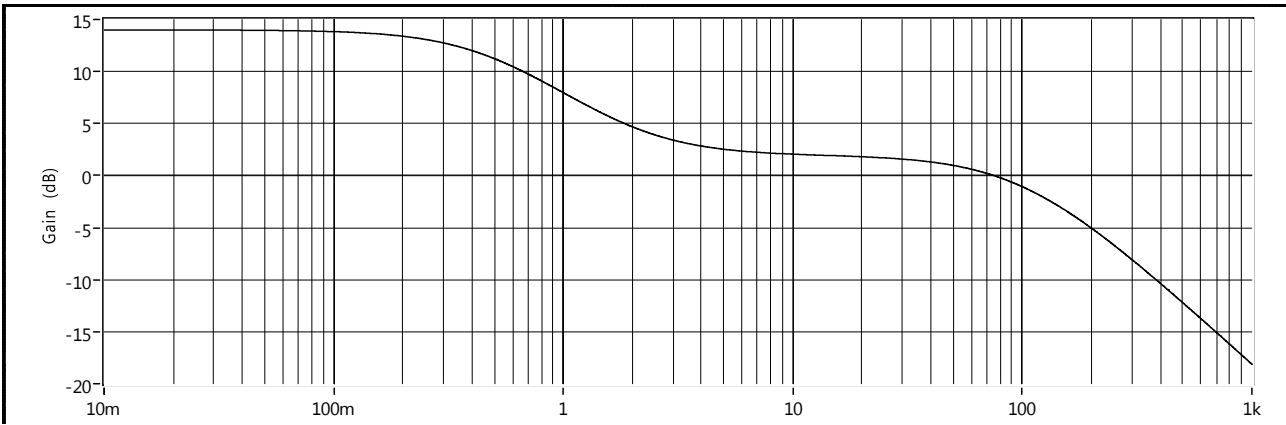
On donne ci-dessous les tracés réels pour 4 fonctions de transfert en boucle ouverte à retour unitaire. On demande d'étudier la stabilité graphiquement.

$$H(p) = \frac{20}{(1 + 0,1p)(1 + 0,05p)}$$

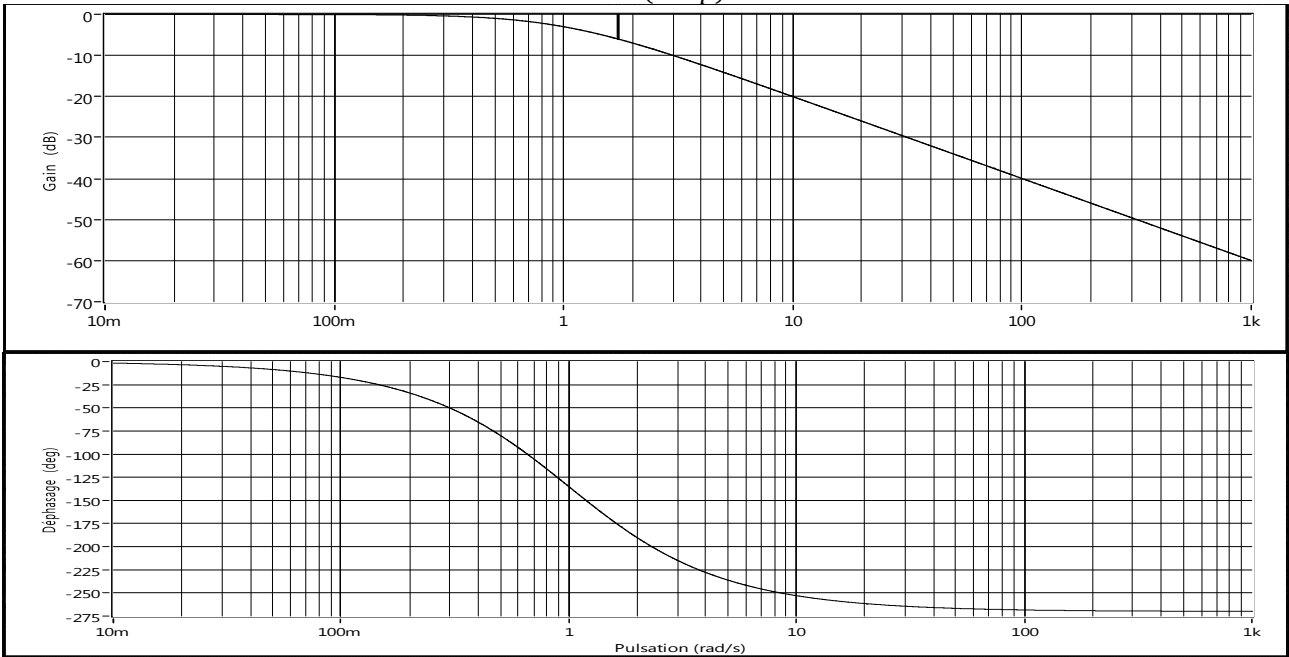




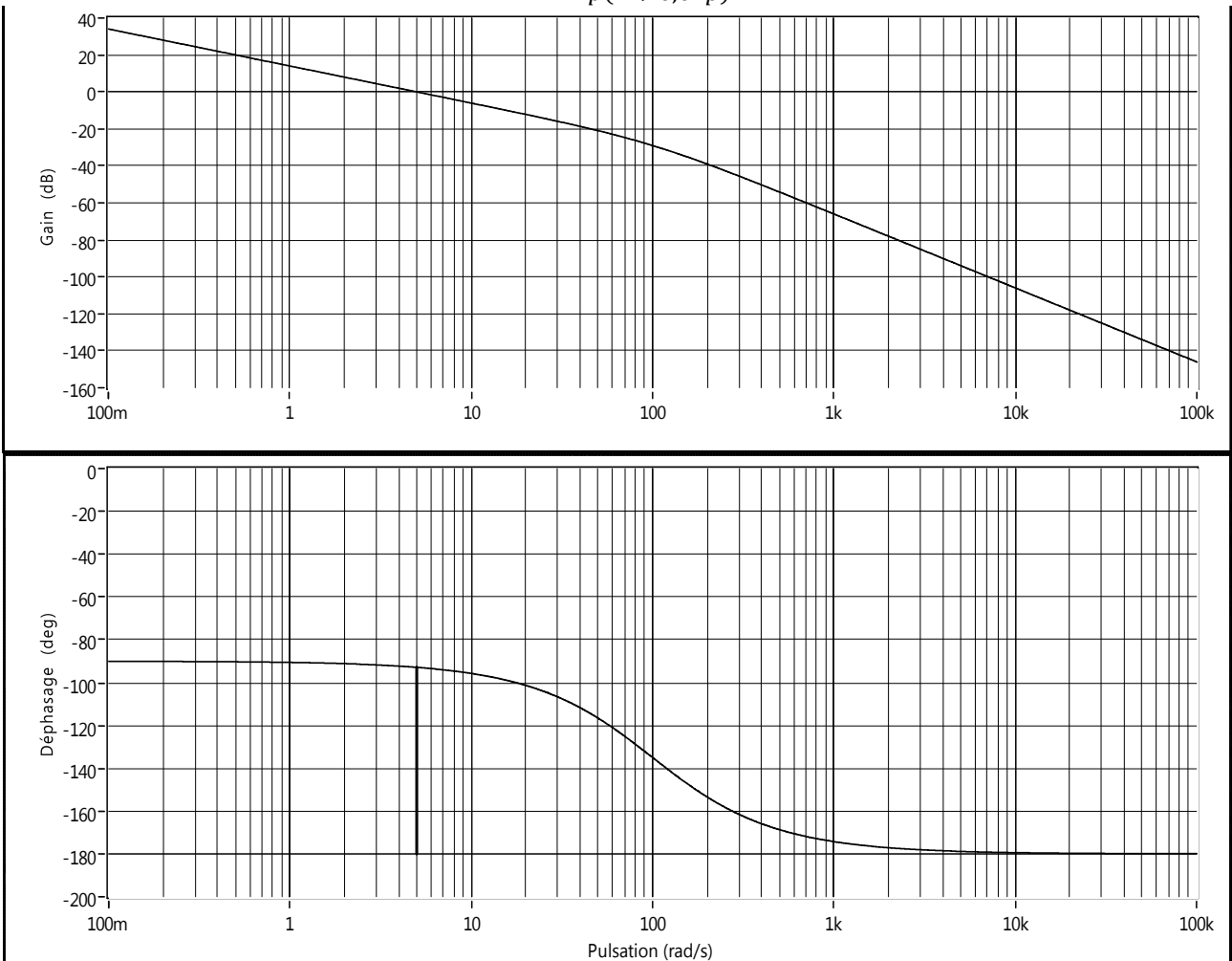
$$H(p) = \frac{5(1 + 0,5p)}{(1 + 2p)(1 + 0,01p)}$$



$$H(p) = \frac{(1 - p)}{(1 + p)^2}$$



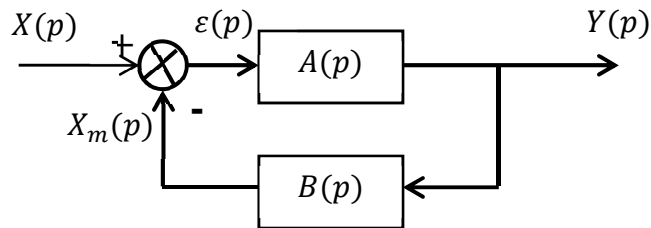
$$H(p) = \frac{5}{p(1 + 0,01p)}$$



Précision des systèmes asservis

Introduction :

Un système est précis si la sortie suit l'entrée en toutes circonstances. Considérons un système modélisé par le schéma bloc :



Erreurs d'un système asservi :

Soit $\varepsilon(p) = X(p) - X_m(p)$: plus cet écart est petit, plus le système est précis.

L'analyse du schéma bloc défini ci-dessus donne :

$$Y(p) = \frac{A(p)X(p)}{1 + A(p)B(p)}$$

$$X_m(p) = B(p)Y(p)$$

$$\varepsilon(p) = X(p) - X_m(p) = X(p) - B(p)Y(p) = \frac{X(p)}{1 + A(p)B(p)}$$

Soit finalement : $\varepsilon(p) = \frac{X(p)}{1 + A(p)B(p)}$

L'erreur en régime permanent est :

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pX(p)}{1 + A(p)B(p)}$$

Or $FTBO(p) = A(p)B(p) \rightarrow \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pX(p)}{1 + FTBO(p)}$

L'objectif de cette étude est de déterminer l'erreur en régime permanent dans le cas où $x(t)$ prend la forme de :

- Echelon (erreur indicielle, erreur statique, erreur de position)
- Rampe (erreur de trainage, erreur de vitesse, erreur de poursuite)
- Parabole (erreur d'accélération)

2.1. Erreur statique : $x(t) = au(t)$

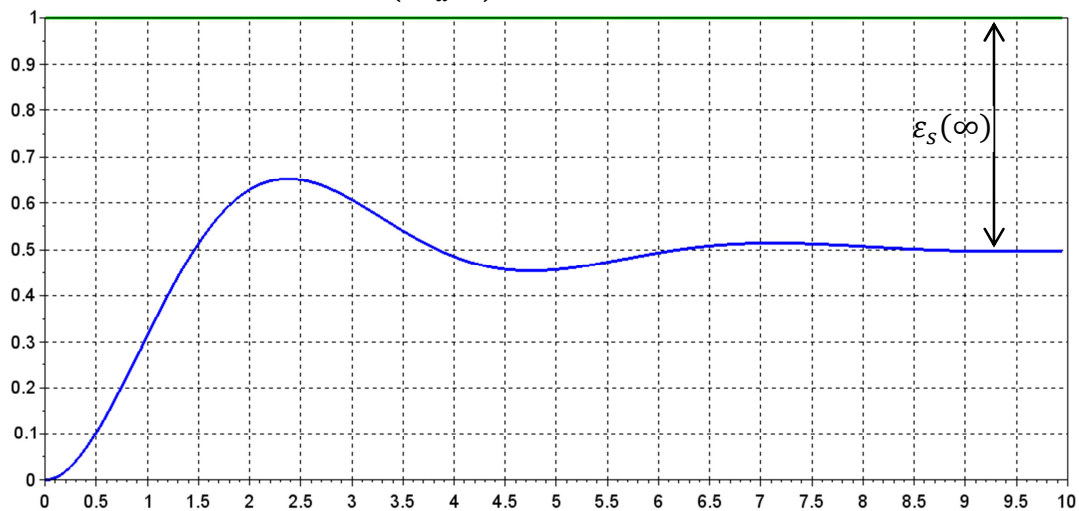
$$X(p) = \frac{a}{p} \Rightarrow \varepsilon_s(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{1 + FTBO(p)}$$

La figure suivante présente l'erreur statique lors d'une réponse indicielle unitaire d'un système dont sa fonction de transfert est donnée par :



$$H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$$

Dans ce cas, $\varepsilon_s(\infty) = 0,5$, $\varepsilon_s(\%) = 100 \left(\frac{a-y(\infty)}{a} \right) = 50\%$

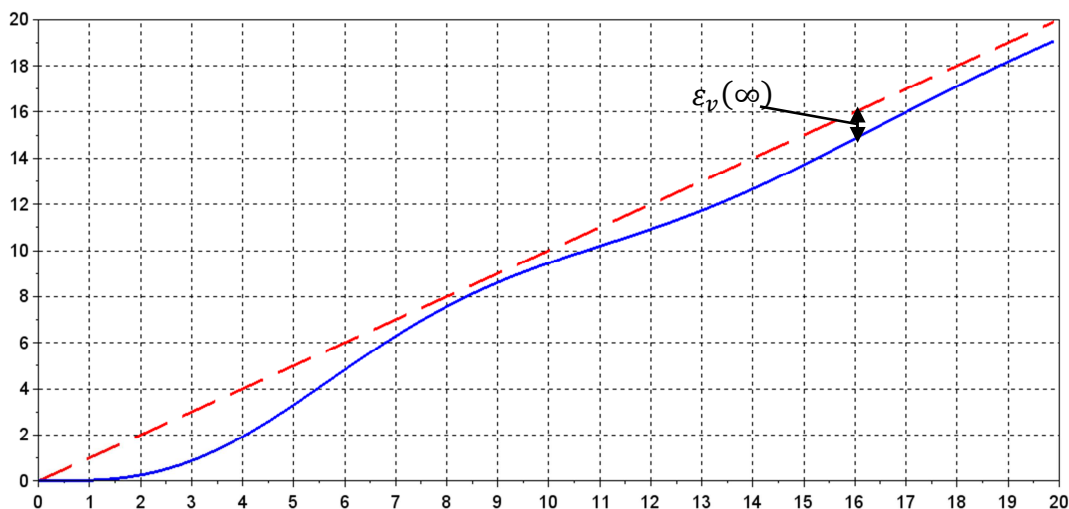


2.2. Erreur de vitesse : $x(t) = atu(t)$

$$X(p) = \frac{a}{p^2} \Rightarrow \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p(1 + FTBO(p))}$$

La figure suivante présente l'erreur de vitesse lors d'une réponse à une rampe de pente 1 d'un système de fonction de transfert donnée par :

$$H(p) = \frac{1}{p(1 + 3p + p^2)}$$



2.3. Erreur d'accélération : $x(t) = at^2u(t)$

$$X(p) = \frac{2a}{p^3} \Rightarrow \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{2a}{p^2(1 + FTBO(p))}$$

2.4. Erreur en fonction de la classe du système

L'erreur peut être calculée à partir de la classe du système en boucle ouverte. En effet, la FTBO(p) peut se mettre sous la forme suivante :

$$FTBO(p) = \frac{K_{bo}}{p^\alpha} \times \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + 1}$$

Avec :

- K_{bo} : Gain de la FTBO
- α : Classe du système

Exemple :

Soient les fonctions de transfert en boucles ouvertes de deux systèmes différents. Déterminer la classe de chaque système.

- $FTBO(p) = \frac{1}{1+p+p^2} \rightarrow$ Système de classe 0 (Le diagramme de bode présente une asymptote horizontale pour les faibles fréquences)
- $FTBO(p) = \frac{1}{p(1+p+p^2)} \rightarrow$ Système de classe 1 (Le diagramme de bode présente une asymptote de pente -20dB/décade pour les faibles fréquences)

Il est à noter que la FTBO(p) est équivalente au voisinage de zéro à :

$$FTBO(p) \approx \frac{K_{bo}}{p^\alpha}$$

Le tableau suivant résume, en fonction de la classe du système, les erreurs : statique, de vitesse et d'accélération.

	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
Erreur statique	$\frac{a}{1 + K_{bo}}$	0	0
Erreur de vitesse	$+\infty$	$\frac{a}{K_{bo}}$	0
Erreur d'accélération	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{2a}{K_{bo}}$

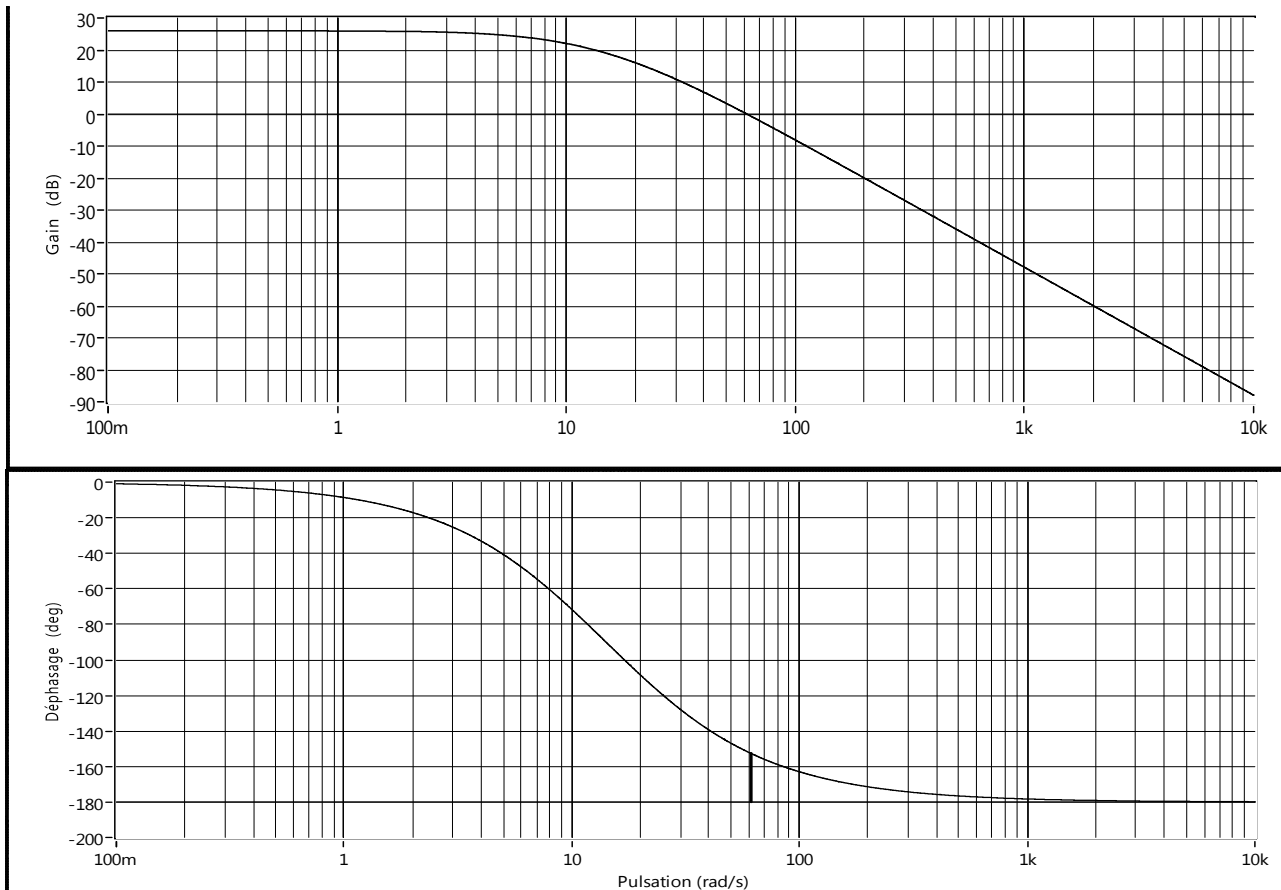
Exercices :

Exercice 1 :

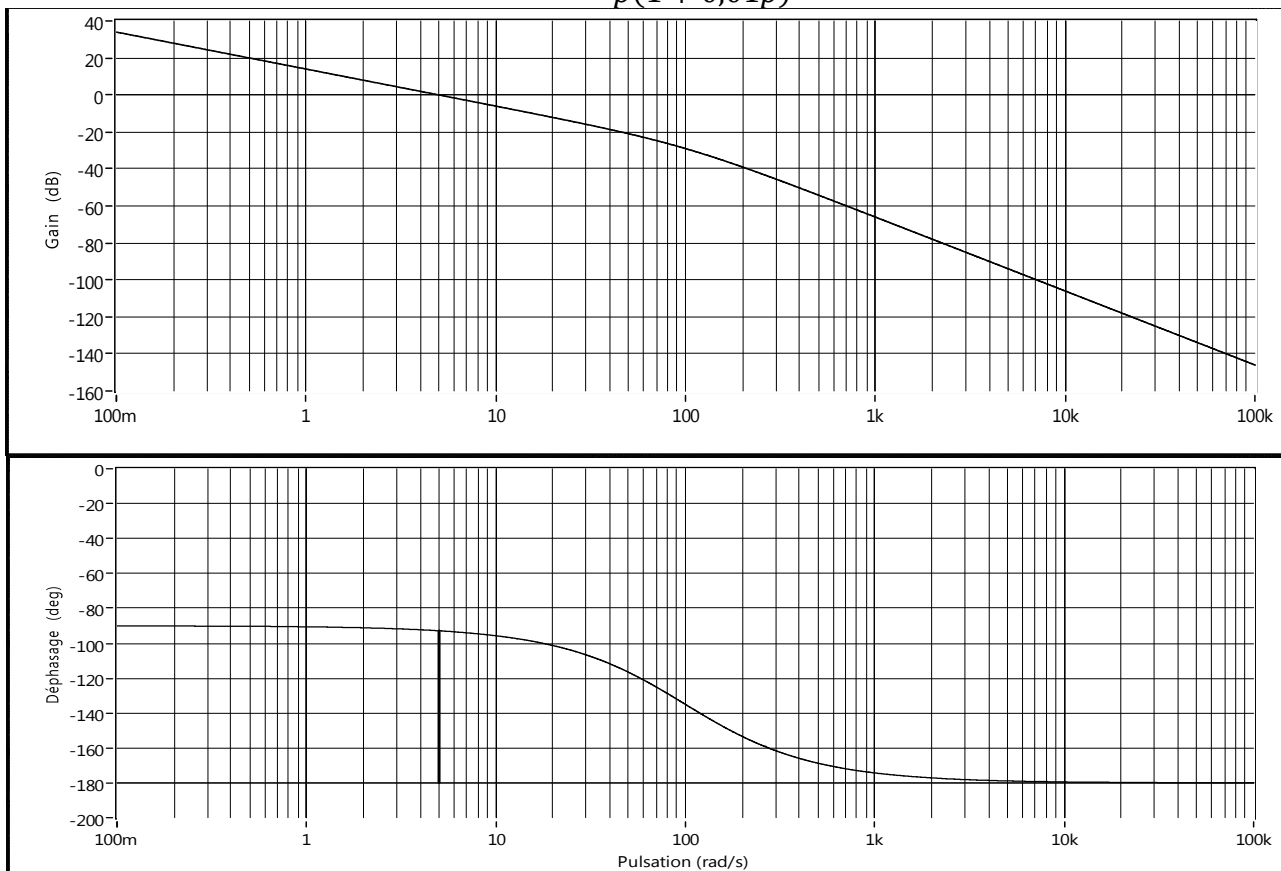
On donne ci-dessous les tracés réels pour 2 fonctions de transfert en boucle ouverte à retour unitaire. On demande d'étudier la précision du système en boucle fermée graphiquement et analytiquement.

$$H(p) = \frac{20}{(1 + 0,1p)(1 + 0,05p)}$$





$$H(p) = \frac{5}{p(1 + 0,01p)}$$



Correction des systèmes asservis

Introduction :

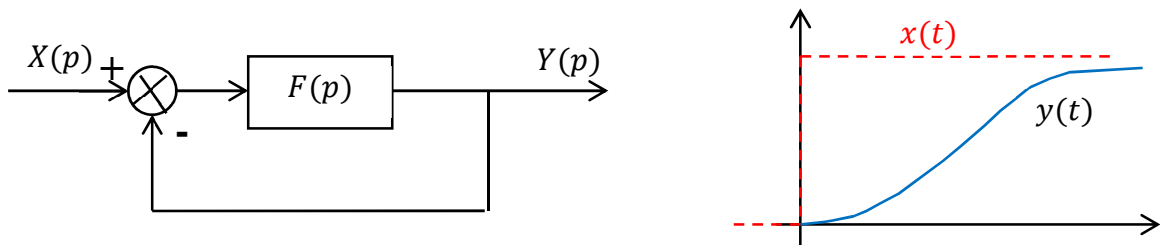
Pour un système asservis, on souhaite :

- Bonne stabilité ;
- Bonne précision ;
- Faible temps de réponse ;

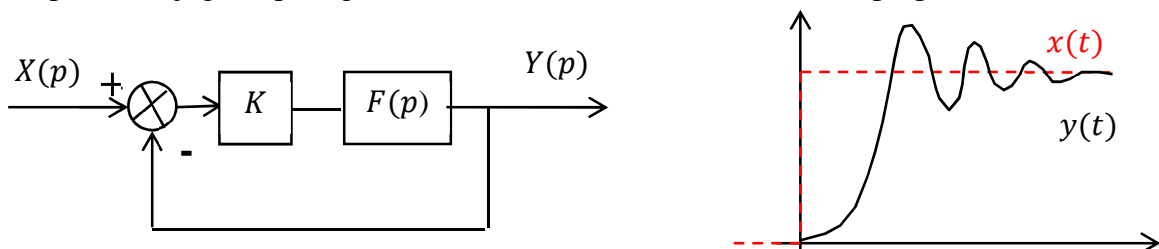
Pour améliorer les performances du système, on modifie la structure de l'asservissement en ajoutant des composants qui vont corriger les signaux transmis entre les différents blocs.

3-1. Correction proportionnelle

Considérons le système asservis suivant :



Le temps de réponse est jugé trop long. Pour le réduire, on utilise le correcteur proportionnel suivant :



3.1.1. Interprétation :

Le temps de réponse est plus faible du fait que l'amplitude du signal d'entrée du bloc $F(p)$ a une amplitude plus grande que précédemment. Ce pendant des oscillations commencent à apparaître. Le système devient moins stable que précédemment.

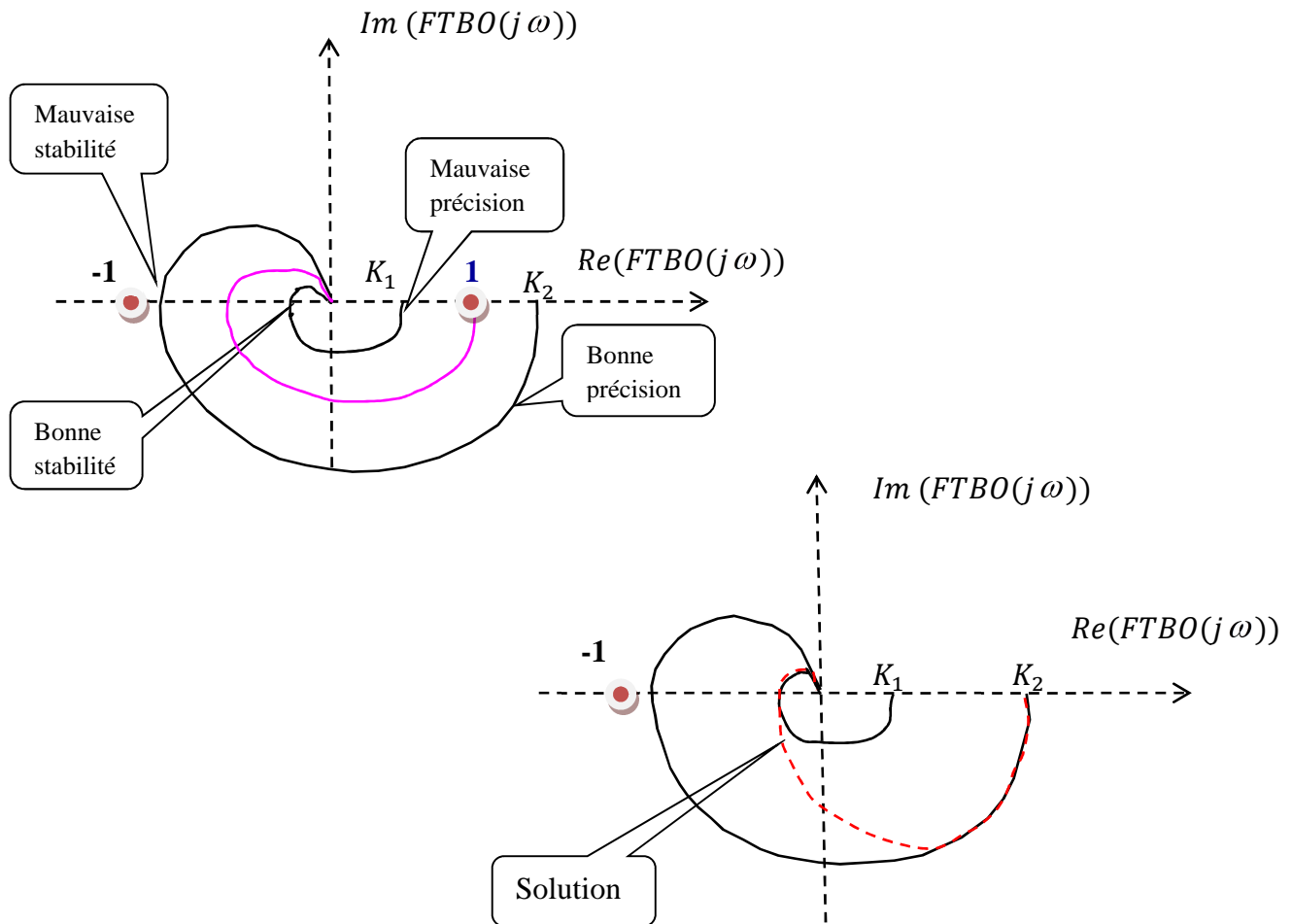
3.1.2. Explication par lieu de Nyquist :

- Pour satisfaire la marge de stabilité, $K = K_1$
- Pour satisfaire le critère de précision (rapidité), $K = K_2$

Le réglage du gain uniquement ne permet pas de satisfaire ces deux critères : marge de stabilité et critère de précision.

La meilleure solution, il faut que la fonction de transfert en boucle ouverte corresponde à $K = K_2$ pour les faibles fréquences et $K = K_1$ pour les hautes fréquences.

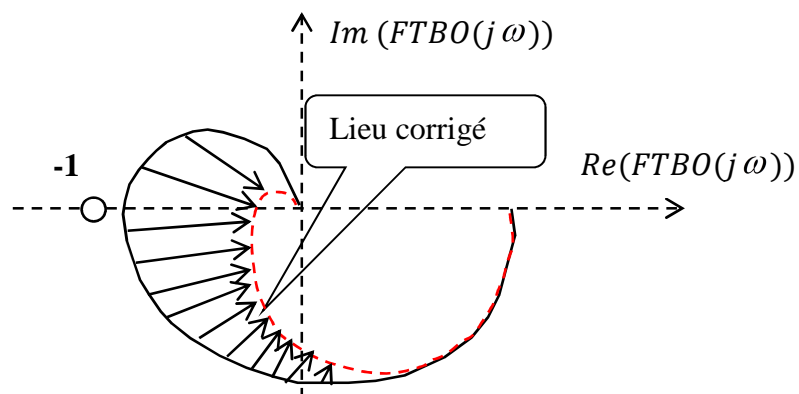




NB : La correction intégrale et dérivée rend service à ce type de problème.

3-2. Correction dérivée

La correction dérivée permet de modifier la fonction de transfert. Ce type de correction n'affecte que la région des pulsations élevées et permet donc d'augmenter la marge de stabilité.

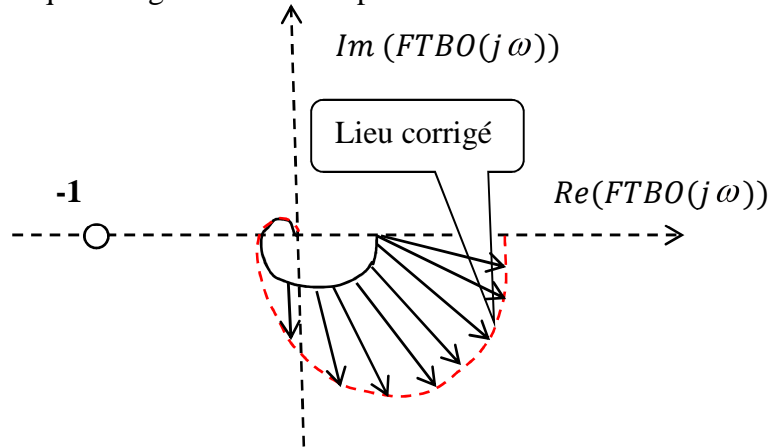


Dans la pratique, on commence par le réglage du gain du système non corrigé conformément au critère de précision, puis le correcteur dérivé est choisi de telle sorte que la marge de gain soit assurée.



3-3. Correction intégrale

Ce type de correction n'affecte que la région des faibles pulsations.

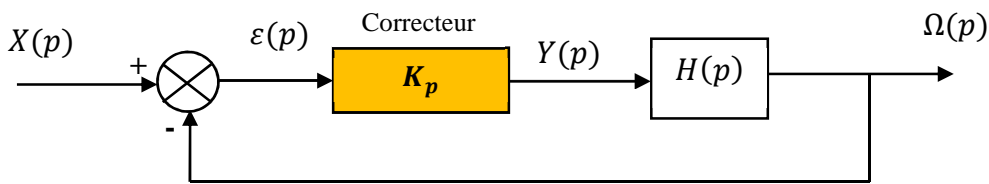


Dans la pratique, on commence par le réglage du système vis à vis la condition de stabilité, puis le correcteur intégrale est choisi afin d'obtenir une précision satisfaisante du système par augmentation du gain pour les faibles pulsations.

Exercices :

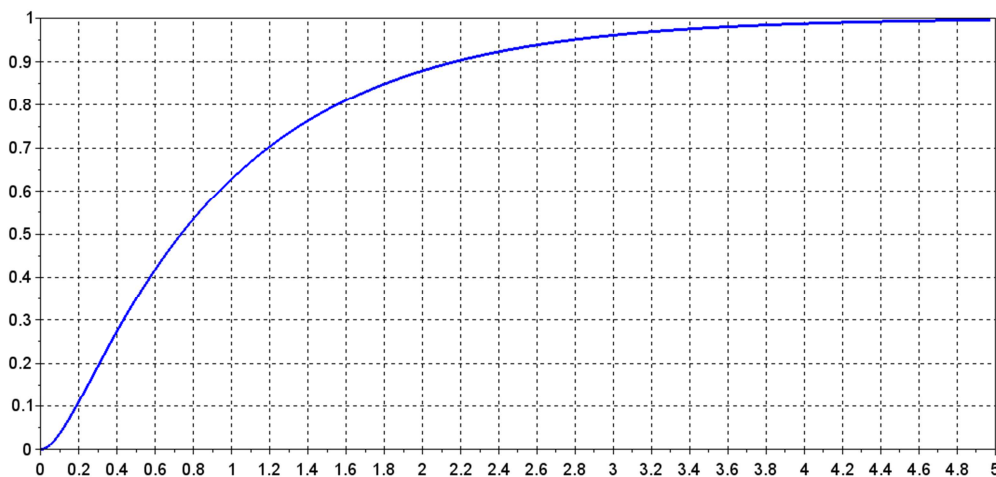
Exercice1 :

Soit le système suivant modélisé par le schéma bloc suivant :



Avec $H(p) = \frac{1}{p(1+0,1p)}$

La figure suivante correspond à la réponse indicielle unitaire du système pour $K_p = 1$.

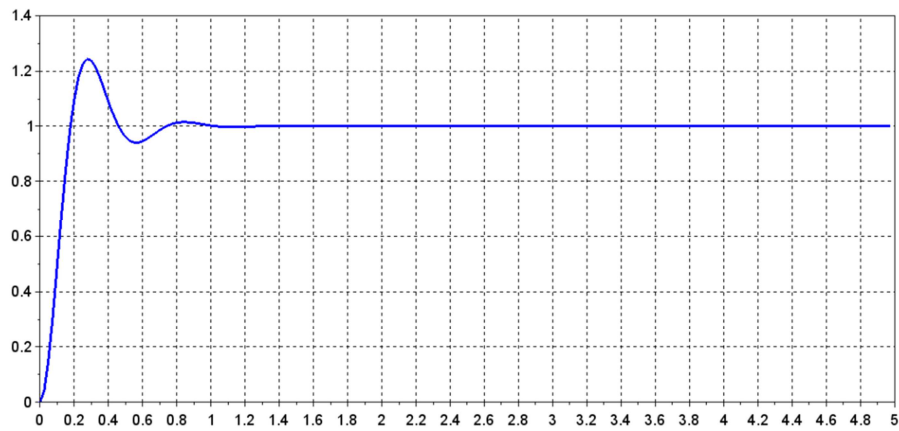


Le cahier des charges impose les critères suivants :

- Temps de réponse à 5% = 0,8s
- Marge de phase $\geq 45^\circ$



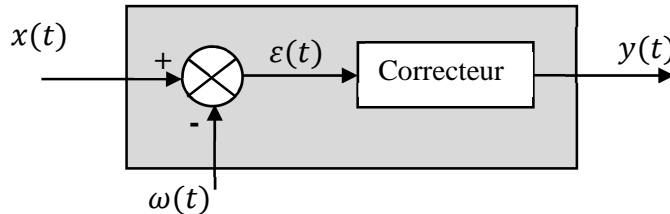
- Erreur statique $\varepsilon_s = 0$
1. Déterminer l'écart statique et le temps de réponse du système. Conclure vis-à-vis les critères imposés par le cahier des charges.
 2. Déterminer la valeur de K_p permettant d'avoir une marge de phase égale à 45° .
 3. La figure suivante correspond à la réponse indicielle unitaire pour $K_p = 15$. Déterminer de nouveau le temps de réponse à 5% et conclure.



Régulateur industriel

1. Introduction

Un régulateur est composé d'un comparateur et d'un correcteur (figure suivante). La loi qui permet d'élaborer le signal de commande dépend de la structure interne du correcteur.



Avec :

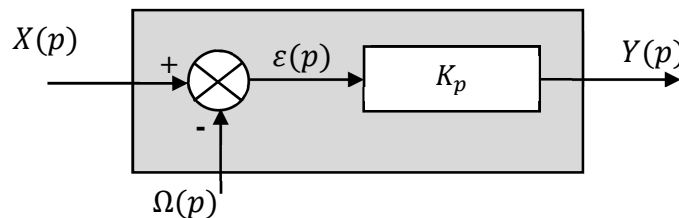
- $x(t)$: consigne
- $\omega(t)$: mesure
- $\varepsilon(t) = x(t) - \omega(t)$: écart
- $y(t)$: commande du procédé (non représenté)

2. Actions élémentaires

2.1. Action proportionnelle

Equation temporelle : $y(t) = K_p \varepsilon(t)$ avec K_p : gain

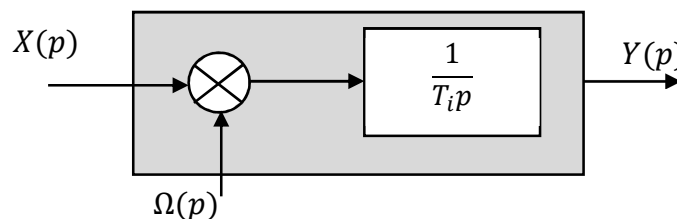
Fonction de transfert : $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = K_p$



2.2. Action intégrale

Equation temporelle : $y(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt$ avec T_i : constante de temps d'action d'intégration

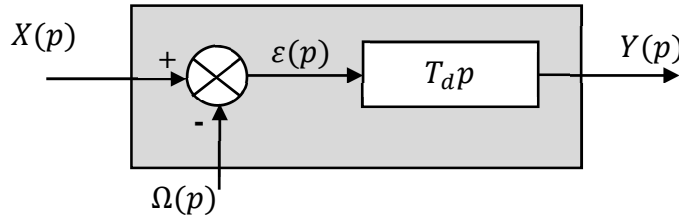
Fonction de transfert : $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{T_i p}$



2.3. Action dérivée

Equation temporelle : $y(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$ avec T_d : constante d'action d'intégration

Fonction d transfert : $C(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = T_d p$

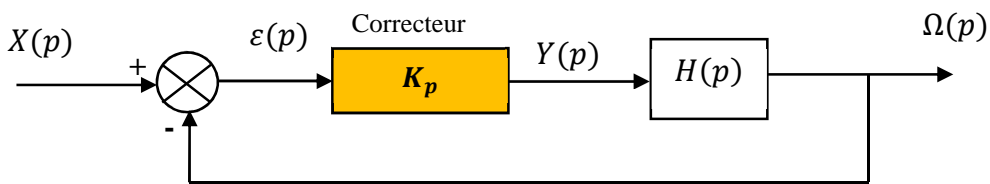


3. Différents types de correcteurs

On distingue :

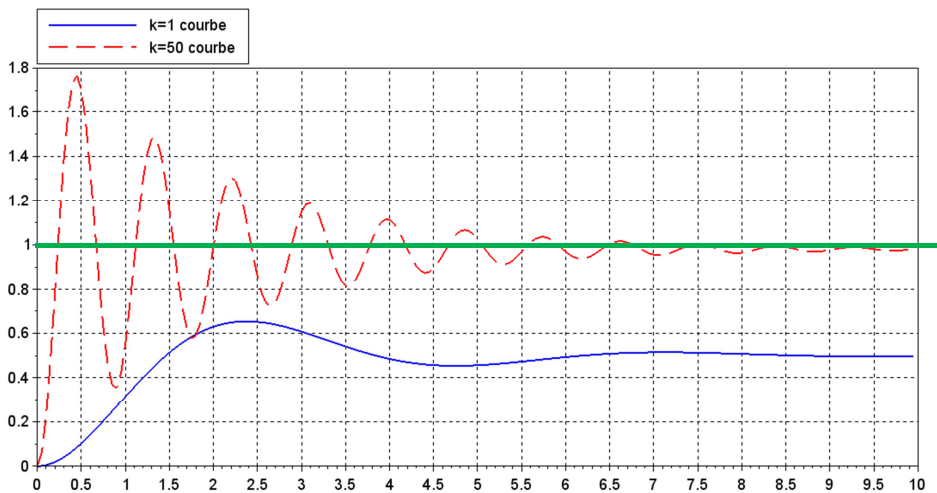
- les correcteurs de type proportionnel : P
- les correcteurs de type proportionnel-intégral: P-I
- les correcteurs de type proportionnel -dérivé: P-D
- les correcteurs de type proportionnel-intégral-dérivé : P-I-D.

3.1. Correcteur proportionnel



Prenons $H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$

La figure suivante présente la réponse indicielle unitaire pour deux valeurs de K_p . Pour $K_p = 1$, le système est plus stable (faible oscillation) mais moins précis (écart statique important). En prenant $K_p = 50$, le système devient moins stable mais plus précis. Assurer simultanément la stabilité et la précision avec la correction à action proportionnelle est difficile.



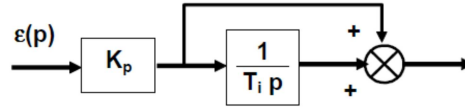
3.2. Correcteur proportionnel-Intégral (PI)

La fonction de transfert de ce correcteur est donnée par :

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \frac{K_p(1 + T_i p)}{T_i p}$$

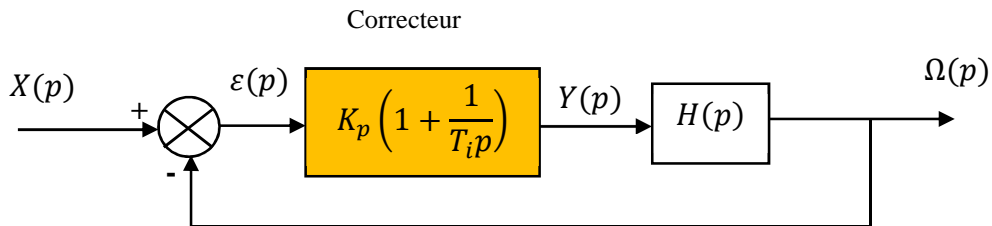
Avec :

K_p : Gain réglable

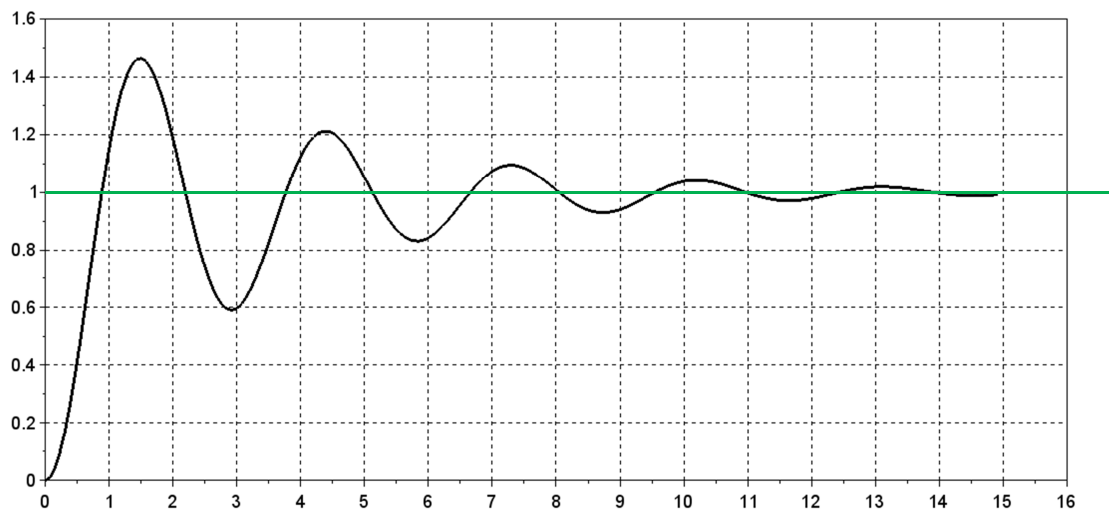


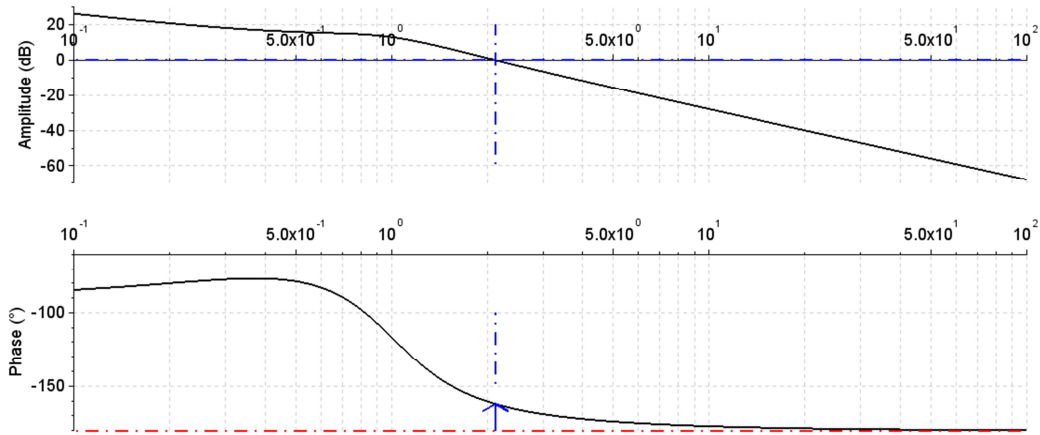
T_i : Constante de temps réglable

La figure suivante représente une chaîne d'asservissement en utilisant un correcteur PI. Prenons la même fonction de transfert que précédemment $H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$.



1. Etudier la stabilité en fonction de K_p et T_i (critère de Routh)
2. Les figures suivantes représentent la réponse indicielle unitaire du système corrigé et le diagramme de bode de la FTBO ($K_p = 4$ et $T_i = 2s$). Interpréter vis-à-vis les performances du système.





3.3. Correcteur proportionnel-Dérivé (PD)

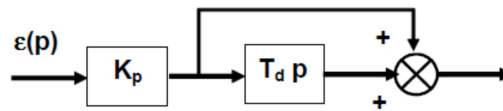
La fonction de transfert de ce correcteur est donnée par :

$$C(p) = K_p(1 + T_d p)$$

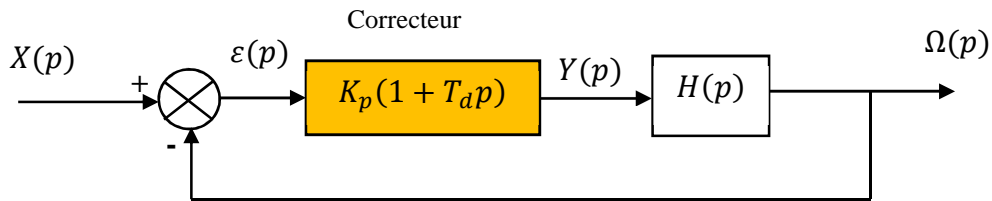
Avec :

K_p : Gain réglable

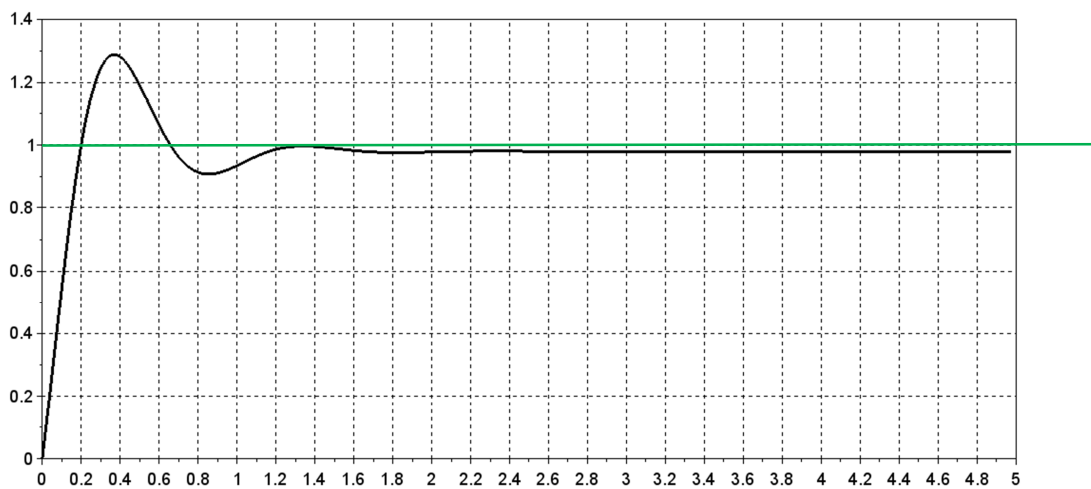
T_d : Constante de temps réglable

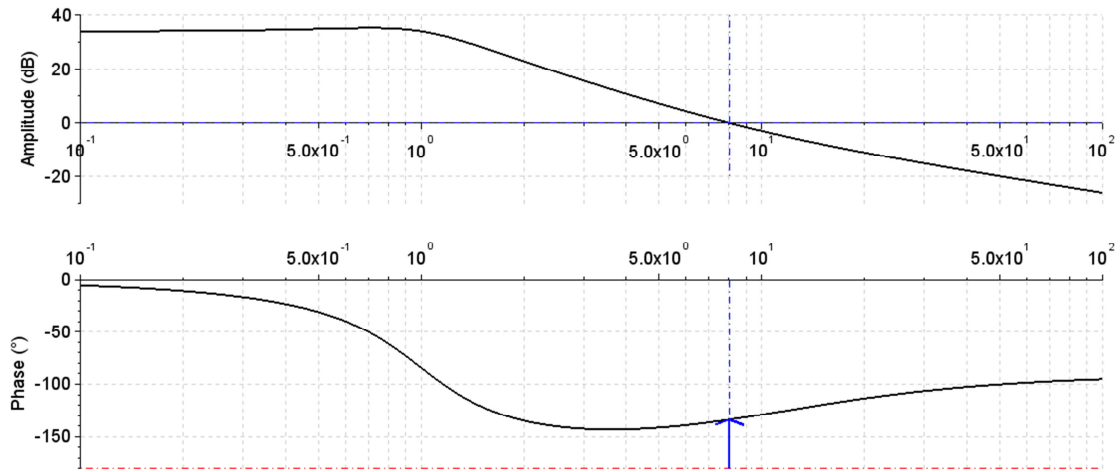


La figure suivante représente une chaîne d'asservissement en utilisant un correcteur PI. Prenons la même fonction de transfert que précédemment $H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$.



1. Etudier la stabilité en fonction de K_p et T_d (critère de Routh)
2. Les figures suivantes représentent la réponse indicielle unitaire du système corrigé et le diagramme de bode de la FTBO ($K_p = 50$ et $T_d = 0,1s$). Interpréter vis-à-vis les performances du système.

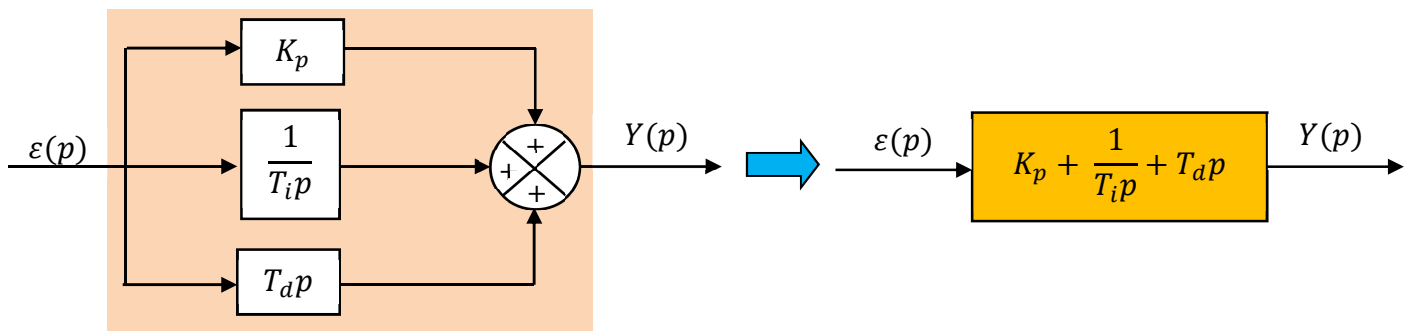




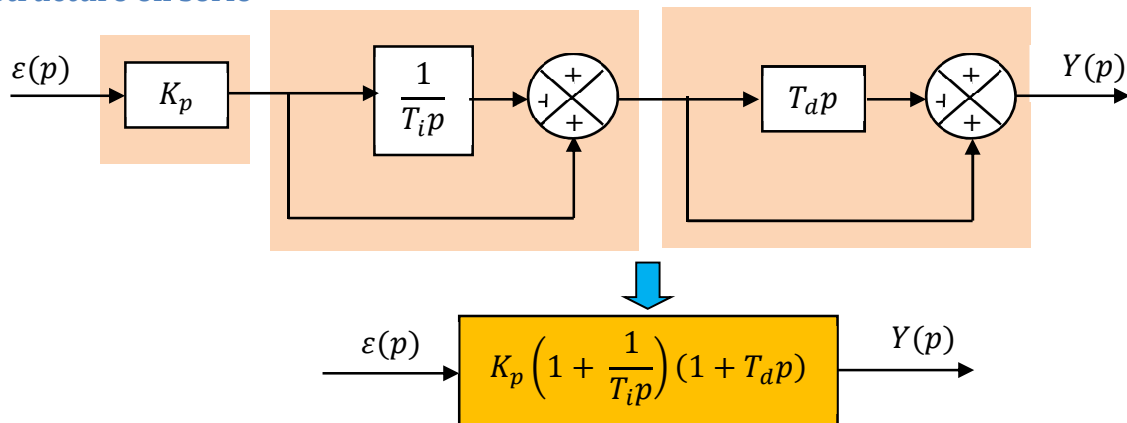
3.4. Correcteur proportionnel-Intégral-Dérivé (PID)

Les actions élémentaires peuvent être associées de plusieurs façons.

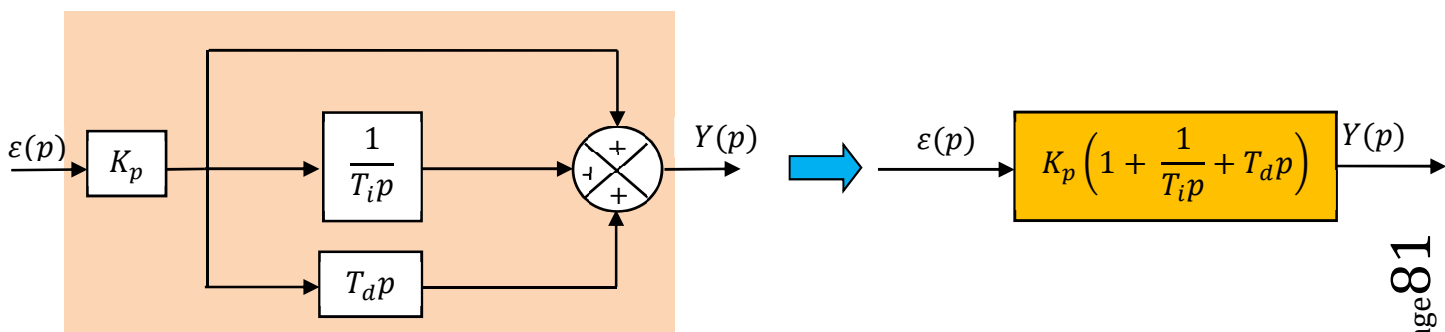
3.4.1. Structure en parallèle



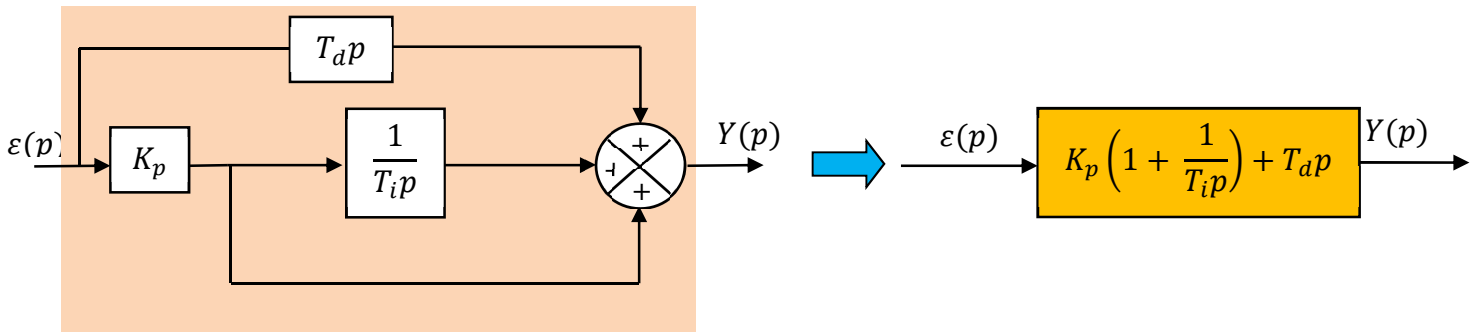
3.4.2. Structure en série



3.4.3. Structure mixte (variante 1)



3.4.4. Structure mixte (variante 2)



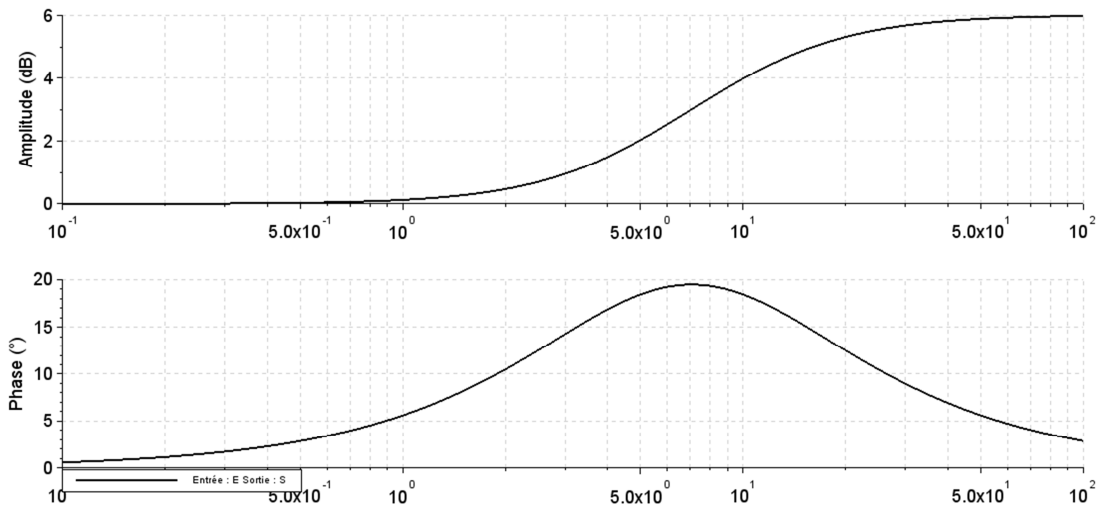
3.5. Correcteur à avance de phase

Un correcteur à avance de phase est de la forme :

$$C(p) = \frac{1+a\tau p}{1+\tau p} \text{ avec } a>1$$

L'intérêt de ce type de correcteur est de peu modifier le comportement du système aux basses et hautes fréquences mais de rajouter une phase positive autour du point critique de fonctionnement (résonance). Il permet d'améliorer la stabilité sans changer les autres paramètres.

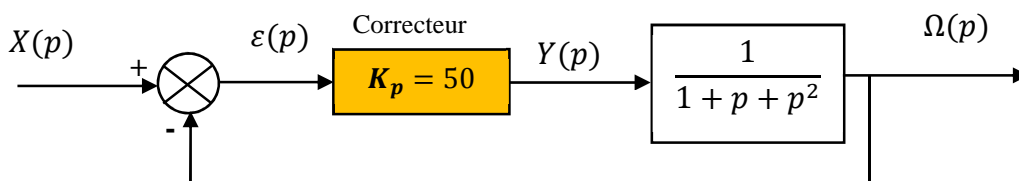
La figure suivante représente le diagramme de bode de ce type de correcteur pour $a=2$ et $\tau = 0,1s$.



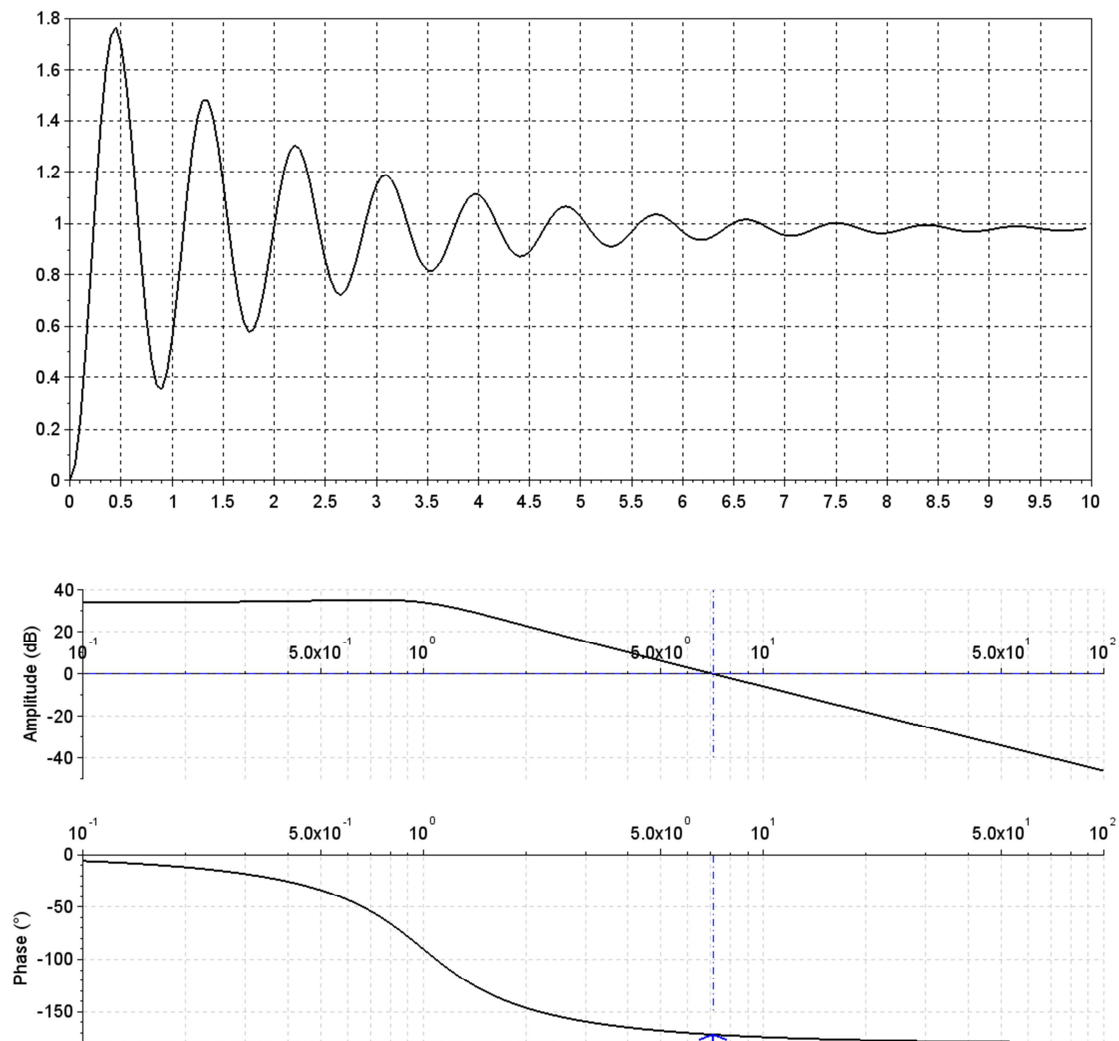
Le déphasage maximal est obtenu pour la pulsation : $\omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$

Le déphasage maximal correspond à : $\sin \varphi_m = \frac{a-1}{a+1}$

Reprenons le même exemple traité précédemment et présenté par la figure suivante :



Les figures suivantes présentent respectivement la réponse indicielle unitaire du système et le diagramme de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte. On remarque que le système est mal amorti (marge de phase très faible et réponse temporelle présente plusieurs oscillations). La pulsation pour laquelle le gain s'annule est de l'ordre de $\omega_m = 7rad/s$.



La valeur de $\omega_m = 7rad/s$ est utile pour le calcul des paramètres du correcteur à avance de phase dont la fonction de transfert est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$$

Si nous voulons une marge de phase de 45° . Nous supposons $\varphi_m = 45^\circ$

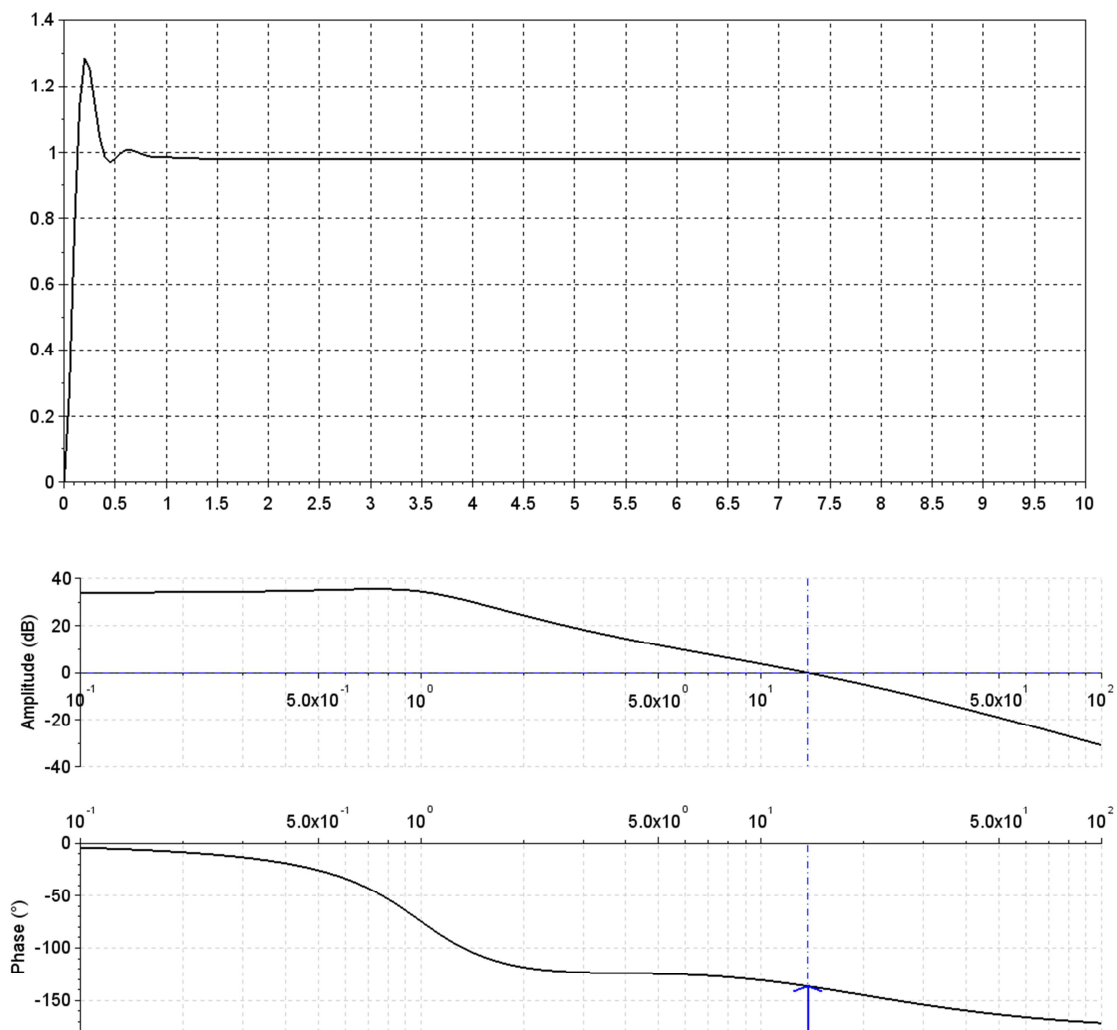
$$\begin{cases} 7 = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \\ \sin \varphi_m = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a - 1}{a + 1} \end{cases}$$

Soient : $a=5,835$ et $\tau = 0,059s$

$$C(p) = \frac{1 + 0,344p}{1 + 0,059p}$$



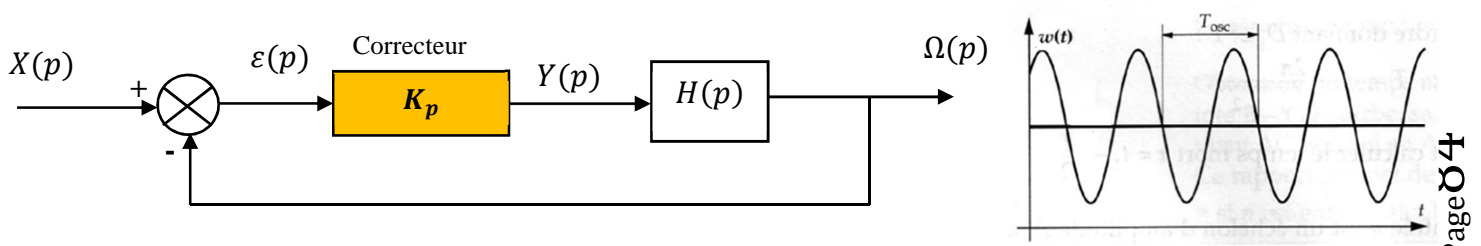
Les figures suivantes correspondent respectivement à la réponse indicielle unitaire et au diagramme de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte. On remarque que la marge de phase est $> 45^\circ$ et le système devient plus stable.



4. Réglage du PID par la méthode de Ziegler et Nichols

Cette méthode, mise au point en 1942, est la plus connue des méthodes pratiques de réglage des boucles de régulation. Elle s'applique à un procédé à condition qu'il soit possible de le mettre en pompage (oscillations juste entretenues).

Après avoir porté la mesure près du point de consigne désiré, le régulateur est réglé en action proportionnelle seule. Le gain K_p est alors augmenté progressivement jusqu'à obtention d'oscillations juste entretenues. Le gain critique K_{pc} du régulateur est le plus petit gain qui permet l'entretien des oscillations. La période d'oscillation est mesurée sur l'enregistrement.



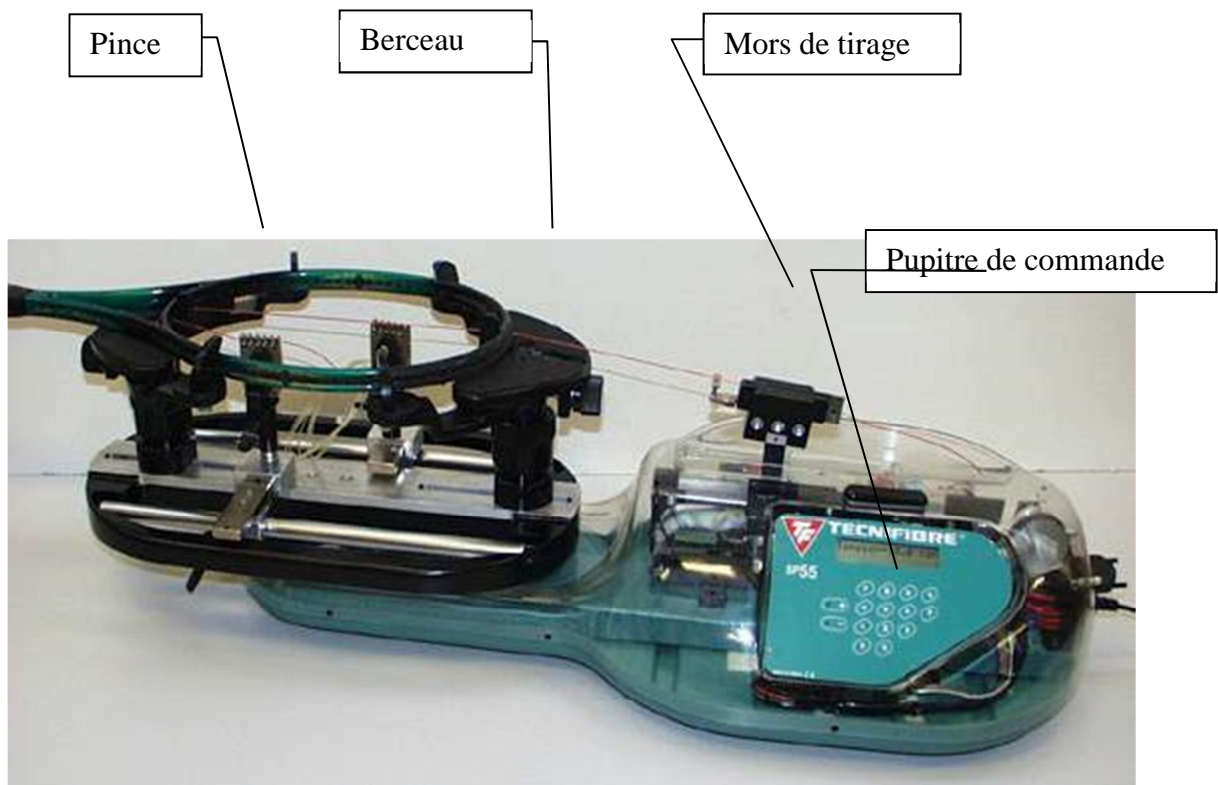
Les réglages préconisés par Ziegler et Nichols, en fonction de la structure du régulateur utilisé, sont résumés dans le tableau suivant :

	P	PI	PI parallèle	PID série	PID parallèle	PID mixte
K_p	$\frac{K_{pc}}{2}$	$\frac{K_{pc}}{2,2}$	$\frac{K_{pc}}{2,2}$	$\frac{K_{pc}}{3,3}$	$\frac{K_{pc}}{1,7}$	$\frac{K_{pc}}{1,7}$
K_i	0	$\frac{1,2}{T_{osc}}$	$\frac{K_{pc}}{2T_{osc}}$	$\frac{4}{T_{osc}}$	$\frac{K_{pc}}{0,85T_{osc}}$	$\frac{2}{T_{osc}}$
K_d	0	0	0	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{K_{pc}T_{osc}}{13,3}$	$\frac{T_{osc}}{8}$

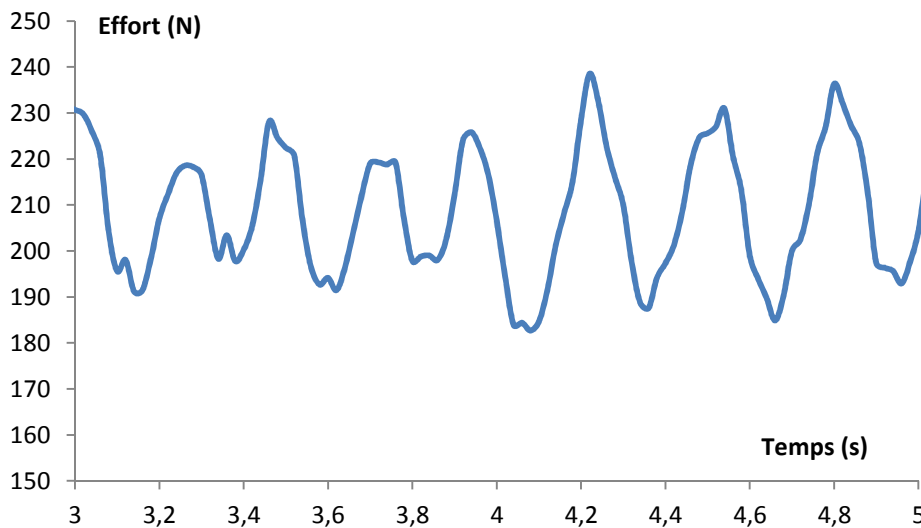
Ces valeurs peuvent ne pas convenir au cahier des charges, le dépassement pouvant être trop important ; il faut alors modifier légèrement ces réglages (par exemple en diminuant K_p).

Exemple : Cordeuse de raquette SP55

Le cordage d'une raquette de tennis nécessite de nombreuses manipulations manuelles. La partie automatisée de la machine permet d'assurer la réalisation précise de la tension de chaque brin. La figure ci-dessous met en évidence les éléments de la structure de la machine (modèle SP55). Le berceau reçoit le cadre de la raquette. L'extrémité de la corde est attachée sur le cadre puis glissée dans le mors de tirage. L'opérateur met la machine sous tension électrique. Celle-ci, asservie en effort, ajuste la valeur de la tension, pré-réglée sur le pupitre de commande. Des pinces maintiennent la corde pendant que l'opérateur la retire du mors, la glisse au travers des œillets du cadre et retourne le berceau pour pouvoir la saisir à nouveau et la tendre.

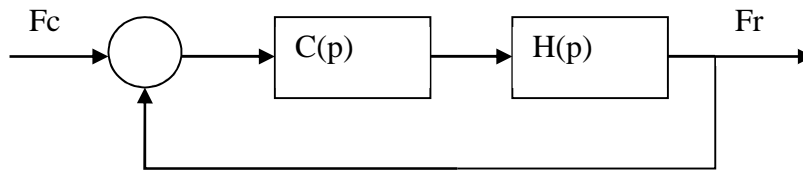


Un essai de mesure avec $K_p=45$, $K_i=0$, $K_d=0$ et une consigne 20daN est enregistré sur la figure ci dessous. Interpréter l'état du système. Déterminer la période d'oscillation T_{osc} , la pulsation d'oscillation ω_{osc} .



1. Rappeler l'expression de la marge de phase $M\phi$ et la marge de gain Mg dans le cas général et dans le cas particulier $K_p=45$.

Le schéma bloc représentant le système de la cordeuse de raquette est le suivant :



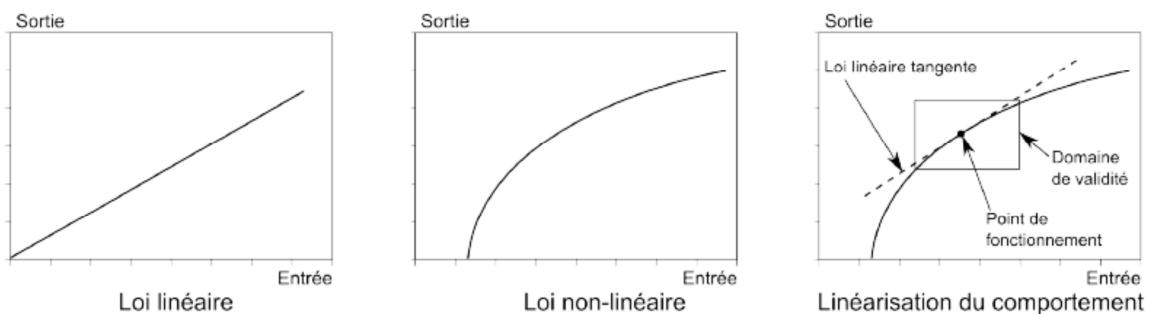
1. Sachant que la fonction de transfert du système est représentée par : $H(p) = \frac{K}{(1+Tp)^3}$ et $K_p=K_{pc}=45$ est le gain proportionnel critique permettant de rendre le système oscillant. Déterminer les valeurs de K et T.
2. Sachant que la structure adoptée pour la cordeuse est PID parallèle, déduire les valeurs du correcteur (K_p , K_i et K_d).



Linéarisation des lois de comportement non linéaires autour d'un point de fonctionnement

1. Introduction :

- L'hypothèse de linéarité est bien souvent très restrictive pour l'étude des systèmes réels...
- Beaucoup de comportements sont non linéaires.
- Pour contourner le problème, il est possible de limiter l'étude à une zone réduite autour de laquelle le comportement nous intéresse, et de linéariser dans le voisinage de cette zone. Bien souvent, cette approche nous permettra d'obtenir une approximation linéaire très satisfaisante pour poursuivre l'étude.



2. Point de fonctionnement (point d'équilibre)

- Un point de fonctionnement est un point d'équilibre pour les grandeurs physiques du système au cours de son fonctionnement. Au point de fonctionnement, les dérivées sont toutes nulles et les équations (non linéaires) conduisent à un état stable des grandeurs.
- On s'intéresse généralement au point de fonctionnement nominal, c'est à dire le point de fonctionnement pour lequel le système a été (ou doit être) calculé.
- À partir de ce point de fonctionnement, le système sera soumis à de petits ajustements de consigne, ou de petites perturbations, qui vont l'éloigner légèrement de son point de fonctionnement. L'intérêt d'un modèle linéarisé au voisinage du point de fonctionnement, c'est qu'il va permettre de déterminer les caractéristiques de comportement du système dans le cadre des petites variations.

3. Linéarisation des équations

- Pour linéariser les équations de comportement, les variables sont redéfinies sous formes de petites variations. Si on note $(e_0; s_0)$ le point de fonctionnement, on pose les variables $\delta e(t)$ et $\delta s(t)$ telles que :

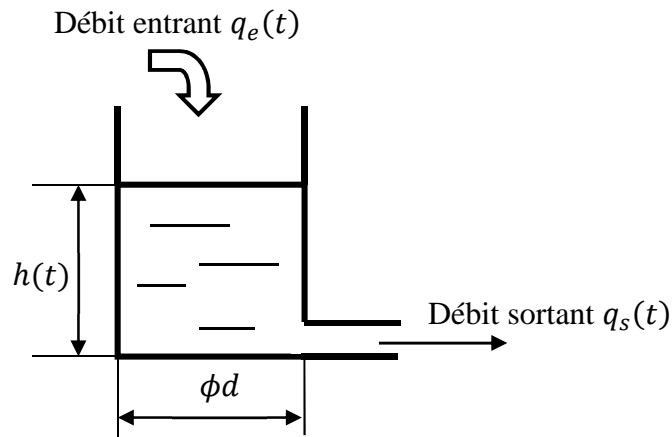


$$e(t) = e_0 + \delta e(t) \text{ et } s(t) = s_0 + \delta s(t)$$

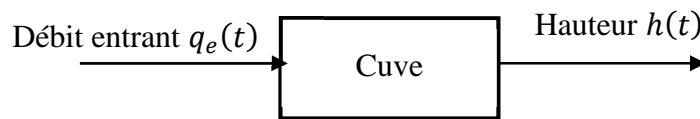
- En appliquant le changement de variables dans les équations non linéaires, les termes constants se simplifient. Par ailleurs, les termes $\delta e(t)$ et $\delta s(t)$ sont supposés petits, ce qui permet d'appliquer des développements limités et de négliger les termes du second ordre ou plus pour obtenir une équation linéaire liant $\delta e(t)$ et $\delta s(t)$.

3. Exemple de linéarisation autour d'un point de fonctionnement :

Exemple : cuve qui fuit



La hauteur $h(t)$ est engendrée par le débit entrant $q_e(t)$: c'est un système causal.



Le débit sortant est lié à la hauteur de fluide dans la cuve par l'équation suivante déterminée à partir de la mécanique des fluides :

$$q_s(t) = K\sqrt{h(t)}$$

A partir de la conservation de volume nous avons :

La variation de volume dans la cuve = débit entrant – débit sortant

Le volume de la cuve est donné par :

$$V(t) = \frac{\pi d^2}{4} h(t)$$

Par dérivation, il en découle l'équation suivante :

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{dh(t)}{dt} = q_e(t) - q_s(t)$$

Soit encore :



$$\frac{\pi d^2}{4} \frac{dh(t)}{dt} = q_e(t) - K\sqrt{h(t)}$$

Soit (q_{e0}, h_0) le couple entrée-sortie qui peut être atteint en régime établi. Soit :

$$q_e(t) = q_{e0} + \delta q_e(t) \text{ et } h(t) = h_0 + \delta h(t)$$

Soient encore :

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{d\delta h(t)}{dt} \text{ et } \frac{dq_e(t)}{dt} = \frac{d\delta q_e(t)}{dt}$$

Avec les changements de variables, nous aurons l'équation suivante :

$$\frac{\pi d^2}{4} \frac{d\delta h(t)}{dt} = q_{e0} + \delta q_e(t) - K\sqrt{h_0 + \delta h(t)}$$

NB: si $\delta x \ll x_0 \Rightarrow f(x_0 + \delta x) = f(x_0) + \delta x \frac{df(x_0)}{dx}$

En se basant sur cette approximation, on a :

$$\sqrt{h_0 + \delta h(t)} = \sqrt{h_0} + \frac{\delta h(t)}{2\sqrt{h_0}}$$

D'où l'équation devient:

$$\frac{\pi d^2}{4} \frac{d\delta h(t)}{dt} - \frac{K\delta h(t)}{2\sqrt{h_0}} = \delta q_e(t) + q_{e0} - K\sqrt{h_0}$$

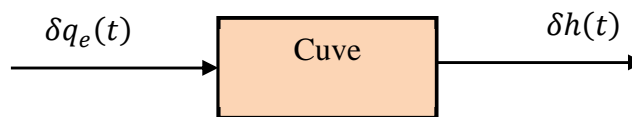
Or au point de fonctionnement (point d'équilibre) on a : $\frac{d\delta h(t)}{dt} = 0$

$$q_{e0} = q_{s0} = K\sqrt{h_0}$$

D'où:

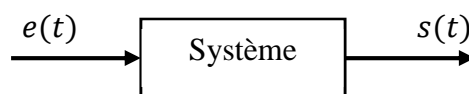
$$\frac{\pi d^2}{4} \frac{d\delta h(t)}{dt} - \frac{K\delta h(t)}{2\sqrt{h_0}} = \delta q_e(t)$$

Autour du point de fonctionnement (q_{e0}, h_0) , on a :



4. Méthodologie

On considère le système suivant régi par une équation différentielle non linéaire.



Etape 1 :

Ecrire $e(t)$ et $s(t)$ sous la forme :



$$e(t) = e_0 + \delta e(t) \text{ et } s(t) = s_0 + \delta s(t)$$

Avec $(e_0; s_0)$ définissent le point de fonctionnement.

Etape 2 :

Ecrire de nouveau l'équation différentielle en faisant les changements de variables nécessaires.

Etape 3 :

En supposant $\delta e(t) = 0$ et $\delta s(t) = 0$ (c'est-à-dire que $\dot{e}(t) = \ddot{e}(t) = \dots = \dot{s}(t) = \ddot{s}(t) = \dots = 0$), écrire l'équation différentielle pour obtenir une relation entre e_0 et s_0 .

Etape 4 :

Linéariser les termes qui le nécessitent soit en utilisant la formule générale $f(x_0+x) \approx f(x_0) + x \cdot f'(x_0)$ soit en utilisant des développements limités connus (exemple : $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$).

Etape 5 :

Éliminer e_0 et s_0 de l'équation obtenue pour obtenir une équation différentielle linéaire entre $\delta e(t)$ et $\delta s(t)$

Remarque :

Si l'équation différentielle de départ ne fait pas apparaître $e(t)$ ou $s(t)$ mais directement une de leurs dérivées (cas d'un système avec une intégration par exemple), écrire directement $\dot{e}(t) = \dot{e}_0 + \delta \dot{e}(t)$ et $\dot{s}(t) = \dot{s}_0 + \delta \dot{s}(t)$ et continuer la méthode.

Exercices :

Exercice 1 : Linéarisation du comportement du transmetteur et de l'antenne (E3A, 2003)

Le comportement dynamique du mécanisme de transmission et de l'antenne ramené à l'arbre de sortie du réducteur est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$C_R(t) = K_1 \ddot{\beta}(t) + f \dot{\beta}(t) + K_2 \sin \beta(t)$$

K_1 et K_2 sont des constantes positives qui dépendent de la géométrie de la structure du transmetteur et de l'antenne. Le terme en $\sin \beta(t)$ traduit la variation de la position du centre d'inertie de l'ensemble en mouvement. Le comportement est donc non linéaire.

L'étude se limite au mode "Poursuite automatique" d'une position sensiblement constante obtenue avec le mode "Ralliement". La position visée est définie par la valeur β_0 de l'angle β . Cette position est le point de fonctionnement étudié.

On procède alors à un changement d'origine permettant d'assurer des conditions initiales nulles, soit $\beta(t) = \beta_0 + \beta_l(t)$.

On suppose ensuite que les variations de β autour de cette position sont suffisamment faibles pour qu'elles soient linéaires.

Q1. Exprimer l'équation différentielle avec la variable $\beta_l(t)$.



Q2. En notant C_{R0} la valeur de $C_R(t)$ en régime permanent et en faisant le changement de variable de couple tel que $C_R(t) = C_{R0} + C_l(t)$, donner l'expression de l'équation différentielle linéarisée avec les fonctions $C_l(t)$ et $\beta_l(t)$.

On note $C_M(t)$ et $\beta_M(t)$ respectivement le couple moteur et la position angulaire de l'arbre moteur autour du point de fonctionnement. Ces variables respectant les conditions d'Heaviside.

En supposant le rendement du réducteur unitaire et que les lois entrée-sortie sont identiques en régime dynamique et en régime permanent, on peut établir les relations suivantes : $\beta_l(t) = \mu \cdot \beta_M(t)$ et $C_M(t) = \mu \cdot C_l(t)$.

Q3. Donner alors l'expression de l'équation différentielle linéarisée avec les fonctions $C_M(t)$ et $\beta_M(t)$.



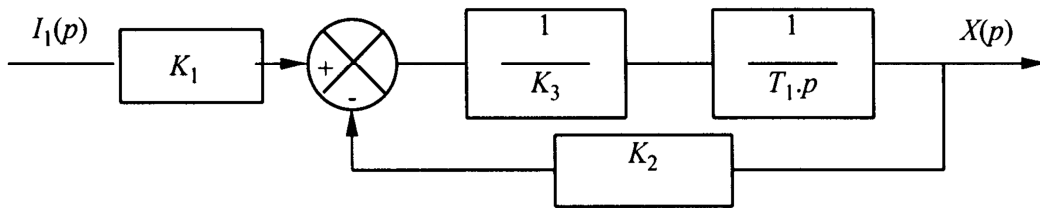
Sujets de synthèse

Sujet 1 : Extrait de CCP 2000

1. Étude du premier et second étage de la servovalve

1.1. Modélisation

L'étude dynamique de la palette et du piston des deux premiers étages de la servovalve, permet d'obtenir la modélisation fonctionnelle :



On considère toutes les conditions initiales nulles.

1.2. Fonction de transfert

On pose :

$$G_1(p) = \frac{K}{1 + T p}$$

1. Montrer que la fonction de transfert $\frac{X(p)}{I_1(p)}$ peut être identifiée à $G_1(p)$ et déterminer K et T en fonction de K_1 , K_2 , K_3 et T_1 .

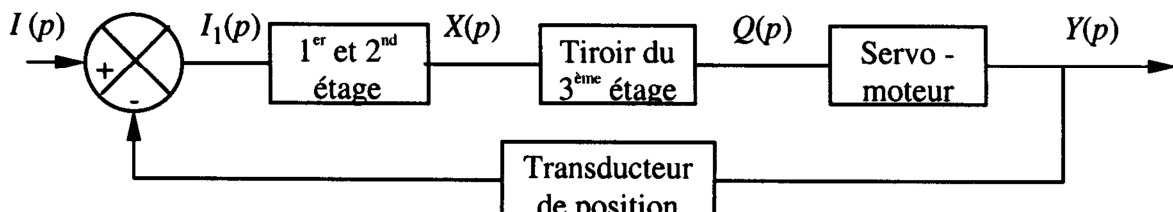
1.3. Réponse indicielle

2. Donner l'allure de la réponse indicielle, en précisant les pentes, asymptote et valeurs caractéristiques. Préciser le temps de réponse à 5%.

2. L'ensemble servovalve - servomoteur

2.1. Modélisation

La modélisation proposée pour cet ensemble est :



Hypothèses simplificatrices :

La fonction de transfert du tiroir du troisième étage est équivalente à un gain.



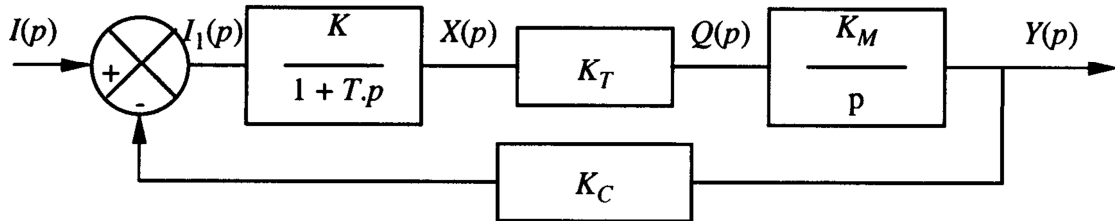
La fonction de transfert du transducteur est équivalente à un gain.

La fonction de transfert du servomoteur s'écrit :

$$G_2(p) = \frac{K_M}{p}$$

2.2. Fonction de transfert

La modélisation de l'ensemble devient :



On pose :

$$K_4 = K K_T K_M K_C$$

- Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $H_3(p)$.

2.3. Courbe de réponse en fréquence

- Tracer la courbe de réponse en fréquence dans le plan de Bode en précisant les pentes et les valeurs particulières. On donne les valeurs numériques : $K_4 = 0,5$ et $T = 0,5s$.
- Le système est-il stable ? Placer graphiquement la marge de phase. Donner la valeur de la marge de gain.

2.4. Précision de cet asservissement de position

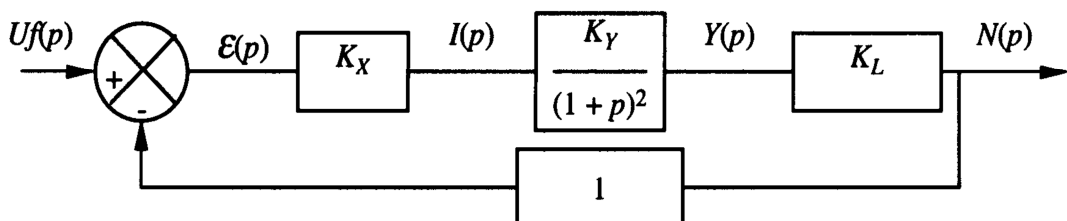
- Déterminer l'écart statique ϵ_0 et l'écart de traînage ϵ_v .

2.5. Rapidité de cet asservissement de position

On donne les valeurs numériques : $K_4 = 0,5$ et $T = 0,5s$.

- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $G_3(p)$. Identifier l'amortissement ξ et la pulsation propre non amortie ω_0 .
- Donner l'allure de la réponse indicielle en précisant les pentes, asymptotes et valeurs caractéristiques.

3. Régulation de fréquence



Les quantités K_X , K_Y et K_L sont des gains constants.

3.1. Fonction de transfert

1. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte : $H_4(p)$.

3.2. Diagrammes

Pour ce tracé et pour les questions suivantes, on considère que $H_4(p)$ possède un gain statique de 100.

2. Tracer dans le plan de BODE l'allure des diagrammes d'amplitude et de phase de $H_4(p)$, en précisant les asymptotes et leurs pentes, le gain statique, la pulsation propre non amortie du système, l'allure réelle de la fonction et la marge de phase.

3.3 Précision de la régulation

3. Déterminer l'expression analytique de l'écart statique.

3.4. Correction de la régulation

On souhaite améliorer les performances de cette régulation en ajoutant un correcteur de type P.I. afin d'obtenir :

- Un écart statique nul.
- Une marge de phase $\Delta\phi = 45^\circ$.

On conserve la valeur ci-dessus du gain statique de $H_4(p)$.

On installe le correcteur :

$$C(p) = K_i + \frac{K_i}{p}$$

Pour obtenir :

$$H_5(p) = C(p) H_4(p)$$

4. Déterminer analytiquement le coefficient K_i du correcteur.
5. Tracer dans le plan de BODE l'allure des diagrammes d'amplitude et de phase de $H_5(p)$, en précisant sur les diagrammes les asymptotes et leurs pentes, l'allure réelle de la fonction et les valeurs particulières.



Diagramme de BODE

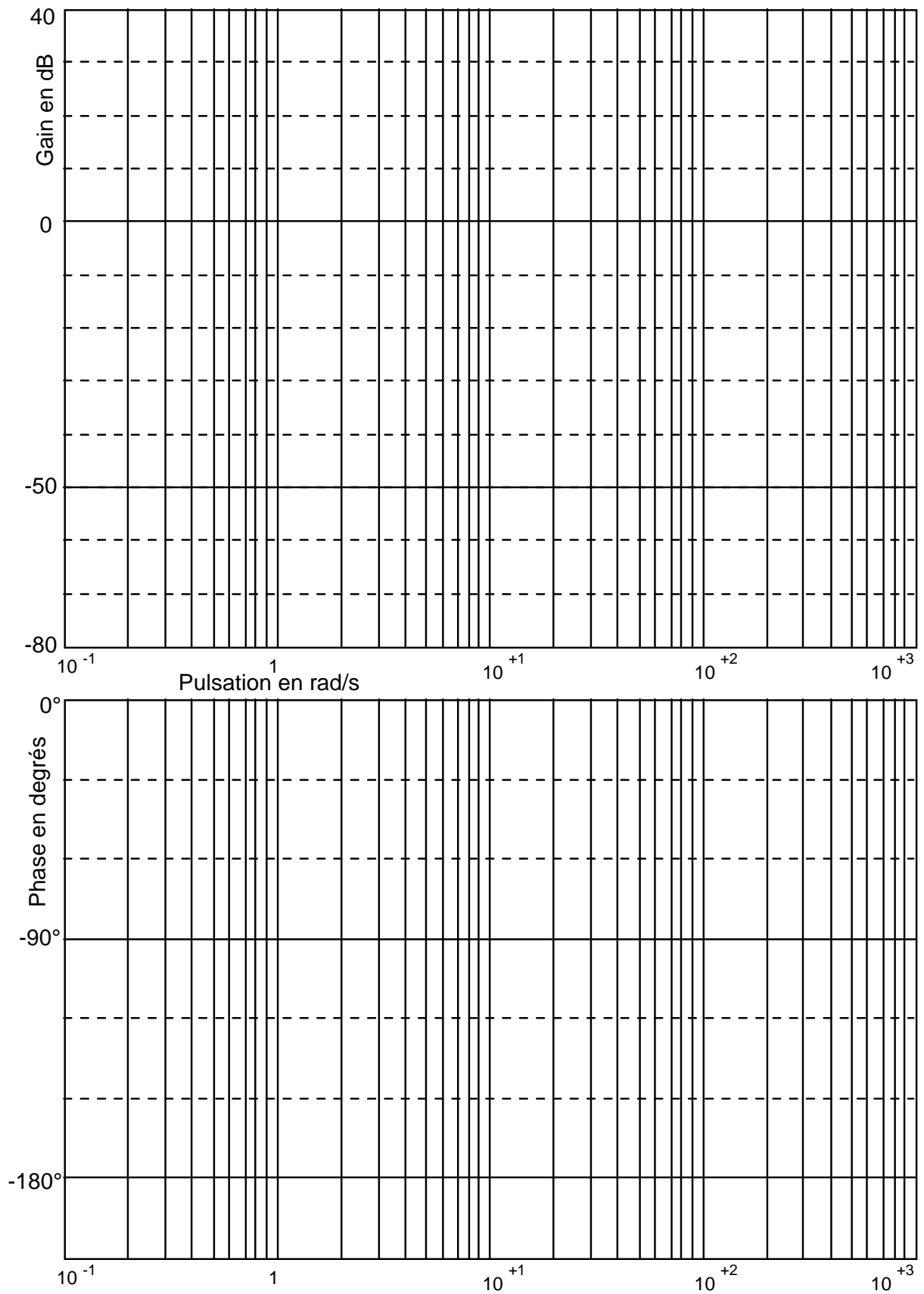
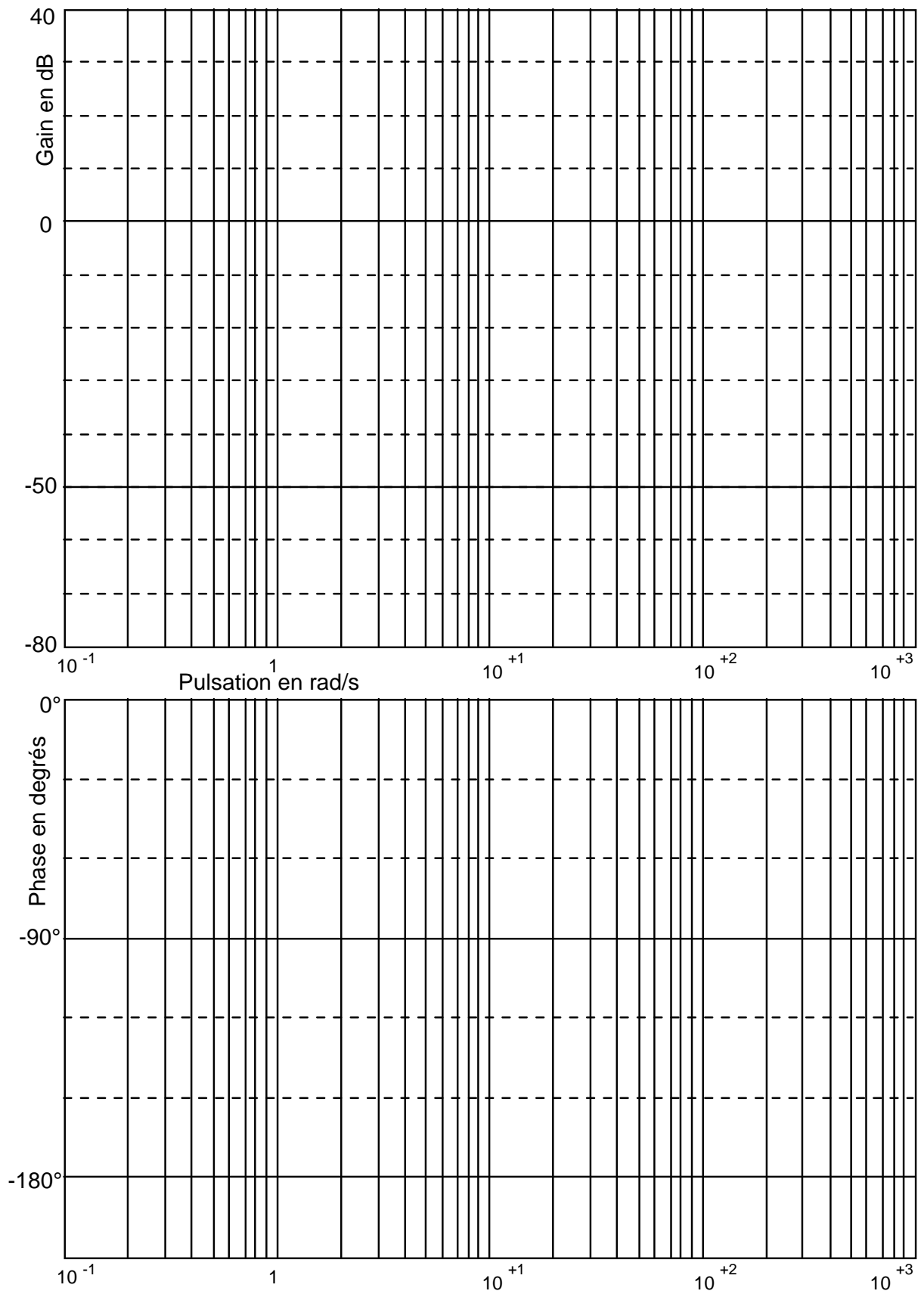


Diagramme de BODE



Sujet 2 :

Le système faisant l'objet de cette étude est une chaîne de fabrication industrielle. Elle sert à produire des boîtes cylindriques, en tôle spéciale mince, destinées à l'emballage des conserves (confitures, tomates, thon, etc...). Cette chaîne est composée principalement de trois unités qui concernent respectivement la préparation des fonds et des flancs des boîtes et leur assemblage (figure 1). Les deux premières unités fonctionnent en parallèle et fournissent la matière d'œuvre à la troisième (figure 2).

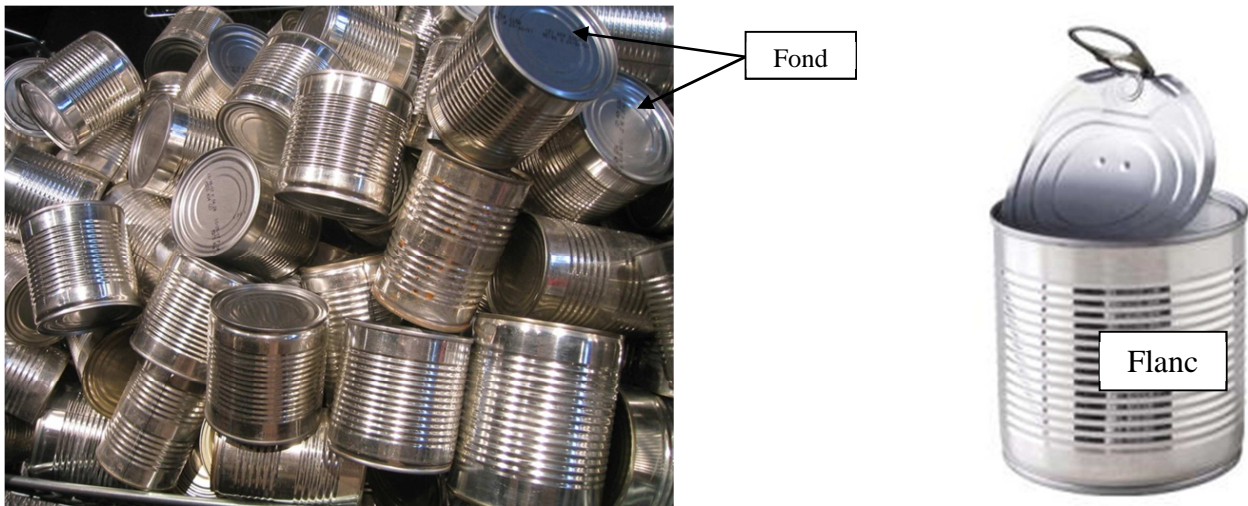


Figure 1 : Boîtes de conserve

Le diagramme suivant résume les différentes étapes de production :

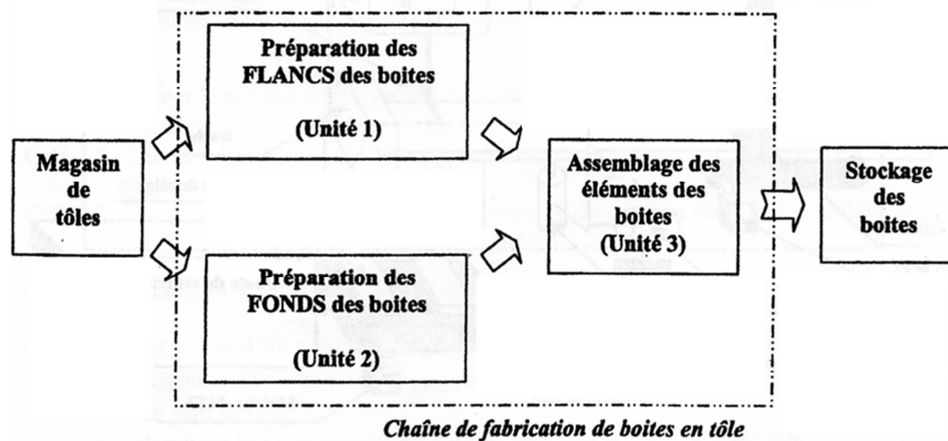


Figure 2: Chaîne de fabrication de boîtes de conserve

Les plaques de tôles initialement préparées sont déplacées vers le poste de découpage par l'intermédiaire d'un tapis roulant entraîné par un moteur **MT1** (figure 3). L'action simultanée de deux vérins **C2** et **C3** sur la tôle, assure son maintien en position sous le mécanisme de découpage. Une fois la bande découpée, elle tombe sur un deuxième tapis roulant pour l'amener au deuxième poste de cintrage.

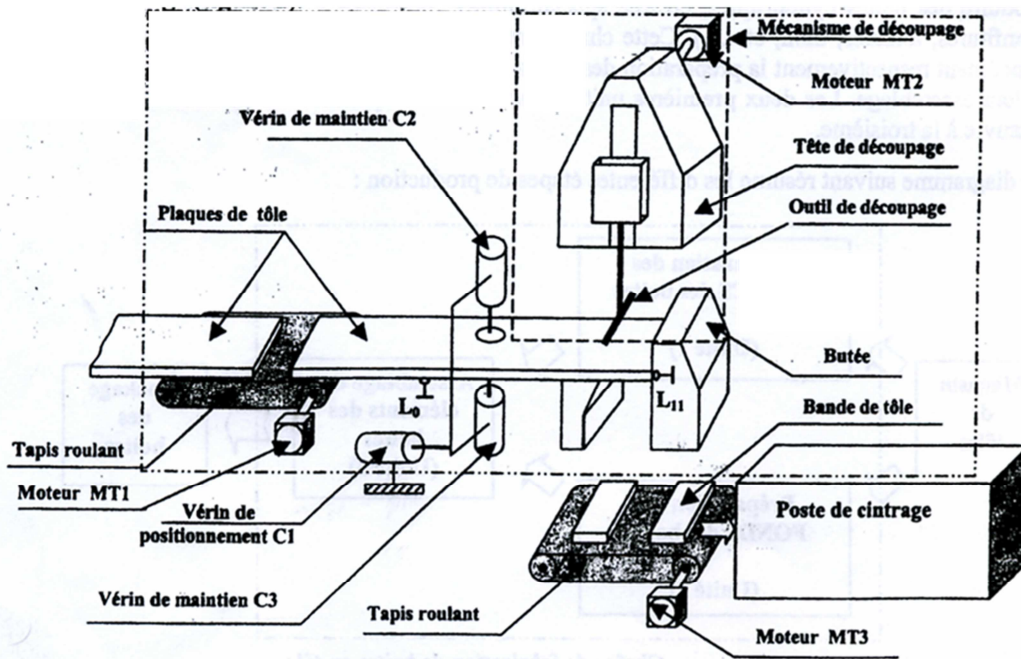


Figure 3: Poste de découpe

Dans cette partie, on s'intéresse à la modélisation et à la commande en vitesse du moteur à courant continu d'entraînement du tapis roulant (MT1).

3.1. Modélisation :

La modélisation du comportement du moteur d'asservissement à commande par l'induit est donnée par les équations ci-dessous :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$e(t) = k_e \omega(t) \quad (2)$$

$$c_m(t) = K_c i(t) \quad (3)$$

$$J_m \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - F_v \omega(t) - c_r(t) \quad (4)$$

Les grandeurs physiques dans cette étude sont les suivantes :

$U(p) = L(u(t))$ est la tension de commande du moteur ;

$E(p) = L(e(t))$ est la force contre électromotrice ;

$I(p) = L(i(t))$ est l'intensité du courant de commande du moteur ;

$C_m(p) = L(c_m(t))$ est le couple moteur ;

$C_r(p) = L(c_r(t))$ est le couple résistant ;

$\Omega(p) = L(\omega(t))$ est la vitesse de rotation du moteur ;

On note : R : la résistance totale de l'induit, L : L'inductance totale de l'induit, K_e : le coefficient de la force contre-électromotrice, K_c : le coefficient de couple, F_v : le coefficient de frottement visqueux, J_m : le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur.

3.1.1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, et à partir des transformées de Laplace des équations précédentes, compléter le schéma blocs donné par le document réponses.

3.1.2. En supposant $C_r(p) = 0$, calculer $H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$;

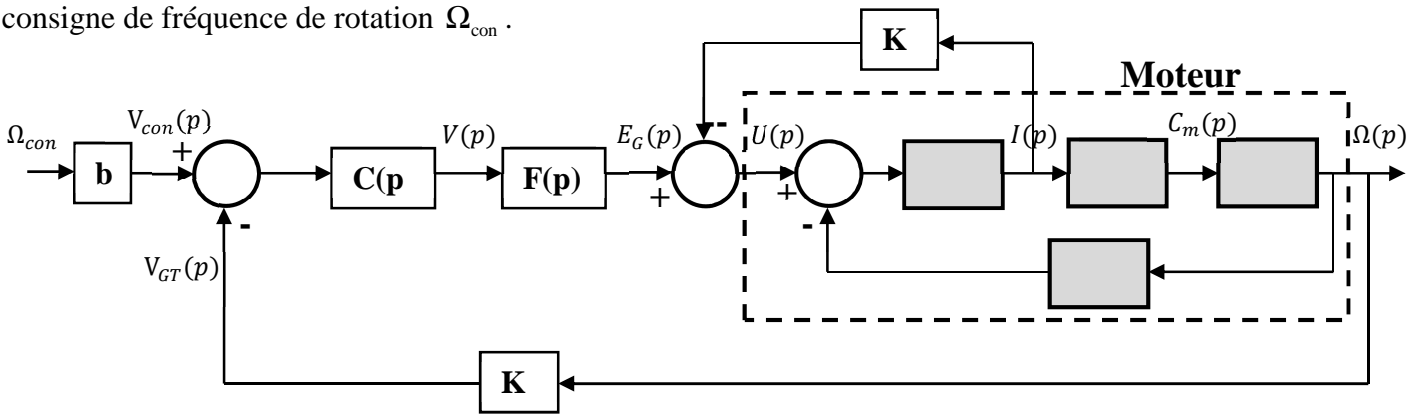
3.1.3. En supposant $U(p) = 0$, calculer $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{C_r(p)}$;

3.1.4. En se basant sur le principe de superposition, exprimer $\Omega(p)$ en fonction de $U(p)$ et $C_r(p)$.

NB : dans la suite du problème, on suppose que $C_r(p)=0$ et on néglige l'inductance (L) et le coefficient de frottement (F_v).

3.2. Commande en vitesse du moteur :

Le moteur est entraîné par une génératrice à courant continu à vitesse constante, dont le schéma bloc de commande est représenté par la figure suivante. L'ensemble moteur-génératrice reçoit à l'entrée la consigne de fréquence de rotation Ω_{con} .



Un dynamo-tachémétrique placé sur l'arbre du moteur fournissant une tension donnée par l'équation suivante :

$$V_{GT}(t) = b\omega(t) \quad (5)$$

Les équations régissant le fonctionnement de la génératrice sont les suivantes :

$$u(t) = e_G(t) - R_G i(t) \quad (6)$$

$$e_G(t) = a i_1(t) \quad (7)$$

$$v(t) = r i_1(t) + l \frac{di_1(t)}{dt} \quad (8)$$

Données numériques :

Moteur : $R=0,4 \text{ Ohm}$, $K_e=1 \text{ V.s/rad}$, $K_c=1 \text{ N.m/A}$, $J_m=2 \text{ Kg.m}^2$,

Génératrice : $R_G=0,4 \text{ Ohm}$, $a=100 \text{ Ohm}$, $r=20 \text{ Ohm}$ et $l=5 \text{ H}$;

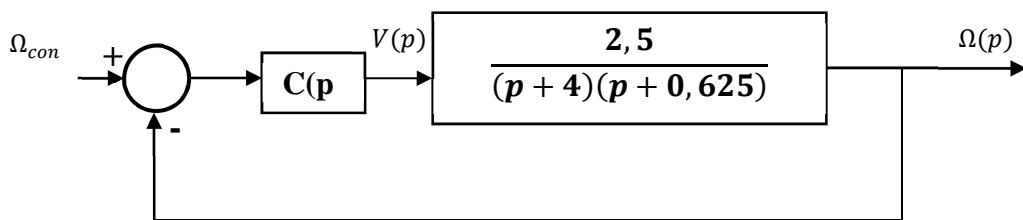
Dynamo tachymétrique : $b=0,2 \text{ V/rad/s}$.

Pour toutes les questions suivantes, donner l'expression littérale puis numérique.

3.2.1. Donner le schéma bloc complet du moteur –génératrice avec sa commande en précisant les blocs K_1 , K_2 , et $F(p)$.

3.2.2. Calculer la fonction de transfert $T(p) = \frac{\Omega(p)}{V(p)}$.

Dans la suite on ramène le schéma bloc sous la forme suivante :



$$C(p) = 1$$

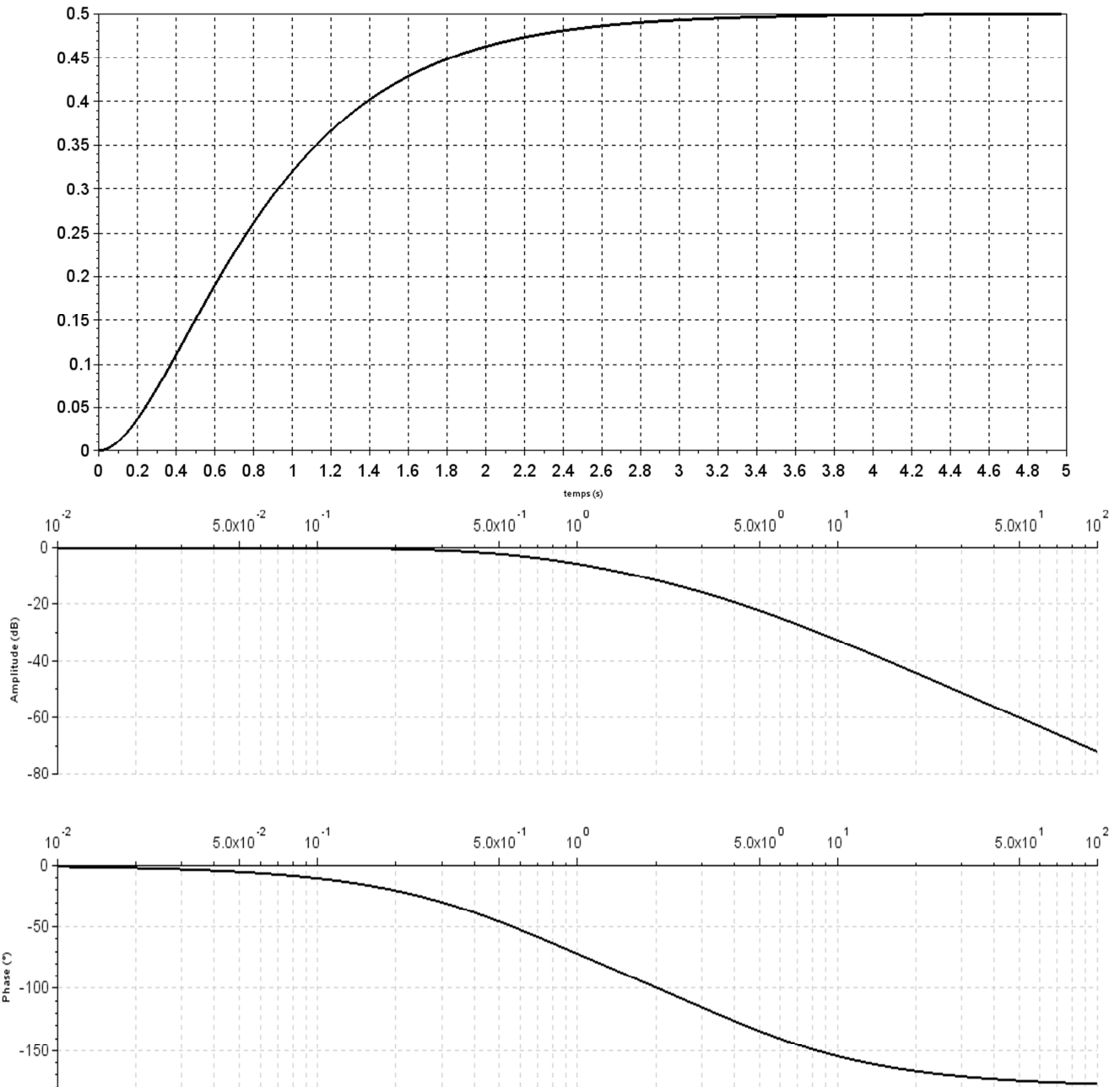
3.2.3. Mettre la fonction de transfert en boucle fermée $H(p)$ sous la forme $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$; déduire

les valeurs de K , m et ω_0 . Interpréter.

3.2.4. On donne ci après la réponse indicielle unitaire du système en boucle fermée et le diagramme de bode de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Compléter le tableau donné par le document réponses :





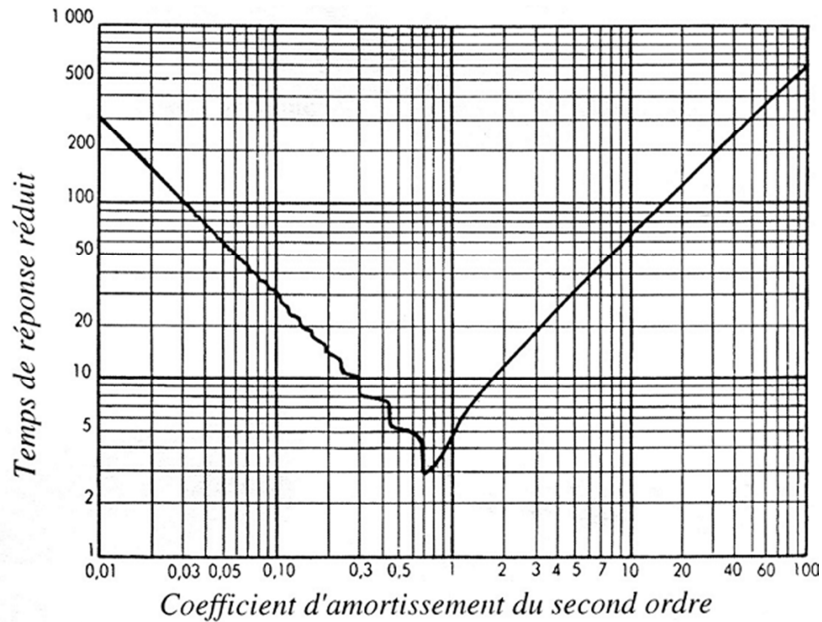
$$C(p) = K$$

3.2.5. Déterminer la valeur de K permettant d'avoir le système le plus rapide.

3.2.6. Déterminer dans ce cas l'erreur statique en % du système, la marge de gain et la marge de phase.

3.2.7. En se basant sur l'abaque suivant, déterminer le temps de réponse à 5%.





Avec : temps de réponse réduit = $\omega_0 t_{r5\%}$

3.2.8. Compléter le tableau donné par le document réponses et conclure par rapport à la correction proportionnelle :

Sujet 3 : Etude de l'asservissement du système de préhension

Le groupe TECH-INTER commercialise du matériel de laboratoire d'histopathologie. Cette spécialité médicale consiste à découper des tissus d'organes en fine épaisseur (4-5 μm). Ces tissus sont ensuite collés sur des lames de verres de 2 mm d'épaisseur (photo 1) puis colorés chimiquement dans un automate. Pour certains tissus, il est nécessaire de coller sur les tissus colorés une lamelle de verre de 0,3 mm d'épaisseur afin de les protéger (photo 2). Cette dernière opération est très délicate à effectuer manuellement et très longue, une étude pouvant comporter plusieurs centaines de lames.

L'appareil appelé « Colleuse de lamelle » automatise ce procédé (photo 3).

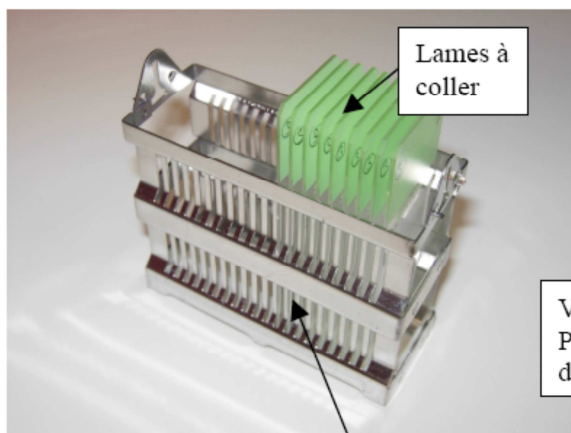


Photo 1

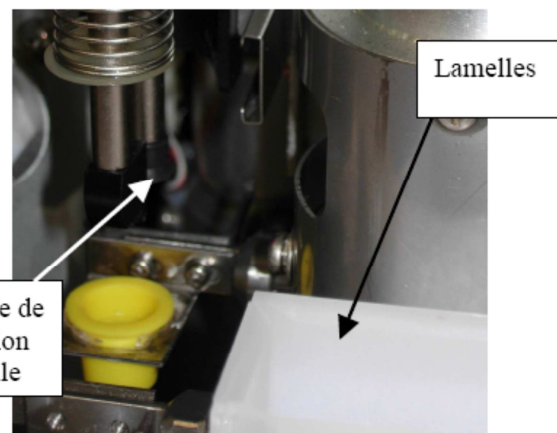


photo 2



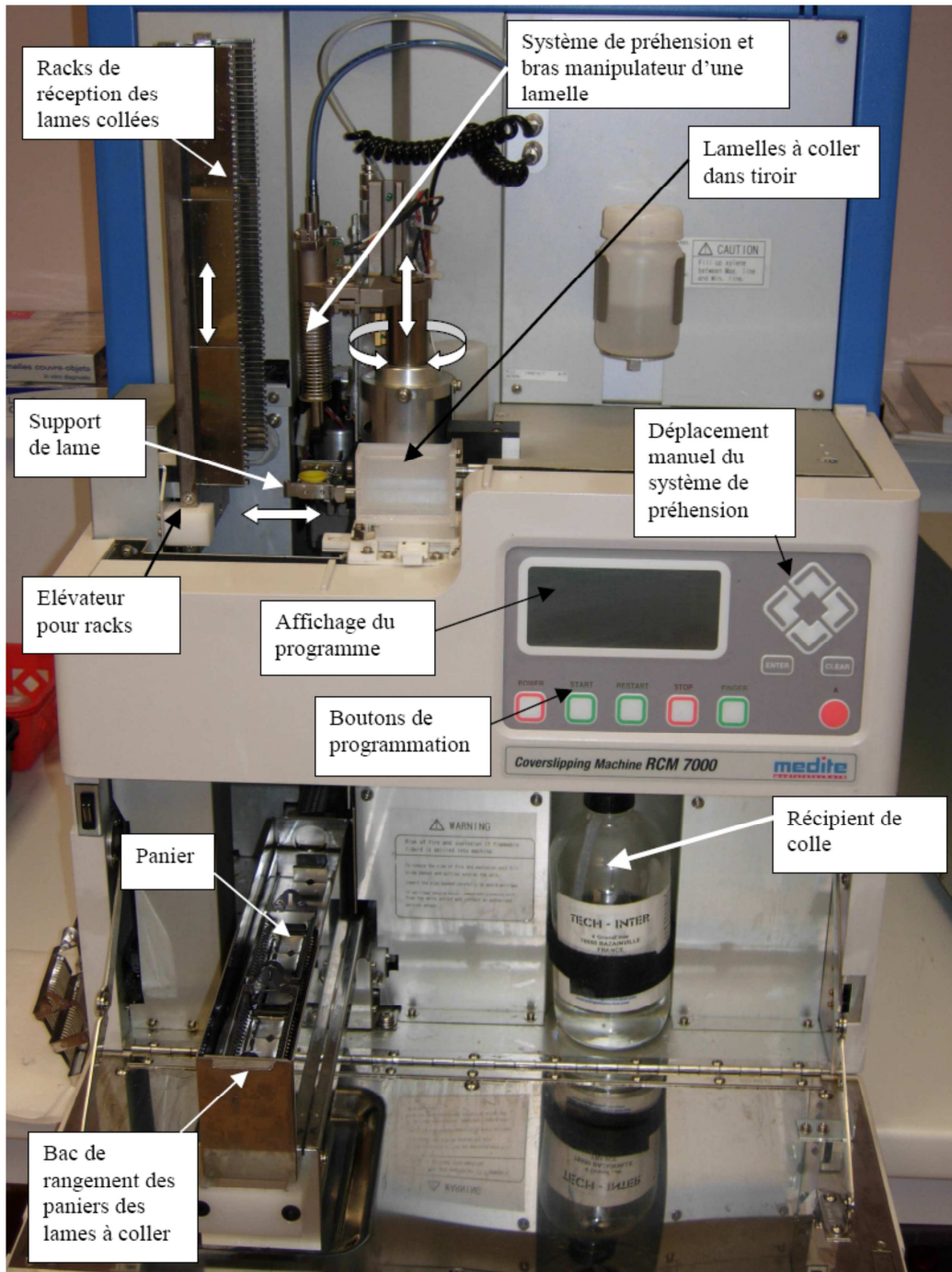


Photo 3

Les lames sont placées manuellement dans des paniers disposés dans des bacs inox remplis de toluène (photos 1, 3, 4 et 5). Ces bacs sont positionnés sur un rail de transport puis glissés dans l'appareil (photos 4 et 5). Un tiroir de rangement ayant été préalablement chargé en lamelles, un récipient de colle ayant été placé dans l'appareil et des racks de réception glissés dans l'élévateur, le cycle peut commencer.



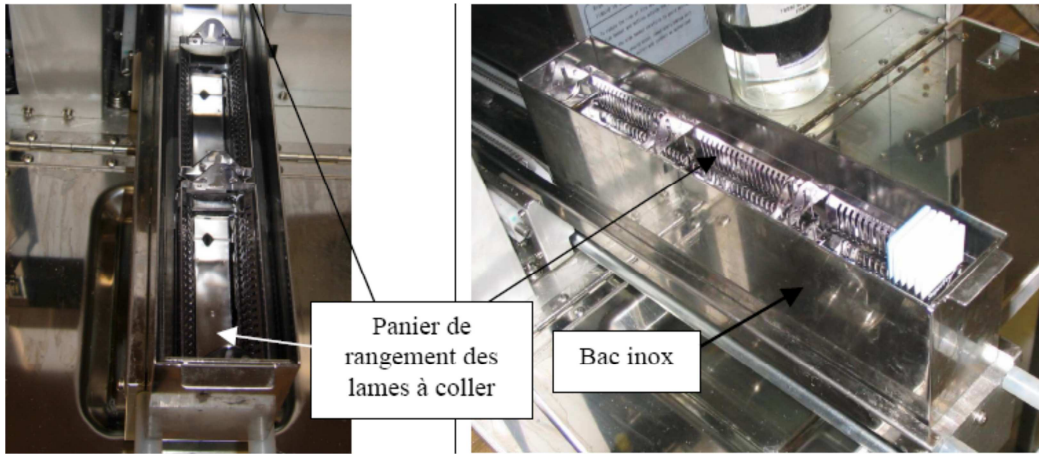


Photo 4

photo 5

Le mouvement du système de préhension d'une lamelle (photo 2 et 3) est très complexe. Il faut en effet prendre et positionner la lamelle très fragile à des moments et des endroits bien précis.

Le mouvement peut être séparé en deux mouvements :

- Un mouvement de rotation (axe \bar{z}_0) commandé par une came ;
- Un mouvement de translation (axe \bar{z}_0) commandé par un système vis écrou.

C'est ce dernier mouvement qui va être étudié dans cette partie.

Un moteur à courant continu entraîne un réducteur à engrenage. Sur l'axe de ce dernier est accouplé une vis en acier 7 qui entraîne un écrou monté sur une platine 8 en liaison glissière avec le bâti 0 de la colleuse. Cette platine entraîne l'axe 9 du système de préhension d'un mouvement vertical.

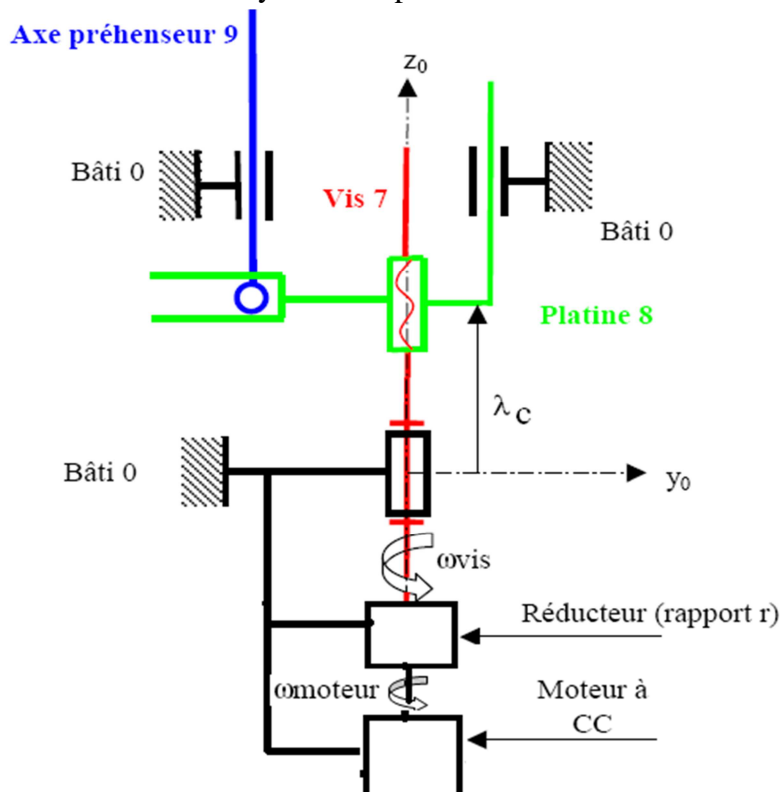
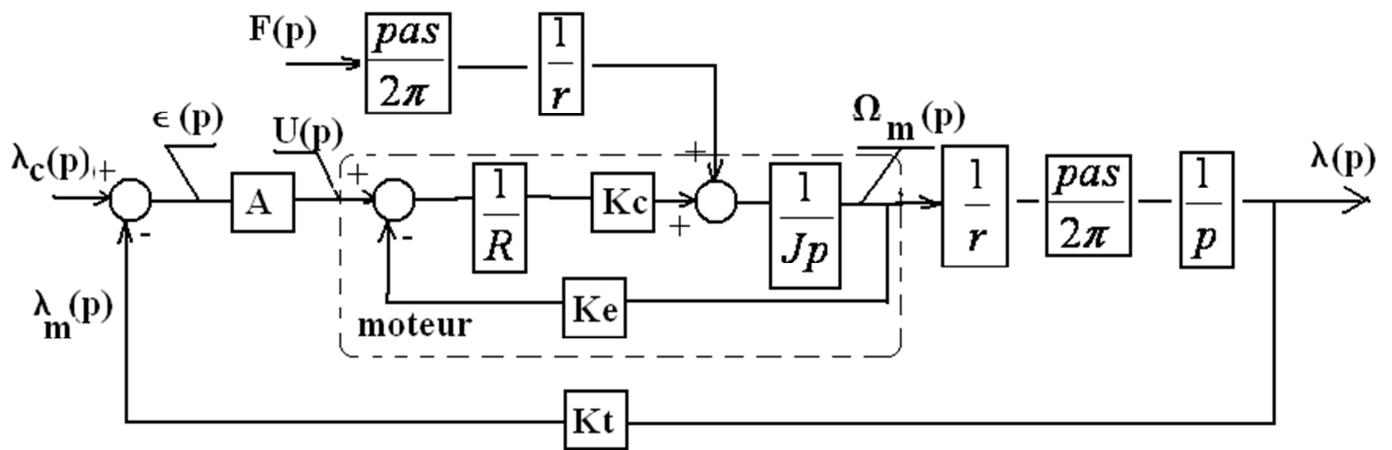


Figure 1 : schéma cinématique du système de préhension

Ce mécanisme de préhension est commandé en position (λ_c) suivant le schéma bloc représenté ci dessous.





On donne ci-dessous les caractéristiques des composants :

- Convertisseur amplificateur de gain réglable A en volt/m ;
- Résistance de l'induit $R = 10\Omega$;
- Constante de couple $K_c = 20 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/A}$;
- Constante de f.c.e.m $K_e = 20 \cdot 10^{-3} \text{ V.s}$;
- Inertie du rotor $J = 10^{-6} \text{ Kg m}^2$;
- Réduction du réducteur $r = 20$;
- Pas du système vis-écrou $pas = \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-3} \text{ m (par tour)}$;
- Gain du capteur de position $K_t = 1$.

1. Etude de l'asservissement en position sans perturbation

On s'intéresse dans un premier temps au système en boucle fermée sans perturbation $F(p)$.

1-1. Déterminer la fonction de transfert du moteur seul : $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ en fonction de K_e , R , J , et K_c ;

1-2. Mettre $H_1(p)$ sous forme canonique. Préciser l'ordre du système, l'expression de la constante du temps T_m et l'expression du gain statique K_m . Calculer numériquement T_m et K_m et préciser les unités ;

1-3. Déterminer la fonction de transfert du système entier, $H_2(p) = \frac{\lambda(p)}{\lambda_c(p)}$ en fonction de T_m , K_m , A , Pas

et r . ($K_t = 1$). Mettre $H_2(p)$ sous sa forme canonique, préciser l'ordre du système et déterminer ses caractéristiques en fonction des composantes du système : T_m , K_m , A , Pas , r ;

Le déplacement du préhenseur impose un mouvement très précis. Pour cela, lorsque le système est soumis à un échelon de position, la réponse à cet échelon ne doit pas comporter de dépassement.

1-4. Donner la valeur minimale du coefficient d'amortissement m . Déterminer littéralement la valeur de A pour ce réglage en fonction des composantes du système. Calculer la valeur de A numériquement ;



1-5. Calculer la pulsation propre non amortie ω_0 avec cette valeur maximale de **A** en fonction des composantes du système, calculer numériquement ω_0 puis mettre $H_2(p)$ sous la forme canonique la plus simple numériquement ;

2. Etude de l'asservissement en position avec perturbation

On se propose d'évaluer l'influence d'une perturbation sur le système. Le cahier des charges impose une erreur de position maximale de 0,05 mm pour une perturbation $F = 100$ N.

2-1. Déterminer la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{\lambda(p)}{F(p)}$, en considérant $\lambda_c(p) = 0$, en fonction de K_c ,

K_e , r , Pas , R , A , J . Préciser l'ordre du système et déterminer les caractéristiques de la fonction de transfert $H_3(p)$ en fonction de **A**, K_c , K_e , J , r , Pas , R . Mettre $H_3(p)$ sous forme canonique la plus simple numériquement.

2-2. Si la force perturbatrice est de 100 N, calculer (en prenant la valeur de **A** calculée à la question C-2-1-4) l'effet $\Delta\lambda$ de cette perturbation en régime permanent, conclure.

3. Etude de la réponse fréquentielle sans perturbation : dans la suite du problème on suppose que $F(p)=0$;

Afin de déterminer la stabilité du système, il est nécessaire de connaître la réponse en fréquence de la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

3-1. Déterminer littéralement la fonction de transfert $H_4(p) = \frac{\lambda_m(p)}{\varepsilon(p)}$, en prenant toujours ($K_t = 1$), en fonction de **A**, Pas , r , K_e , J , K_c et R .

3-2. Calculer numériquement $H_4(p)$ en prenant la valeur de $A = 16000$ V/m ;

3-3. Quelle que soit la fonction trouvée précédemment, on prendra maintenant : $H_4(p) = \frac{10}{p(1+0,025p)}$,

Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de $H_4(p)$ sur le document réponses.

3-4. Déterminer la valeur de la pulsation ω_c pour laquelle le gain est nul ;

3-5. Calculer la valeur réelle de la phase pour cette pulsation : $\varphi(\omega_c)$. Déduire la valeur de la marge de phase. Conclure.



Etude des systèmes

Séquentiels :

GRAF CET



A- PRELIMINAIRES :

A-1. SYSTÈME AUTOMATISÉ DE PRODUCTION (SAP)

La figure suivante donne une idée claire sur le fonctionnement d'un S.A.P et en particulier les éléments qui le constituent.

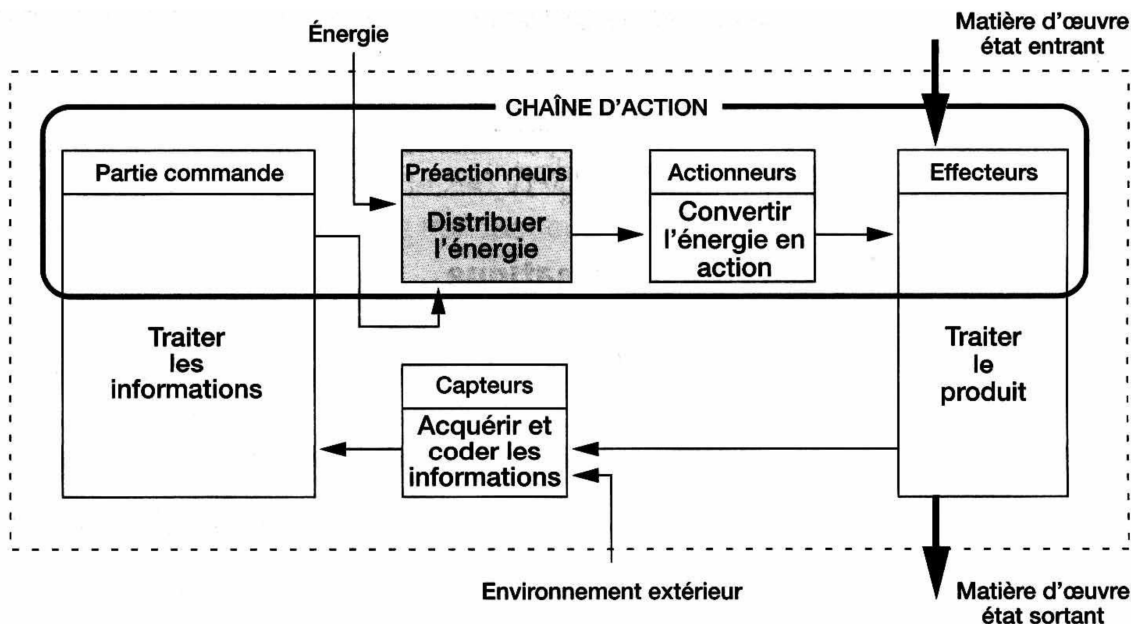
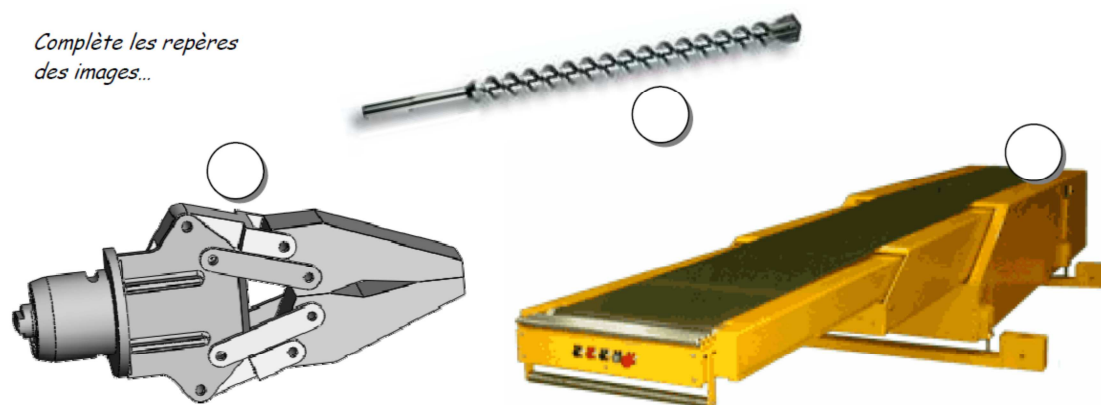


Figure 1 : Evolution de l'information, l'énergie et du produit dans un S.A.P

Un S.A.P est constitué de trois parties :

La Partie Opérative (PO) qui opère sur la matière d'œuvre et le produit. Elle regroupe :

Les effecteurs : dispositifs terminaux qui agissent directement sur la matière d'œuvre pour lui donner sa valeur ajoutée (Le tapis roulant (1), la pince de préhension (2), un forêt (3), etc.);

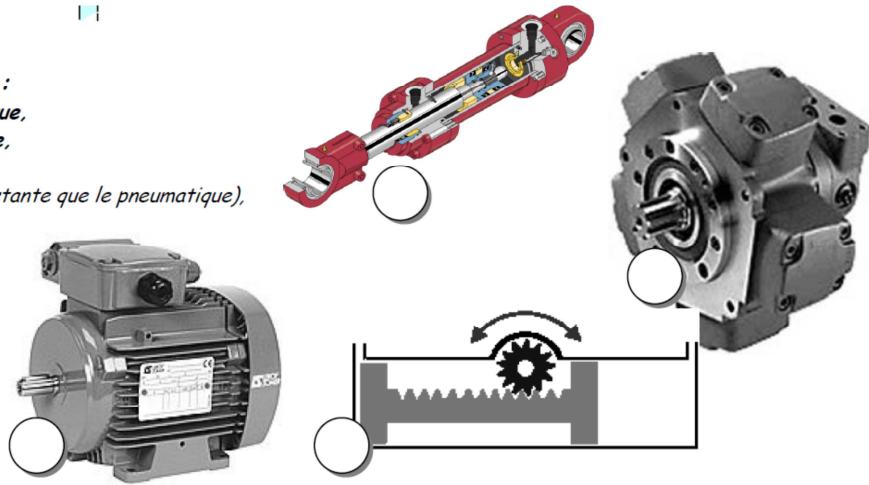


Les actionneurs : éléments chargés de convertir l'énergie afin de l'adapter au besoin de la partie opérative; cette énergie étant ensuite consommée par les effecteurs (moteur, vérin, électroaimant, résistance de chauffage, etc.) ;

Autres actionneurs :

- A- Le moteur hydraulique,
- B- Le moteur électrique,
- C- Le vérin hydraulique
(Conception plus résistante que le pneumatique),
- D- Le vérin rotatif.

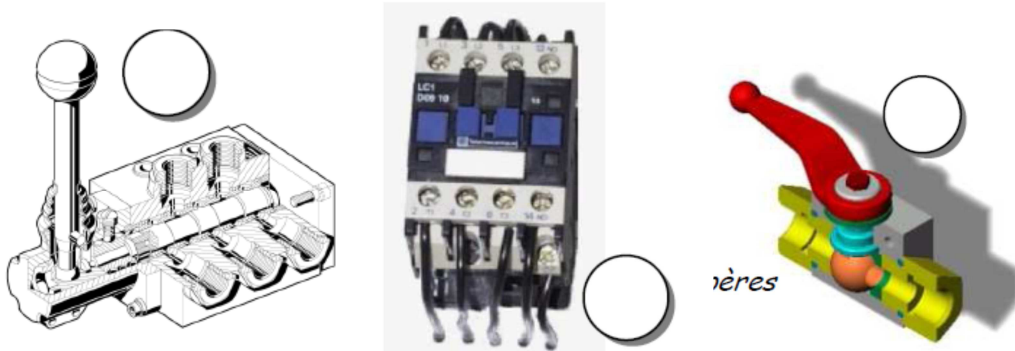
Complète les repères
des images...



Les préactionneurs : (Une vanne (1), un distributeur hydraulique (2) ou contacteur électrique (3)).

Les préactionneurs sont des éléments chargés :

- d'adapter le faible niveau énergétique disponible en sortie de la P.C. au besoin de la P.O ;
- de distribuer ou de moduler l'énergie délivrée aux actionneurs



Les capteurs qui assument l'ensemble des fonctions de la chaîne d'acquisition de données (Capteur par induction sans contact ou de proximité (1), capteur tachymétrique (2), capteur de position TOR (3), capteur constitué de deux parties, un émetteur et un récepteur (4), etc.)



La Partie Relation (PR) qui comporte le pupitre de dialogue homme-machine équipé des organes de commande permettant la mise en/hors énergie de l'installation, la sélection des modes de marche, la commande manuelle des actionneurs, la mise en référence, le départ des cycles, l'arrêt d'urgence... ainsi que des signalisations diverses telles que voyants lumineux, afficheurs, écrans vidéo, Klaxons, sonneries, etc.





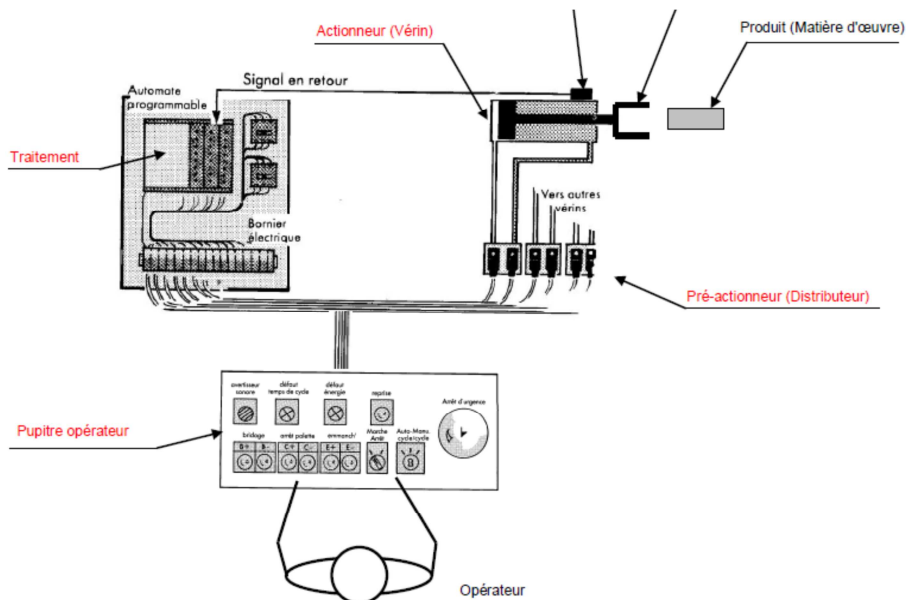
.Bouton poussoir..... Bouton arrêt d'urgence Bouton tournant Voyant lumineux ..

La Partie Commande (PC) regroupe les composants (relais électromagnétique, opérateur logique, etc.) et les constituants (API, cartes à microprocesseur, micro-ordinateurs, etc.) destinés au traitement des informations émises par les organes de commande de la PR et capteurs de la PO.



..... Logique câblée Séquenceur pneumatique Automate programmable.....

Exemple 1 :

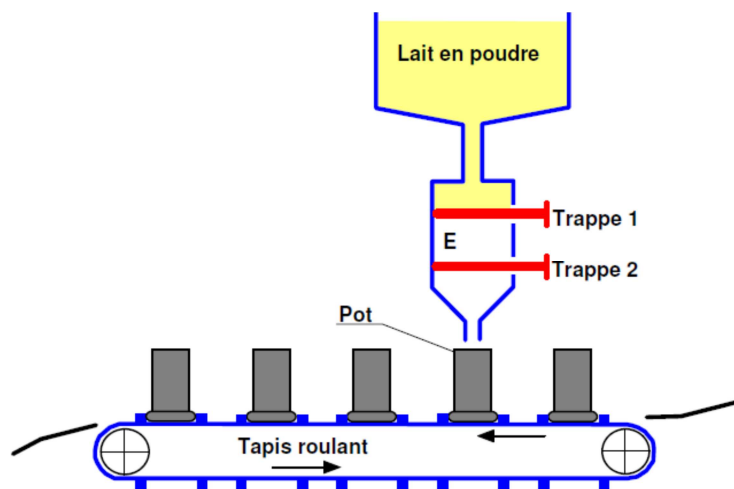


Exemple 2 :

Cette machine est destinée au remplissage de pots par du lait en poudre. Elle est constituée d'un tapis roulant sur lequel sont transportés les pots et d'un poste de remplissage.

FONCTIONNEMENT :

Si les deux trappes 1 et 2 sont fermées et s'il y a présence de poudre dans la trémie de remplissage :



- Le tapis avance jusqu'à l'arrivée d'un pot sous le poste de remplissage.
- Par mouvements successifs des trappes 1 et 2, le pot se remplit d'une dose de lait en poudre correspondant au volume E.
- Le tapis avance jusqu'au départ du pot.

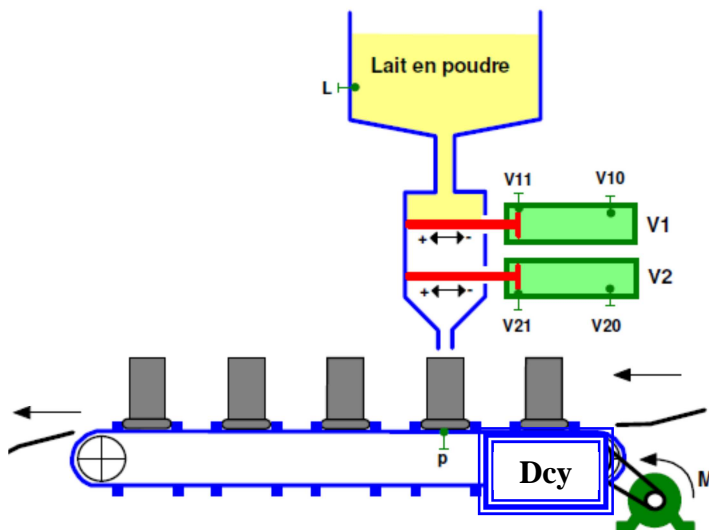
CHOIX DES ACTIONNEURS ET DES CAPTEURS :

ACTIONNEUR :

- Un moteur **M** permet l'avance du tapis ;
- Un vérin **V1** permet de manoeuvrer la trappe 1 (**V1+** pour fermer, **V1-** pour ouvrir) ;
- Un vérin **V2** permet de manoeuvrer la trappe 2 (**V2+** pour fermer, **V2-** pour ouvrir) ;

CAPTEURS :

- Des interrupteurs de position **V10**, **V11**, **V20**, **V21** détectent les positions des trappes :
- Un capteur **L** détecte la présence de lait en poudre.
- Un capteur **p** détecte la présence d'un pot sous le poste de remplissage.



EFFECTEURS :

A-2. POINT DE VUE D'UN GRAFCET :

Le GRAFCET point de vue système.

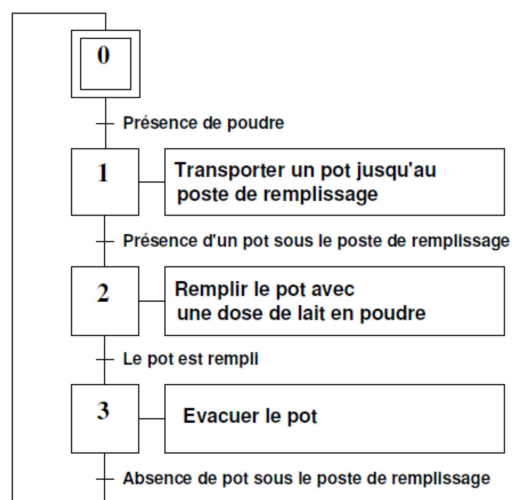
Il permet de décrire d'une **façon globale** le comportement de l'automatisme vis à vis de la **matière d'oeuvre**.

Les réceptivités sont des affirmations logiques qui concernent;

- Les modifications conférées à la matière d'oeuvre,
- Les consignes externes.

La description est exprimée sous **forme littérale**.

Le GRAFCET point de vue partie opérative, niveau actionneur. Il permet de décrire le comportement de l'automatisme vis à vis des **actionneurs**.



Les réceptivités sont des **équations logiques** qui concernent l'état physique des capteurs, ou des éléments d'entrée du pupitre ; La description est exprimée **généralement sous forme symbolique**

B- NORMES DU GRAFCET

Le GRAFCET (**G**raphe **F**onctionnel de **C**ommande, **E**tapes **T**ransitions) permet de décrire les comportements attendus de l'automatisme en imposant une démarche rigoureuse, évitant ainsi les incohérences dans le fonctionnement.

B-1. Eléments graphiques de base :

Étape: une étape représente une situation stable de la PC

Une étape est soit active soit inactive. On peut associer à chaque étape i une variable X_i image de son activité.

Exemple: Étape 2 active $\Rightarrow X_2 = 1$ Étape 2 inactive $\Rightarrow X_2 = 0$

NB : Un point à l'intérieur implique que l'étape est active.

Étape initiale: étape active au début du fonctionnement. Elle se représente par un double carré.

Liaisons orientées:

Elles relient les étapes aux transitions et les transitions aux étapes. Le sens général d'évolution est du haut vers le bas. Dans le cas contraire, des flèches doivent être employées.

Transitions : Une transition indique une possibilité d'évolution d'activité entre deux ou plusieurs étapes. Cette évolution s'accomplit par le franchissement de la transition.

Réceptivité : La réceptivité associée à une transition est une fonction logique :

- des entrées (capteurs, commande opérateur) ;
- des activités des étapes (Ex : X_1 pour étape 1 active.) ;
- des variables auxiliaires (Ex : $[C1=10]$ pour un test sur compteur C1).

Action: L'action indique, dans un rectangle, comment agir sur la variable de sortie, soit par assignation (action continue), soit par affectation (action mémorisée).

B-2. Règles d'évolution

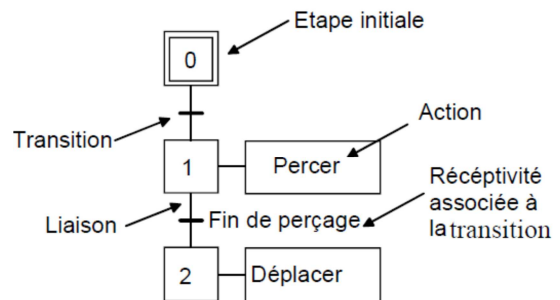
Règle 1 : Situation initiale

La situation initiale est la situation à l'instant initial, elle est donc décrite par l'ensemble des étapes actives à cet instant.

Règle 2 : Franchissement d'une transition

Une transition est validée lorsque toutes les étapes, immédiatement précédentes reliées à cette transition, sont actives. Le franchissement d'une transition se produit :

- lorsque la transition est **VALIDÉE** ;
- **ET QUE** la réceptivité associée à cette transition est **VRAIE**.



Règle 3 : Évolution des étapes actives

Le franchissement d'une transition provoque simultanément :

- L'activation de toutes les étapes immédiatement suivantes.
- La désactivation de toutes les étapes immédiatement précédentes.

Règle 4 : Évolutions simultanées

Plusieurs transitions simultanément franchissables sont simultanément franchies.

Règle 5 : Activation et désactivation simultanée d'une même étape

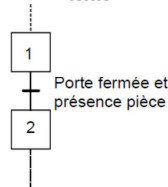
Si au cours d'une évolution, une même étape se trouve être à la fois activée et désactivée, elle reste active.

NB : L'alternance étape-transition et transition-étape doit toujours être respectée quelle que soit la séquence parcourue.

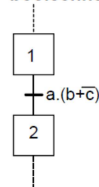
B-3 : Réceptivités :

Une proposition logique, appelée réceptivité, qui peut être vraie ou fausse est associée à chaque transition.

Description d'une réceptivité par un texte



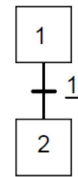
Description d'une réceptivité par une expression booléenne



- Réceptivité toujours vraie :

La notation 1 (1 souligné) indique que la réceptivité est toujours vraie.

Le franchissement de la transition n'est conditionné que par l'activité de



l'étape amont.

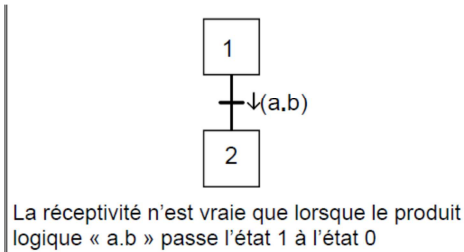
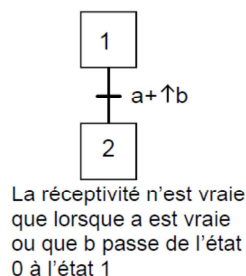
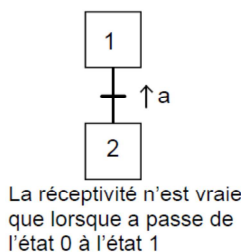
- Front montant et descendant d'une variable logique

Front montant

La notation \uparrow indique que la réceptivité n'est vraie que lorsque la variable passe de la valeur 0 à la valeur 1.

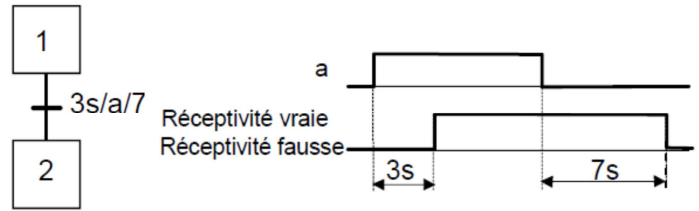
Front descendant

La notation \downarrow indique que la réceptivité n'est vraie que lorsque la variable passe de la valeur 1 à la valeur 0.



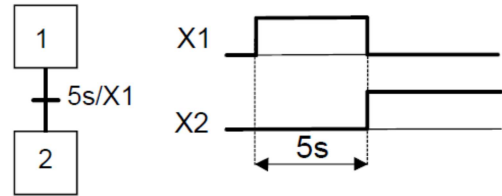
- **Réceptivité dépendante du temps**

La notation est de la forme « $t1/variable/t2$ ». Dans l'exemple ci-contre, la réceptivité n'est vraie que **3s** après que « a » passe de l'état 0 à l'état 1, elle ne redevient fausse que **7s** après que « a » passe de l'état 1 à l'état 0.



Simplification usuelle

L'utilisation la plus courante est la temporisation de la variable d'étape avec un temps $t2$ égal à zéro : Dans ce cas la durée d'activité de l'étape 1 est de 5 s.



- **Valeur booléenne d'un prédicat**

Un prédicat est une expression contenant une ou plusieurs variables et qui est susceptible de devenir une proposition vraie ou fausse.

<p>Exemple 1</p> <p>La réceptivité est vraie lorsque la valeur courante du compteur est égale à 4.</p>	<p>Exemple 2</p> <p>Le langage littéral peut être utilisé.</p>	<p>Exemple 3</p> <p>La réceptivité est vraie lorsque la température est supérieure à 10°C et le niveau haut h est atteint.</p>
---	---	---

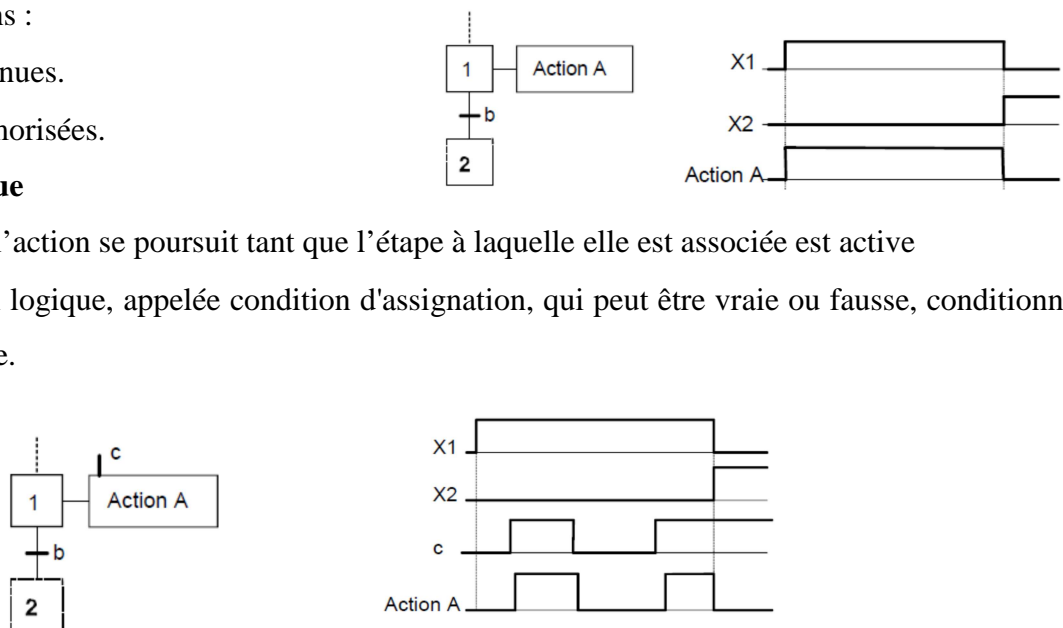
B-4. Actions :

Une ou plusieurs actions élémentaires ou complexes peuvent être associées à une étape. **Les actions traduisent ce qui doit être fait chaque fois que l'étape à laquelle elles sont associées est active.** Il existe 2 types d'actions :

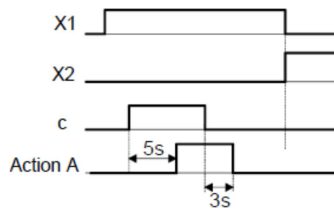
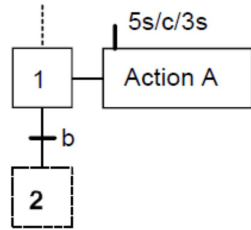
- les actions continues.
- Les actions mémorisées.

B-4-1. Action continue

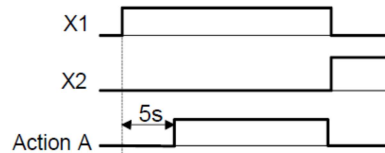
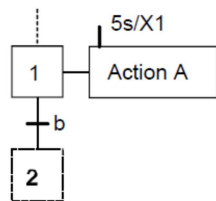
- L'exécution de l'action se poursuit tant que l'étape à laquelle elle est associée est active
- Une proposition logique, appelée condition d'assignation, qui peut être vraie ou fausse, conditionne l'action continue.



- La condition d'assignation n'est vraie que 5 secondes après que « c » passe de l'état 0 à l'état 1 (front montant de c); elle ne redevient fausse que 3 secondes après que « c » passe de l'état 1 à l'état 0 (front descendant de c).



- L'action retardée est une action continue dont la condition d'assignation n'est vraie qu'après une durée t1 spécifiée depuis l'activation de l'étape associée. Dans l'exemple ci-dessous, l'action A sera exécutée 5s après l'activation de l'étape 1.

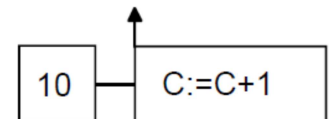


B-4-2. Action maintenue ou mémorisée

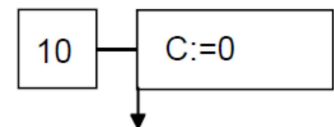
Pour qu'une action reste maintenue lorsque l'étape qui l'a commandée vient d'être désactivée, il faut utiliser une action mémorisée.

- Action mémorisée à l'activation et à la désactivation**

Une action à l'activation est une action mémorisée lors de l'activation de l'étape liée à cette action. Incrémentation du compteur C à l'activation de l'étape 10

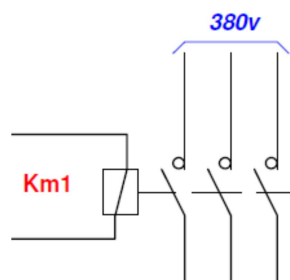
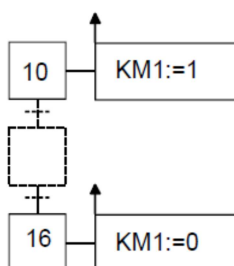


Une action mémorisée à la désactivation est une action mémorisée lors de la désactivation de l'étape liée à cette action. Mise à 0 du compteur C à la désactivation de l'étape 10.



Exemple de mémorisation :

KM1=1 dès l'activation de l'étape 10 et reste à 1 jusqu'à l'activation de l'étape 16.



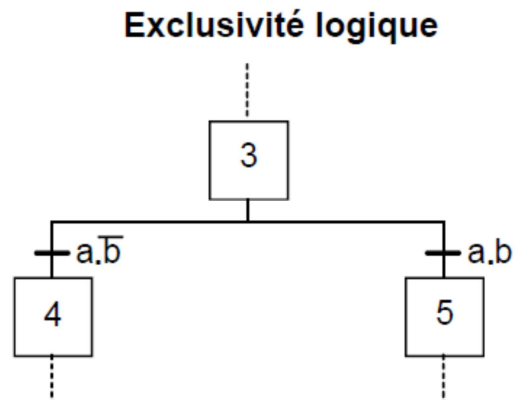
B-5. Les structures de base

B-5-1. Séquence linéaire

Une séquence linéaire est composée d'une suite d'étapes qui peuvent être activées les unes après les autres.

B-5-2. Sélection de séquence

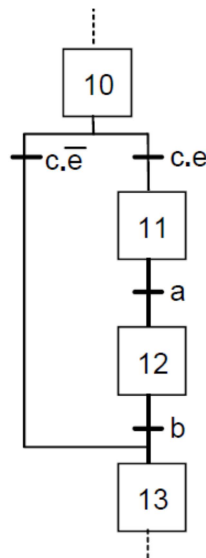
Une sélection de séquence est un choix d'évolution entre plusieurs séquences à partir d'une ou plusieurs étapes. Elle se représente graphiquement par autant de transitions validées en même temps qu'il peut y avoir d'évolution possibles. L'exclusion entre les séquences n'est pas structurelle. Pour l'obtenir, il faut s'assurer soit de l'incompatibilité mécanique ou temporelle des réceptivités, soit de leur exclusion logique.



B-5-3. Saut d'étapes et reprise de séquence

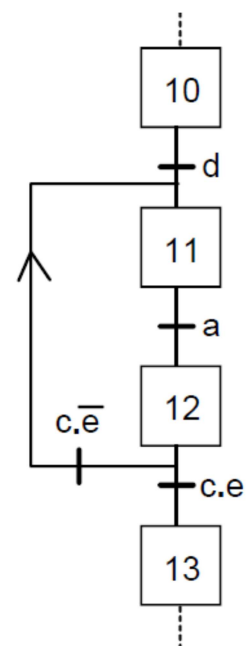
- **Saut d'étapes**

Le saut d'étapes permet de sauter une ou plusieurs étapes lorsque les actions associées à ces étapes deviennent inutiles.



- **Reprise de séquence**

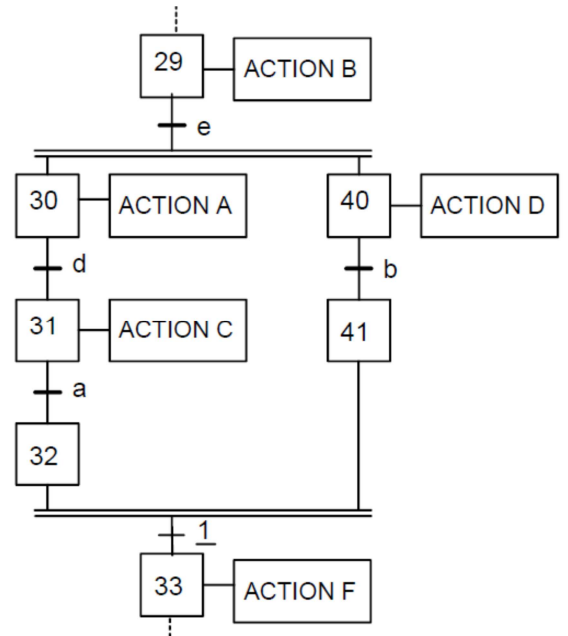
La reprise de séquence permet de recommencer plusieurs fois la même séquence tant qu'une condition n'est pas obtenue.



B-5-4. Séquences simultanées (séquences parallèles)

Si le franchissement d'une transition conduit à activer plusieurs étapes en même temps, ces étapes déclencheront des séquences dont les évolutions seront à la fois simultanées et indépendantes.

- Si l'étape 29 est active, la réceptivité «e» provoque, lorsqu'elle est vraie, l'activation simultanée des étapes 30 et 40. Les deux séquences évoluent alors indépendamment l'une de l'autre.
- Les étapes 32 et 41 sont des étapes d'attente dans le but de synchroniser les deux branches. Dès qu'elles sont actives, la transition après parallèles est immédiatement franchie ce qui entraîne simultanément, l'activation de l'étape 33 et la désactivation des étapes 32 et 41.



B-6. Macro-étapes

Avec la notion de macro-représentation, on se donne le moyen de reporter à plus tard ou sur une autre page la description détaillée de certaines séquences.

La macro-étape est la représentation unique d'un ensemble d'étapes et de transitions nommé expansion de macro-étape.

L'expansion de la macro-étape commence par une seule étape d'entrée et se termine par une seule étape de sortie. Le franchissement de la transition (1) active l'étape E2. La transition (2) ne sera validée que lorsque l'étape S2 sera active. Le franchissement de la transition (2) désactive l'étape S2.

